

ФЛУКТУАЦИОННАЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ КОРРЕЛЯЦИОННОГО РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРА

B. V. Котович, B. A. Путилов*, L. M. Рисовер*, T. A. Трекков**

Получены выражения для флюктуационной чувствительности и отношения сигнал/шум на выходе приемной системы корреляционного радиоинтерферометра Райла. Рассмотрено прохождение полезного сигнала и флюктуаций через типовое звено синхронный интегратор—синхронный детектор—фильтр низких частот.

Expressions are obtained for the output fluctuations and signal-noise ratio of the receiving system of the Ryle correlational radio interferometer. Transmission of a useful signal and fluctuations through the standard unit, synchronous integrator—synchronous detector—low-frequency filter, is considered.

Для получения одномерных и двумерных изображений Солнца широко применяются корреляционные радиоинтерферометры, строящиеся по схеме Райла с переключением фазы [1, 2], где хотя бы одна из антенн является аддитивной антенной решеткой. Однако в литературе недостаточно полно рассмотрен вопрос о флюктуационной чувствительности таких инструментов.

В данной работе рассчитываются среднеквадратичное значение флюктуаций и отношение сигнал—шум на выходе корреляционного радиоинтерферометра. Расчет проводится в следующей последовательности:

- определяется шумовая температура на выходе аддитивной антенной решетки — составной части корреляционного радиотелескопа;
- рассчитывается среднеквадратичное значение флюктуаций на выходе модуляционного приемника, содержащего в низкочастотной части синхронный интегратор (СИ);
- рассматривается прохождение полезного сигнала через типовое звено СИ—синхронный детектор (СД)—фильтр низких частот (ФНЧ);
- рассчитываются выходное отношение сигнал—шум и флюктуационная чувствительность корреляционного радиоинтерферометра.

Для определенности в качестве источника радиоизлучения рассматривается Солнце, хотя полученные результаты имеют более широкую область применения.

Шумовая температура антенной решетки. Шумовая температура $T_{ш}$ на выходе эквидистантной антенной решетки с поэтажным суммированием сигналов (рис. 1) определяется интегральным излучением Солнца $T_{ш\odot}$ и шумами фидерного тракта $T_{ш.\phi}$:

$$T_{ш} = T_{ш\odot} + T_{ш.\phi}. \quad (1)$$

Каждый этаж решетки можно представить как двухантенный интерферометр, составленный из двух групп антенн. Группы включают в себя по 2^{m-1} антенн, где m — номер этажа. Обычно сложение сигналов осущес-

* Сотрудник Сибирского института земного магнетизма, ионосфера и распространения радиоволн СО АН СССР.

ствляется с помощью мостовых соединений. Величина сигнала n на выходе мостового соединения

$$n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) (n_1 + n_2),$$

где n_1 и n_2 — выходные сигналы.

Температура шумов $T_{\text{ш}\odot}^{(m)}$ на выходе m -го этажа, если все антенны в решетке индентичны,

$$T_{\text{ш}\odot}^{(m)} \sim \bar{n}^2 = \bar{n}_i^2 \left(1 + \frac{\overline{n_1 n_2}}{\bar{n}_i^2} \right), \quad (2)$$

где $i = 1$ или 2 .

Для шумов, обусловленных излучением «спокойного» Солнца, коэффициент взаимной корреляции (глубина модуляции)

$$M_m = \overline{n_1 n_2} / \bar{n}_i^2 = 2J_1(\pi d / \lambda) W 2^{m-1} / (\pi d / \lambda) W 2^{m-1}, \quad (3)$$

где W — угловой диаметр Солнца, рад.; J_1 — модифицированная функция Бесселя 1-го порядка; d — расстояние между соседними антеннами; λ — длина волны принимаемого излучения.

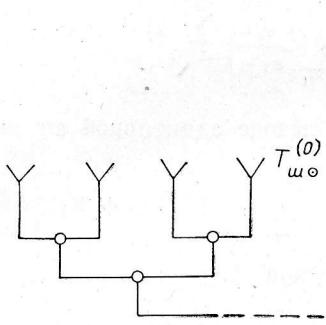


Рис. 1.

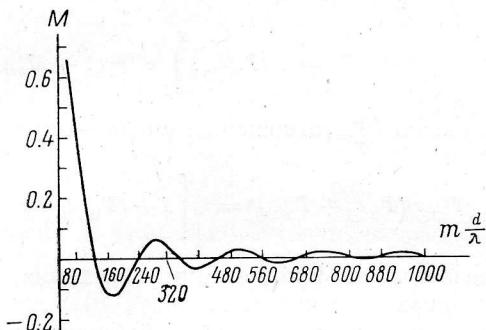


Рис. 2.

С учетом затухания в фидерной линии

$$T_{\text{ш}\odot}^{(m-1)} \sim e^{-\alpha_m \bar{n}_i^2},$$

где α_m — коэффициент затухания в m -м этаже. Согласно (3),

$$T_{\text{ш}\odot}^{(m)} = e^{-\alpha_m} T_{\text{ш}\odot}^{(m-1)} (1 + M_m). \quad (4)$$

Как следует из (4), температура шумов на выходе аддитивного N -этажного интерферометра, определяемая излучением Солнца,

$$T_{\text{ш}\odot}^{(N)} = T_{\text{ш}\odot}^{(0)} \prod_{m=1}^N e^{-\alpha_m} (1 + M_m), \quad (5)$$

где $T_{\text{ш}\odot}^{(0)}$ — температура шумов от Солнца на одной антенне.

На рис. 2 приведена зависимость глубины модуляции M_m от расстояния между фазовыми центрами $2^{m-1} \frac{d}{\lambda}$. Как видно из этого рисунка, значение M_m быстро спадает при увеличении m . Поэтому величина $T_{\text{ш}\odot}^{(N)}$, если не учитывать затухания, практически определяется первыми этажами.

Для температуры шумов фидерных трактов $T_{\text{ш. ф}}$ справедлива формула (2) при $M_m = 0$. С учетом затухания

$$T_{\text{ш. ф}}^{(m)} = e^{-\alpha_m} T_{\text{ш. ф}}^{(m-1)} + (1 - e^{-\alpha_m}) T_0, \quad (6)$$

где T_0 — температура окружающей среды ($T_0 \approx 300^\circ\text{K}$). Решение разностного уравнения (6) имеет вид

$$T_{\text{ш. ф}}^{(m)} = T_0 \left(\frac{1}{1 - e^{-\sum_{i=1}^m \alpha_i}} \right). \quad (7)$$

Если в фидерном тракте имеются предварительные усилители на k -м этаже, то полная шумовая температура $T_{\text{ш}}$ на выходе аддитивного интегратора определяется выражением

$$\begin{aligned} T_{\text{ш}} = & e^{\alpha_y} T_{\text{ш}\odot}^{(0)} \prod_{m=1}^N e^{-\alpha_m} (1 + M_m) + T_0 \left(\frac{1}{1 - e^{-\sum_{i=1}^k \alpha_i}} \right)^{\alpha_y} - \sum_{i=k+1}^N \alpha_i + \\ & + T_0 \left(\frac{1}{1 - e^{-\sum_{i=k+1}^N \alpha_i}} \right)^{\alpha_y} + T_{\text{ш. у}} e^{\alpha_y - \sum_{i=k+1}^N \alpha_i}, \end{aligned} \quad (8)$$

где α_y и $T_{\text{ш. у}}$ — коэффициент усиления и шумовая температура усилителя.

При наблюдениях Солнца тепловыми шумами фидерных трактов можно пренебречь по сравнению с шумами усилителей и Солнца. В этом случае

$$T_{\text{ш}} = e^{\alpha_y} T_{\text{ш}\odot}^{(0)} \prod_{m=1}^N e^{-\alpha_m} (1 + M_m) + T_{\text{ш. у}} e^{\alpha_y - \sum_{i=k+1}^N \alpha_i}. \quad (9)$$

Согласно (9), отношение сигнал—шум на выходе аддитивной антенной решетки

$$T_{\text{ш}\odot}/(T_{\text{ш}\odot} + T_{\text{ш. ф}}) = 1 \left[1 + (T_{\text{ш. у}}/T_{\text{ш}\odot}^{(0)}) \exp \left(\sum_{i=1}^k \alpha_i \right) \prod_{m=1}^N 1/(1 + M_m) \right] \quad (10)$$

определяется коэффициентами затухания участков фидерного тракта, расположенных до усилителя.

Формулы (8)–(10) легко обобщаются на тот случай, когда усилители имеются в нескольких этажах антенной решетки.

Дисперсия флуктуаций на выходе приемника корреляционного радиотелескопа. Рассматриваемый приемник представляет собой модуляционный радиометр, упрощенная структурная схема которого приведена на рис. 3. В качестве гребенчатого фильтра используется СИ.

Сигналы $n_1(t)$ и $n_2(t)$ от двух антенных систем A_1 и A_2 складываются в мостовом соединении (М). До сложения сигнал $n_2(t)$ подвергается фазовой модуляции (ФМ) с периодом T . Поэтому сигнал на выходе приемника

$$n(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) [n_1(t) + n_2(t) \Pi(t)], \quad (11)$$

где

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & mT \leq t \leq \left(m + \frac{1}{2}\right)T; \\ -1, & \left(m + \frac{1}{2}\right)T < t < (m + 1)T. \end{cases} \quad (12)$$

Поскольку полоса пропускания полосового фильтра высокой частоты (ПФВЧ) гораздо больше частоты переключения фазы, можно считать, что выражение (11) представляет сигнал на выходе ПФВЧ.

Сигнал на выходе квадратичного детектора (КД) с коэффициентом квадратичного преобразования $\beta = 1$

$$j^{(\text{К. Д})} = \frac{1}{2} (n_1^2 + n_2^2 + 2n_1 n_2 \Pi), \quad (13)$$

где учтено, что $\Pi^2 = 1$.

Полезный сигнал содержится в третьем слагаемом (13). Поэтому целесообразно представить $j^{(к. д.)}$ в виде суммы

$$j^{(к. д.)} = j_{\Phi\pi}^{(к. д.)} + j_{\Pi, c}^{(к. д.)},$$

где

$$j_{\Phi\pi}^{(к. д.)} = \frac{1}{2} (n_1^2 + n_2^2) + (n_1 n_2 - \bar{n}_1 \bar{n}_2) \Pi \quad (14)$$

— флюктуационная часть; $j_{\Pi, c}^{(к. д.)} = \bar{n}_1 \bar{n}_2 \Pi$ — полезный сигнал, представляющий собой модулированную меандром взаимную корреляцию сигналов n_1 и n_2 .

Обычно абсолютная величина измеряемого сигнала $X(t) = \bar{n}_1 \bar{n}_2$ много меньше \bar{n}_1^2 и \bar{n}_2^2 . На практике это выполняется, например, для крестообразных интерферометров. Вследствие малости $\bar{n}_1 \bar{n}_2$ для расчета среднеквадра-

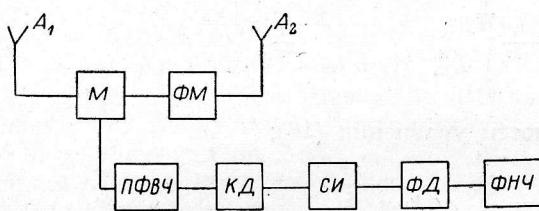


Рис. 3.

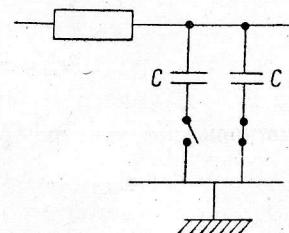


Рис. 4.

тичной величины флюктуаций на выходе приемника сигналы n_1 и n_2 можно считать некоррелированными. В этом приближении корреляционная функция флюктуаций

$$\begin{aligned} R_{\Phi\pi}^{(к. д.)}(\tau) &= \overline{j_{\Phi\pi}^{(к. д.)}(t) j_{\Phi\pi}^{(к. д.)}(t + \tau)} = \\ &= \frac{1}{2} R^2(\tau) + \frac{1}{2} R_2^2(\tau) + \frac{1}{4} (\bar{n}_1^2)^2 + \frac{1}{4} (\bar{n}_2^2)^2 + R_n(\tau) R_1(\tau) R_2(\tau) + \frac{1}{2} \bar{n}_1^2 \bar{n}_2^2, \end{aligned}$$

где $R_i(\tau) = \bar{n}_i^2 [(\sin \Delta\omega\tau)/\Delta\omega\tau] \cos \omega_0\tau$ — автокорреляционная функция нормального случайного процесса n_i (где $i = 1$ или 2), прошедшего через ПФВЧ с прямоугольной передаточной функцией, имеющей полосу $\Delta f = \Delta\omega/\pi$ и центральную частоту ω_0 ; $R_n(\tau)$ — автокорреляционная функция меандра со случайной равномерно распределенной фазой.

Так как $2\Delta\omega \gg 2\pi/T$ (полоса ПФВЧ много больше частоты модуляции), $R_n(\tau) \approx 1$ на интервале, где $R_1(\tau)$ и $R_2(\tau)$ существенно отличны от 0. Поэтому

$$R_{\Phi\pi}^{(к. д.)}(\tau) \approx \frac{1}{2} \cos^2 \omega_0\tau \left[\frac{\sin \Delta\omega\tau}{\Delta\omega\tau} \right]^2 (\bar{n}_1^2 + \bar{n}_2^2)^2 + \frac{1}{4} (\bar{n}_1^2 + \bar{n}_2^2)^2.$$

Постоянная составляющая и высокочастотная часть спектра случайного процесса $j_{\Phi\pi}^{(к. д.)}(t)$ отфильтровывается в низкочастотных цепях приемника. Поэтому можно считать, что спектр флюктуаций на выходе КД

$$S^{(к. д.)}(\omega) = \left(\frac{\pi}{4\Delta\omega} \right) (\bar{n}_1^2 + \bar{n}_2^2)^2 \times \begin{cases} 1 - \frac{|\omega|}{2\Delta\omega}, & |\omega| \leq 2\Delta\omega; \\ 0, & |\omega| > 2\Delta\omega. \end{cases} \quad (15)$$

В пределах полосы пропускания низкочастотного тракта

$$S^{(к. д.)}(\omega) = \left(\frac{\pi}{4\Delta\omega} \right) (\bar{n}_1^2 + \bar{n}_2^2)^2. \quad (16)$$

Белый шум со спектром (16) подается на вход СИ, состоящего из двух попарно включаемых RC -цепочек с постоянными временем τ [3] (рис. 4).

Так как RC -цепочки подключаются ко входу в течение неперекрывающихся интервалов времени, потенциалы на двух емкостях статистически независимы. Выходной сигнал на первой емкости после ее подключения в момент $t_m = mT$

$$j_{\text{ФЛ}}^{(\text{СК})}(t) = j_m e^{-(t-t_m)/\tau} + \frac{1}{\tau} e^{-(t-t_m)/\tau} \int_{t_m}^t j_{\text{ФЛ}}^{(\text{К. Д})}(\theta) e^{\frac{\theta}{\tau}} d\theta,$$

где $t_m \leq t \leq t_m + \frac{T}{2}$, а j_m — потенциал, накопленный на первой емкости к моменту t_m . Потенциал, накопленный к следующему моменту подключения t_{m+1} ,

$$j_{m+1} = j_m e^{-\frac{T}{2\tau}} + v_m, \quad (17)$$

где

$$v_m = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{T}{2\tau}} \int_0^{\frac{T}{2}} j_{\text{ФЛ}}^{(\text{К. Д})}(\theta + t_m) e^{\frac{\theta}{\tau}} d\theta. \quad (18)$$

Стационарное решение разности уравнения (16):

$$j_m = \sum_{k=0}^{\infty} v_{m-k} e^{-\frac{kT}{2\tau}}. \quad (19)$$

Выход первой RC -цепочки представляет собой периодическую последовательность импульсов длительностью $T/2$ со случайными амплитудами. Автокорреляционная функция

$$R_{(l-m)} = \overline{j_m j_l} = \sum_{k,h=0}^{\infty} \overline{v_{m-k} v_{l-h}} e^{-(k+h)\frac{T}{2\tau}} = \frac{S^{(\text{К. Д})}}{2\tau} e^{-|m-l|T/2\tau}, \quad (20)$$

где, согласно (16) и (18),

$$\overline{v_{m-k} v_{l-h}} = \frac{S^{(\text{К. Д})}}{2\tau} \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right) \delta_{m-k, l-h}.$$

Флуктуационный сигнал на выходе второй RC -цепочки также является периодической последовательностью импульсов, статистически независимой от первой последовательности, но с той же корреляционной функцией. Первая последовательность в результате прохождения через СД не изменяется, а вторая инвертируется. При этом корреляционные функции не изменяются и определяются согласно (20).

Отклик $j_{\text{ФЛ}}^{(\text{Н. Ч})}(t)$ ФНЧ с импульсной реакцией $g(t)$ на первую последовательность импульсов

$$j_{\text{ФЛ}}^{(\text{Н. Ч})}(t) \approx \sum_{m=-\infty}^{\infty} j_m \frac{T}{2} g(t - t_m),$$

где предполагается, что протяженность импульсной реакции ФНЧ гораздо больше периода T (ФНЧ — узкополосный). Дисперсия флуктуаций на выходе ФНЧ, обусловленная действием первой последовательности импульсов,

$$\sigma_1^2 = \frac{T^2}{4} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} R_{m-n} g(t - t_n) g(t - t_m).$$

С учетом (20) при условии $T \ll \tau$ двойная сумма может рассматриваться как дискретная аппроксимация интеграла по формуле трапеций [4]. Поэтому

$$\sigma_1^2 \approx \frac{1}{4} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{S^{(\text{к. д.})}}{2\pi} e^{-\frac{|\theta-\theta'|}{2\tau}} g(t-\theta) g(t-\theta') d\theta d\theta'.$$

По теореме о свертке

$$\sigma_1^2 = \frac{S^{(\text{к. д.})}}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)|^2 / (1 + 4\omega^2\tau^2) d\omega,$$

где $G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt$ — передаточная функция ФНЧ.

Полная дисперсия флюктуаций на выходе ФНЧ с учетом действия второй последовательности импульсов

$$\sigma^2 = 2\sigma_1^2 = \frac{S^{(\text{к. д.})}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)|^2 / (1 + 4\omega^2\tau^2) d\omega. \quad (21)$$

Из подынтегрального выражения (21) видно, что звено СИ—СД по отношению к флюктуациям эквивалентно интегрирующей RC -цепочки с постоянной времени 2τ .

Если ФНЧ — интегрирующая RC -цепочка с постоянной времени τ_ϕ , то интеграл в правой части (21) вычисляется аналитически. Тогда дисперсия флюктуаций на выходе приемника корреляционного интерферометра

$$\sigma^2 = \frac{S^{(\text{к. д.})}}{2} \frac{1}{2\tau + \tau_\phi} = \frac{\pi}{8\Delta\omega(2\tau + \tau_\phi)} (\bar{n}_1^2 + \bar{n}_2^2)^2. \quad (22)$$

Прохождение полезного сигнала через типовое звено СИ—СД—ФНЧ.

Измеряемый сигнал $X(t) = \overline{n_1 n_2}$ обычно является медленно меняющейся функцией времени (например, при наблюдениях в режиме прохождения).

Полезный сигнал $j_{\text{п. с.}}^{(\text{к. д.})}$ на выходе СИ — модулированный по амплитуде меандром взаимный корреляционный момент

$$j_{\text{п. с.}}^{(\text{к. д.})}(t) = X(t) \Pi(t).$$

Спектр полезного сигнала

$$\tilde{j}_{\text{п. с.}}^{(\text{к. д.})}(\omega) = \frac{2i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{X}(\omega - \omega_{2m+1})}{2m+1}, \quad (23)$$

где знак \sim означает Фурье-преобразование; $\omega_{2m+1} = \frac{2\pi}{T}(2m+1)$.

Как и в случае флюктуационного сигнала, на выходе СИ появляются две последовательности импульсов. Согласно [5], амплитуды этих импульсов, появляющихся в моменты $t_m = mT$ и $t_{m+\frac{1}{2}} = (m + \frac{1}{2})T$, совпадают с отсчетами непрерывной функции $Y(t)$ со спектром

$$\tilde{Y}(\omega) = -\frac{4}{\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{X}(\omega - \omega_{2m+1})}{(2m+1)^2} \frac{1}{1 + i2\tau(\omega - \omega_{2m+1})}. \quad (24)$$

Из (24) видно, что функция $Y(t)$ представима в виде

$$Y(t) = W(t) D(t),$$

где $W(t)$ — результаты фильтрации сигнала $X(t) = \overline{n_1 n_2}$ интегрирующей RC -цепочкой с постоянной времени 2τ ; $D(t)$ — пилообразная функция с периодом T , принимающая значения ± 1 в моменты mT и $(m + \frac{1}{2})T$.

Отсчеты $Y(t_m) = W(t_m)$ и $Y\left(t_{m+\frac{1}{2}}\right) = -W\left(t_{m+\frac{1}{2}}\right)$, так как $D(t_m) = 1$, а $D\left(t_{m+\frac{1}{2}}\right) = -1$.

Импульсы для обеих последовательностей по форме близки к прямоугольным, поскольку $T/2 \ll \tau$ и за время $T/2$ потенциалы на емкостях не успевают значительно измениться. Сигнал на выходе СИ

$$j_{\text{п. с}}^{(\text{СИ})}(t) = W(t)\Pi(t). \quad (25)$$

После умножения в СИ на опорный сигнал $\Pi(t)$ полезный сигнал на выходе СД

$$j_{\text{п. с}}^{(\text{СД})}(t) = \Pi(t)j_{\text{п. с}}^{(\text{СИ})}(t) = W(t). \quad (26)$$

Таким образом, $j_{\text{п. с}}^{(\text{СД})}(t)$ совпадает с откликом интегрирующей RC -цепочки с постоянной времени 2τ на входной сигнал $X(t)$.

В результате прохождения через ФНЧ полезный сигнал подвергается дополнительному сглаживанию [6]. Сглаживание измеряемого сигнала $X(t)$ действием СИ, СД и ФНЧ необходимо учитывать при восстановлении истинного радиоизображения.

Если измеряемый сигнал $X(t) = \text{const}$, что имеет место при равномерном распределении радиояркости по источнику, то полезный сигнал на выходе ФНЧ

$$j_{\text{п. с}}^{(\text{Н. ч})}(t) = \overline{n_1 n_2}. \quad (27)$$

Выходное отношение сигнал—шум и флюктуационная чувствительность. Для расчета выходного отношения сигнал—шум и флюктуационной чувствительности предположим, что измеряемый сигнал $n_1 n_2$ не меняется во времени, т. е. справедливо (27). При таком предположении отношение сигнал—шум на выходе приемного устройства

$$\varrho = \frac{j_{\text{п. с}}^{(\text{Н. ч})}}{\sigma} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \Delta\omega (2\tau + \tau_\phi)} \frac{\overline{n_1 n_2}}{\bar{n}_1^2 + \bar{n}_2^2}. \quad (28)$$

Для практического применения удобно записать (28) в виде

$$\varrho = k \frac{\sqrt{8\Delta f(2\tau + \tau_\phi)}}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2} + \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}}, \quad (29)$$

где $k = \frac{\overline{n_1 n_2}}{\sqrt{\bar{n}_1^2 \bar{n}_2^2}}$ — коэффициент взаимной корреляции; $T_1 \approx \bar{n}_1^2$ и $T_2 \approx \bar{n}_2^2$ — температуры шумов антенн 1 и 2.

Коэффициент взаимной корреляции k определяется распределением радиояркости по Солнцу, диаграммами направленности двух антенных систем корреляционного интерферометра и соотношениями уровней шумов, обусловленных антенно-фидерным трактом и самим источником радиоизлучения. В отсутствие шумов антенно-фидерного тракта

$$\begin{aligned} \overline{n_1 n_2} &\approx \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\Omega} F_1(\theta) F_2^*(\theta) T_a(\theta) d\Omega; \\ \bar{n}_i^2 &\approx \frac{1}{2} \int_{\Omega} |F_i(\theta)|^2 T_a(\theta) d\Omega, \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

где θ — направляющий вектор точки наблюдения; Ω — область, занимаемая радиоисточником; $T_a(\theta)$ — яркостная температура излучения, идущего с направления θ ; $F_1(\theta)$ и $F_2(\theta)$ — диаграммы направленности по полю антенн 1 и 2, составляющих интерферометр; $d\Omega$ — элемент телесного угла.

Коэффициент взаимной корреляции в отсутствие шумов антенно-фидерного тракта

$$k_0 = \operatorname{Re} \int_{\Omega} F_1 F_2^* T_a d\Omega / \sqrt{\int_{\Omega} |F_1|^2 T_a d\Omega \int_{\Omega} |F_2|^2 T_a d\Omega} \quad (30)$$

определяется диаграммами направленности и распределением радиояркости и не зависит от аппаратурных шумов.

При наличии шумов антенно-фидерного тракта в соответствии с (1)

$$\bar{n}_1^2 = (\overline{n_1^\odot})^2 + (\overline{n_1^\Phi})^2;$$

$$\bar{n}_2^2 = (\overline{n_2^\odot})^2 + (\overline{n_2^\Phi})^2,$$

где $(\overline{n_1^\odot})^2$ и $(\overline{n_2^\odot})^2$ — дисперсии шумов на выходе антенн 1 и 2, обусловленных излучением Солнца; $(\overline{n_1^\Phi})^2$ и $(\overline{n_2^\Phi})^2$ — дисперсии шумов антенно-фидерных трактов.

Поделив числитель и знаменатель в выражении для коэффициента взаимной корреляции k на $\sqrt{(\overline{n_1^\odot})^2 (\overline{n_2^\odot})^2}$, получим

$$k = k_0 \sqrt{\left(1 + \frac{T_{\text{ш. ф1}}}{T_{\text{ш}\odot 1}}\right) \left(1 + \frac{T_{\text{ш. ф2}}}{T_{\text{ш}\odot 2}}\right)}, \quad (31)$$

где температуры $T_{\text{ш. ф1}} \approx (\overline{n_1^\Phi})^2$; $T_{\text{ш. ф2}} \approx (\overline{n_2^\Phi})^2$; $T_{\text{ш}\odot 1} \approx (\overline{n_1^\odot})^2$ и $T_{\text{ш}\odot 2} \approx (\overline{n_2^\odot})^2$.

Из (29)–(31) видно, что отношение сигнал—шум на выходе приемного устройства возрастает при увеличении входного отношения сигнала—шума (10) и при прочих равных условиях достигает максимума при $T_1 = T_2$.

Полученные выражения для выходного отношения сигнала—шум позволяют определить флуктуационную чувствительность при различных распределениях радиояркости по источнику. Рассмотрим задачу обнаружения протяженного источника с равномерным распределением радиояркости (например, «спокойное» Солнце). Согласно (30),

$$k_0 = \frac{\Omega_k}{\sqrt{\Omega_1 \Omega_2}},$$

где $\Omega_k \approx \operatorname{Re} \int_{\Omega} F_1 F_2^* d\Omega$ — угловой размер диаграммы направленности корреляционного интерферометра; $\Omega_1 \approx \int_{\Omega} |F_1|^2 d\Omega$ и $\Omega_2 \approx \int_{\Omega} |F_2|^2 d\Omega$ — угловые размеры диаграмм направленности первой и второй антенных систем.

Считая для простоты, что $T_{\text{ш}\odot 1} = T_{\text{ш}\odot 2}$ и $T_{\text{ш. ф1}} = T_{\text{ш. ф2}}$, получим, согласно (31),

$$k = (\Omega_k / \sqrt{\Omega_1 \Omega_2}) [1 / (1 + T_{\text{ш. ф}} / T_{\text{ш}\odot})]$$

и, согласно (29),

$$\rho = \frac{\Omega_k}{\sqrt{\Omega_1 \Omega_2}} \cdot \frac{\sqrt{2\Delta f (2\tau + \tau_\Phi)}}{1 + \frac{T_{\text{ш. ф}}}{T_{\text{ш}\odot}}}. \quad (32)$$

Как ясно из (32), при условии

$$\frac{\Omega_k}{\sqrt{\Omega_1 \Omega_2}} \sqrt{2\Delta f (2\tau + \tau_\Phi)} < 1 \quad (33)$$

отношение сигнал—шум ρ при любом $T_{\text{ш. ф}}$ меньше 1. Предполагая, что выполняется неравенство, обратное (33), можно получить чувствительность по шумовой температуре $T_{\text{ш}\odot \min}$. Приравнивая ρ к 1 [7], получаем

$$T_{\text{ш}\odot \min} = \frac{T_{\text{ш. ф}}}{\frac{\Omega_k}{\sqrt{\Omega_1 \Omega_2}} \sqrt{2\Delta f (2\tau + \tau_\Phi)} - 1}. \quad (34)$$

Чувствительность по яркостной температуре определяется из (34), если

выразить antennную температуру $T_{\text{ш}\odot}$ через яркостную. Например, для аддитивной решетки, согласно (9),

$$T_{\text{ш}\odot} = \kappa T_{\text{ш}\odot}^{(0)} \prod_{m=1}^N (1 + M_m),$$

где κ — коэффициент передачи фидерного тракта. Антennaя температура одиночного зеркала

$$T_{\text{ш}\odot}^{(0)} = T_{\alpha} \frac{\Omega_{\odot}}{\Omega^{(0)}},$$

где $\Omega^{(0)}$ — телесный угол диаграммы направленности одиночной антенны; Ω_{\odot} — телесный угол Солнца. Отсюда

$$T_{\text{ш}\odot} = \kappa \frac{\Omega_{\odot}}{\Omega^{(0)}} T_{\alpha} \prod_{m=1}^N (1 + M_m). \quad (35)$$

Подстановка (35) в (34) приводит к соотношению

$$T_{\alpha \min} = T'_{\text{ш}\cdot \phi} (\Omega^{(0)} / \Omega_{\odot}) \prod_{m=1}^N 1/(1 + M_m) / [\sqrt{2\Delta f (2\pi + \tau_{\phi})} (\Omega_{\alpha} / \sqrt{\Omega_1 \Omega_2} - 1)], \quad (36)$$

где $T'_{\text{ш}\cdot \phi} = -T/\kappa$ — приведенная ко входу температура шумов фидерного тракта.

Представляет практический интерес рассмотреть задачу обнаружения источника с малым угловым размером Ω_{α} и яркостной температурой T_{α} на фоне «спокойного» Солнца (локальный источник). Естественно считать, что слабый локальный источник не дает существенного вклада в $T_{\text{ш}\odot}$. По аналогии с предыдущим полагается, что источник обнаружен, если добавка сигнала от источника на выходе приемника равна среднеквадратичному значению флуктуаций. Тогда

$$T_{\alpha \min} - T_{\alpha} = T_{\alpha \ min} \frac{\Omega_{\alpha}}{\Omega_{\alpha}}, \quad (37)$$

где $T_{\alpha \ min}$ определяется из (36).

Таким образом, в результате рассмотрения получено выражение для отношения сигнал—шум на выходе корреляционного радиоинтерферометра Райла; рассчитана флуктуационная чувствительность по antennой и яркостной температурам для протяженного источника и источника с малыми угловыми размерами на протяженном фоне.

При выводе основных соотношений рассматривалось приемное устройство с СИ. Полученные выражения для полезного сигнала и дисперсии флуктуаций на выходе радиотелескопа применимы не только для корреляционного радиоинтерферометра, но и для любого модуляционного радиотелескопа с СИ.

Авторы выражают благодарность сотрудникам САО АН СССР Д. В. Королькову и А. В. Ипатову за внимание к работе и полезные обсуждения.

Список литературы

1. Christiansen W. N., Mathewson D. S. Scanning the Sun with a highly directional antenna. — Proc. IRE, 1958, № 1, p. 127—132.
2. Tanaka H., Kakimoto T., Enome S., Togii C., Tsukiji Y., Kobayashi S. A high resolution quick-scan interferometer for solar studies at 3.75 GHZ. — Proc. Res. Inst. Atmosph., 1969, 16, № 1, p. 113—126.
3. Булаенко В. В., Ипатов А. В. Синхронный интегратор на операционном усилителе. — VIII Всесоюз. конференция по радиоастрономии. Тезисы докладов. Пущино, 1975, с. 101—102.
4. Бахвалов Н. С. Численные методы. М., «Наука», 1973. 631 с.
5. Рисовер Л. М., Сторожко А. В. Синхронные интеграторы в выходных устройствах корреляционных радиоинтерферометров. — Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, 1976, вып. 39, с. 215—218.
6. Кузьмин А. Д., Соломонович А. Е. Радиоастрономические методы измерения параметров антенн. М., «Сов. радио», 1966. 184 с.
7. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парицкий Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. М., «Наука», 1972. 415 с.