

ОПТИМАЛЬНАЯ АПЕРТУРА ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПРИ ФОТОМЕТРИИ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

*В. Л. Афанасьев, С. Н. Додонов, Х. Лоренц,
В. Ю. Тербиж*

Найдено отношение сигнала к шуму S/N при фотометрии изображения с произвольным линейным приемником излучения в зависимости от яркости изображения относительно фона q , характерного размера изображения a , темнового тока приемника d , радиуса используемой апертуры интегрирования $R \equiv ax$ и распределения света в изображении $P(x)$.

Основные выводы заключаются в следующем. 1) Отношение S/N достигает максимума при $R = R_0 \equiv ax_0$, где x_0 — решение уравнения (26). 2) Для слабых объектов радиус оптимальной апертуры почти не зависит от q ; для ярких объектов R_0 монотонно растет с увеличением q . Скорость возрастания $R_0(q)$ особенно велика для объектов с малой концентрацией света (галактик). 3) Контраст изображения по отношению к фону на краю оптимальной апертуры мал для слабых объектов и стремится к 1 — для ярких. Таким образом, яркие объекты следует фотометрировать с такой апертурой, что на ее краю контраст изображения ~ 1 . 4) Фотометрирование изображений с апертурой, соответствующей заданному значению поверхностной яркости (или контраста по отношению к фону неба), заметно уступает по точности оптимальному, в особенности для протяженных объектов. 5) Точность измерений весьма существенно повышается с улучшением качества изображений.

Выполнены иллюстративные расчеты для гауссовского и экспоненциального профилей распределения яркости в изображении, а также профиля, описываемого законом де Вокулера.

Signal-to-noise S/N ratio is found at the image photometry with an arbitrary linear detector depending upon the image brightness relative to the background q , characteristic size of the image a , dark current of the detector d , radius of the used integration aperture $R = ax$ and light distribution in the image $P(x)$.

The main conclusions are as follows:

- 1) S/N ratio reaches maximum at $R = R_0 = ax_0$, where x_0 is the solution of the equation (26);
- 2) For faint objects a radius of the optimum aperture R_0 is almost independent upon q . The value of $R_0(q)$ grows fast especially for the objects with small light concentration (galaxies);
- 3) An image contrast relative to the background on the edge of the optimum aperture is weak for faint objects and strives for 1 for the bright ones. Thus, bright objects should be photometered with the aperture, at the edge of which an image contrast is ~ 1 ;
- 4) Image photometry with an aperture corresponding to the given value of the surface brightness (or the contrast relative to the sky background) yields noticeably in accuracy to the optimum one, especially for the extended objects;
- 5) Measurement accuracy increases essentially with the image quality improvement.

Illustrative calculations for Gaussian and exponential brightness distribution profiles in the image and also for the profile, described by the Voculer law, are made.

1. Введение. При оценке потока излучения от протяженного источника (в частности, при фотометрировании звездного изображения) необходимо: 1) задать контур, в пределах которого производится регистрация излучения; 2) в пределах этого контура определить суммарное число событий, обусловленных как излучением от объекта, так и темновыми и фоновыми событиями; 3) вычесть из предыдущей величины оценку числа фоновых и темновых событий на заданной площади приемника. Указанная процедура имеет место независимо от характера проводимых измерений: при измерениях на эмульсии с микрофотометром, прямых наблюдениях на телескопе с фотометром, регистрации изображений с многоканальными электронными устройствами и пр. Первая часть процедуры, т. е. задание размеров апертуры интегрирования, производится обычно на основании ряда пробных измерений.

Легко видеть, что для данных условий наблюдений существует некоторый оптимальный размер апертуры интегрирования. Действительно, при слишком малой апертуре интегрирования незначителен и сигнал, т. е. число событий, обусловленных излучением объекта, а при большой — велик шум, обусловлен-

ный фоновыми событиями. Таким образом, оптимальная апертура интегрирования характеризуется максимальным отношением сигнала к шуму для данного объекта.

Вопросам выбора апертуры интегрирования при наблюдениях протяженных объектов посвящено несколько исследований. Применительно к фотоэлектрическим измерениям с фотометром задача рассматривалась Халиуллиной, Халиуллиным и Черепашуком [1], расчеты которых показали существование оптимального диаметра диафрагмы при наблюдении звезд. Ирвин и Холл [2] полагают, что при наблюдении слабых объектов следует интегрировать по возможно меньшей площади (это противоречит выводам настоящей работы). Наконец, в недавней работе Филлипса [3] диаметр оптимальной апертуры интегрирования определяется для ситуации, когда темновыми событиями и шумом, связанным с сигналом, можно пренебречь, что соответствует предельному случаю $q=0$, $d=0$ настоящей работы. Заметим, что указанному предельному случаю отвечает малореальное заключение [3] о независимости размеров оптимальной апертуры от яркости объекта.

В данной работе вопрос о размерах оптимальной апертуры интегрирования рассматривается безотносительно к типу приемника излучения; требуется лишь, чтобы его реакция линейно зависела от входного потока. Для упрощения выкладок предполагается, что изображение объекта обладает круговой симметрией. Иллюстративные расчеты, как и в работах [2, 3], выполнены для гауссовского и экспоненциального профилей изображения $\varphi(r)$, а также профиля, описываемого законом де Вокулера [4], что приблизительно соответствует наблюдениям звезд, спиральных и эллиптических галактик. Получены общие соотношения, определяющие диаметр оптимальной апертуры интегрирования, приведены конкретные оценки эффективности ее использования в разных случаях, оценивается точность, отвечающая применению оптимальной и «изофотной» апертуры.

Подчеркнем еще раз, что используемый нами подход справедлив при рассмотрении приемников излучения, реакция которых линейно связана со входным потоком излучения, а статистика событий определяется законом Пуассона. С хорошим приближением такими приемниками можно считать, в частности, фотоэлектронный умножитель и приемники с ПЗС-структурой. Для фотографической эмульсии, как известно, имеют место отклонения от линейности, поэтому приводимые ниже примеры фотографической регистрации изображений носят преимущественно иллюстративный характер; они справедливы лишь в той мере, в которой фотоэмульсию можно считать линейным приемником. Более полное исследование оптимальной процедуры регистрации фотографических изображений мы предполагаем провести в дальнейшем.

2. Отношение сигнала к шуму. Найдем отношение сигнала к шуму S/N для объекта с заданным распределением яркости, изображение которого регистрируется с круговой апертурой радиуса R . Введем следующие обозначения: H , фот — число фотонов от объекта, поступивших за время экспозиции t на приемник; $\varphi(r)ds$ — вероятность того, что фотон от объекта попадет на площадку ds , расположенную на расстоянии r от центра изображения; η (событий/фотон) — квантовая эффективность приемника; $n_s(r)$ (см^{-2}) — плотность на приемнике числа событий, обусловленных излучением объекта; $n_b(r)$ (см^{-2}) — плотность событий, обусловленных фоном неба; n_d — накопленное за время экспозиции число темновых событий приемника.

Профиль изображения объекта $\varphi(r)$ по определению удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^{\infty} \varphi(r) \cdot 2\pi r dr = 1. \quad (1)$$

Если ввести среднеквадратический радиус изображения

$$a \equiv \left[\int_0^{\infty} r^2 \cdot 2\pi r \varphi(r) dr \right]^{1/2}, \quad (2)$$

то рассматриваемые ниже в качестве примеров три вида профилей изображения можно представить следующим образом:

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{1}{\pi a^2} e^{-r^2/a^2}; & \text{(G)} \\ \frac{3}{\pi a^2} e^{-r\sqrt{6}/a}; & \text{(E)} \\ \frac{6435}{\pi a^2} e^{-\alpha (r/a)^{1/4}}, \quad \alpha = \left(\frac{15!}{7!}\right)^{1/8} \approx 11.2657, & \text{(V)} \end{cases} \quad (3)$$

где G, E и V обозначают профили Гаусса, экспоненциальный и де Вокулера соответственно. Рассматриваемый часто в качестве параметра радиус $R_{1/2}$, в пределах которого содержится половина потока от объекта, связан со среднеквадратическим радиусом a соотношениями

$$R_{1/2} \approx \begin{cases} 0.8326a; & \text{(G)} \\ 0.6852a; & \text{(E)} \\ 0.2148a. & \text{(V)} \end{cases} \quad (4)$$

Радиусу диафрагмы a отвечает доля потока, приблизительно равная 0.63, 0.70 и 0.87 для G-, E- и V-профилей соответственно. Строгое равенство $R_{1/2} = a$ выполняется для конечного диска постоянной поверхностной яркости.

Полное число событий \mathcal{N} , зарегистрированных в круге радиуса R , равно

$$\mathcal{N} = \int_0^R [n_s(r) + n_b(r)] \cdot 2\pi r dr + n_d; \quad (5)$$

среднее значение

$$\langle \mathcal{N} \rangle = \lambda = H_\pi P_R + \pi R^2 \bar{n}_b + \bar{n}_d, \quad (6)$$

где

$$P_R = \int_0^R \varphi(r) \cdot 2\pi r dr \quad (7)$$

— доля потока от объекта в круге радиуса R ; средняя плотность событий фона принята равной постоянной: $\langle n_b(r) \rangle = \bar{n}_b = \text{const}$, а $\bar{n}_d = \langle n_d \rangle$.

Для линейных приемников излучения распределения случайных величин $n_s(r)$, $n_b(r)$ и n_l близки к пуассоновским распределениям с соответствующими параметрами, поэтому и распределение \mathcal{N} можно считать пуассоновским со средним (6). Наша ближайшая задача — найти оценку $\hat{\lambda}$ этого среднего по наблюдаемому значению \mathcal{N} . Известно (см., например, [5, с. 362]), что оценкой максимального правдоподобия параметра пуассоновского распределения является полученное из опыта число событий, т. е. $\hat{\lambda} = \mathcal{N}$. Из этого равенства и (6) следует:

$$\hat{H} = \frac{1}{\pi P_R} [\mathcal{N} - \pi R^2 \bar{n}_b - \bar{n}_d], \quad (8)$$

что и является оценкой максимального правдоподобия для числа фотонов от объекта H , поступивших на приемник за время экспозиции t . Смысл \hat{H} в (8) полностью соответствует тем трем стадиям в процессе нахождения оценки потока, о которых говорилось в § 1.

Нетрудно убедиться, что \hat{H} является несмещенной оценкой, т. е. $\langle \hat{H} \rangle = H$, а дисперсия отношения \hat{H}/H равна

$$\text{Var}(\hat{H}/H) = \frac{H_\pi P_R + \pi R^2 \bar{n}_b + \bar{n}_d}{(H_\pi P_R)^2}. \quad (9)$$

В качестве сигнала S при измерении объекта следует, как обычно, принять среднее значение оценки числа фотонов $S = \langle \hat{H} \rangle = H$, а в качестве шума N — ее

стандартное отклонение $N \equiv [\text{Var}(\hat{H})]^{1/2}$. Таким образом, искомое отношение сигнала к шуму равно

$$S/N = [\text{Var}(\hat{H}/H)]^{-1/2} = \frac{H_\eta P_R}{\sqrt{H_\eta P_R + \pi R^2 \bar{n}_b + \bar{n}_d}}. \quad (10)$$

Введем параметры, которые будут играть важную роль в дальнейшем рассмотрении:

$$B = \sqrt{\pi a^2 \bar{n}_b}; \quad q = \frac{H_\eta}{\pi a^2 \bar{n}_b}; \quad d = \frac{\bar{n}_d}{\pi a^2 \bar{n}_b}, \quad (11)$$

где a — среднеквадратический радиус изображения (2). Параметры B^2 , q и d характеризуют соответственно яркость фона, яркость объекта относительно фона и роль темновых событий приемника относительно фона (см. § 3). Переходя к безразмерному радиусу апертуры интегрирования $x = R/a$ и обозначая посредством

$$P(x) \equiv P_{ax} = \int_0^{ax} \varphi(r) \cdot 2\pi r dr \quad (12)$$

долю потока от объекта в круге радиуса $R = ax$, находим окончательно:

$$S/N = BU(x), \quad (13)$$

где

$$U(x) = \frac{qP(x)}{\sqrt{qP(x) + x^2 + d}}. \quad (14)$$

Заметим, что для линейных приемников $\bar{n}_b \propto t$ и, разумеется, $S/N \propto t^{1/2}$.

После нахождения S/N можно определить и относительную точность оценки числа фотонов $\delta\hat{H}/H = (S/N)^{-1}$, а также ошибку оценки видимой величины объекта при интегрировании с апертурой радиуса x :

$$\delta m(x) \approx 2.5 \lg e \frac{\delta\hat{H}}{H} \approx \frac{1.0857}{BU(x)}. \quad (15)$$

Таким образом, отношение S/N определяется, согласно (13) и (14), параметрами B , q , d и распределением света в изображении объекта $P(x)$. Для профилей (3) мы имеем из (12):

$$P(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2}; & \text{(Г)} \\ 1 - (1+t)e^{-t}, \quad t = x\sqrt{6}; & \text{(Е)} \\ 1 - e^{-z} \sum_{k=0}^7 \frac{z^k}{k!}, \quad z = ax^{1/4}. & \text{(V)} \end{cases} \quad (16)$$

Функция $U(x)$ представлена на рис. 1 для различных типов профилей при $q=3$ и $d=0, 10$. Аналогичный вид имеет зависимость S/N от радиуса апертуры интегрирования и при других значениях параметров.

3. Основные параметры. Для дальнейшего необходимо дать некоторые пояснения, касающиеся введенных выше параметров B , q , d , и рассмотреть возможности предварительной и фактической оценки их значений.

Параметр B равен среднеквадратической флуктуации числа фоновых событий в характерной площади изображения объекта, т. е. характеризует шум приемника. Фактическую оценку B , скажем, для данной фотопластинки можно получить, измерив в соответствии с (11) площадь изображения объекта πa^2 и плотность событий фона \bar{n}_b . Пусть, например, $\pi a^2 = (100 \text{ мкм})^2 = 10^{-4} \text{ см}^2$, $\bar{n}_b = 5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$ (обычно эмульсия содержит $\sim 10^7$ зерен/см²). Тогда из (11) находим $B = \sqrt{500} \approx 22.4$.

При планировании наблюдений необходимо знать предварительную оценку B . Обозначим через F , см, эквивалентное фокусное расстояние телескопа, D ,

см — его диаметр, N_0 , фот/(с·см²·Å) — плотность прошедшего через атмосферу потока от звезды 0-й величины, $\Delta\lambda$, Å — ширину исследуемого спектрального участка, μ_b , зв. вел./ср — поверхностную яркость ночного неба. Тогда

$$B^2 = N_0 \frac{\pi D^2}{4} \Delta\lambda \eta t \cdot 10^{-0.4\mu_b} \frac{\pi\beta^2}{4}, \quad (17)$$

где

$$\beta \equiv 2a/F \quad (18)$$

— угол, соответствующий среднеквадратичному диаметру изображения объекта. Заметим, что β в (17) можно задавать и в угловых секундах, если μ_b выражена в звездных величинах с квадратной секунды дуги. Полагая для фотографических наблюдений $N_0=10^3$ фот/(с·см²·Å), $D=100$ см, $\Delta\lambda=10^3$ Å, $\eta=0.002$, $t=3600$ с, $\mu_b=22^m/0$ /кв. с. дуги, $\beta=2''$, находим $B \approx 17$, что согласуется с нашей прежней оценкой. Для фотоэлектрической фотометрии звезд примем $\eta=0.05$ и не

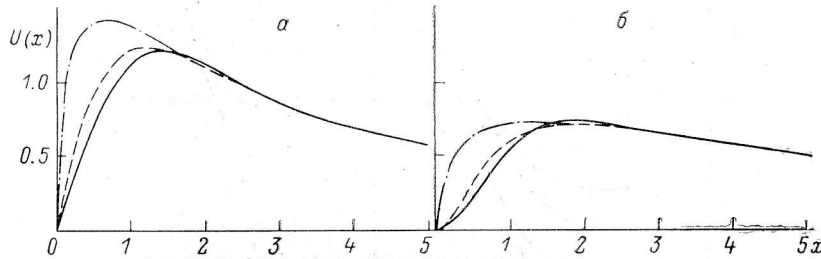


Рис. 1. Зависимость функции U (пропорциональной S/N) от радиуса апертуры $x=R/a$ для случаев $q=3$, $d=0$ (а) и $q=3$, $d=10$ (б).

Сплошная, штриховая линия и штрихпунктир соответствуют гауссовскому, экспоненциальному и вокулеровскому профилям.

будем конкретизировать продолжительность экспозиции t , с; тогда в прежних условиях $B \approx (2.0t)^{1/2}$.

Обратимся к нахождению значений q . Контраст объекта по отношению к фону на расстоянии r от центра изображения равен

$$C(r) \equiv \frac{H_{\eta\varphi}(r)}{\bar{n}_b} = q\pi a^2 \varphi(r), \quad (19)$$

так что q можно интерпретировать как контраст изображения на таком расстоянии r_1 от центра, которое удовлетворяет условию

$$\pi a^2 \varphi(r_1) = 1. \quad (20)$$

Соотношение

$$q = C(r_1) \quad (21)$$

может служить основой для экспериментального определения значений q . В частности, из (20) и (3) следует:

$$r_1 = \begin{cases} 0; & \text{(G)} \\ 0.4485a; & \text{(E)} \\ 0.3672a. & \text{(V)} \end{cases} \quad (22)$$

С другой стороны, контраст изображения в центре $C(0) = q\pi a^2 \varphi(0)$, откуда $q = C(0)$, $q = C(0)/3$, $q = C(0)/6435$ для G-, E- и V-профилей соответственно.

Предварительное значение q для объекта видимой величины m можно найти следующим образом. В обозначениях (17) имеем:

$$H = N_0 \frac{\pi D^2}{4} \Delta\lambda t \cdot 10^{-0.4m}, \quad (23)$$

так что из (11), (17) и (23) следует

$$q = \frac{10^{-0.4(m-\mu_b)}}{\pi\beta^2/4}, \quad (24)$$

где сохраняется условие относительно согласованности единиц измерения β и μ_b . Мы видим, что q есть разность эффективной поверхностной яркости объекта и поверхностной яркости фона неба. Пусть, например, наблюдаются звезды при $\beta=2''$ и $\mu_b=22^m0/\text{кв.с. дуги}$; тогда $m_s=20.8-2.5 \lg q$.

При наблюдениях галактик угловой диаметр β определяется обычно не качеством изображения, а характеристиками самих объектов; для близких галактик $\beta=2A/\Delta$, где A — среднеквадратичный линейный радиус галактики; Δ — расстояние до нее. Переходя в (24) от видимой величины галактики m

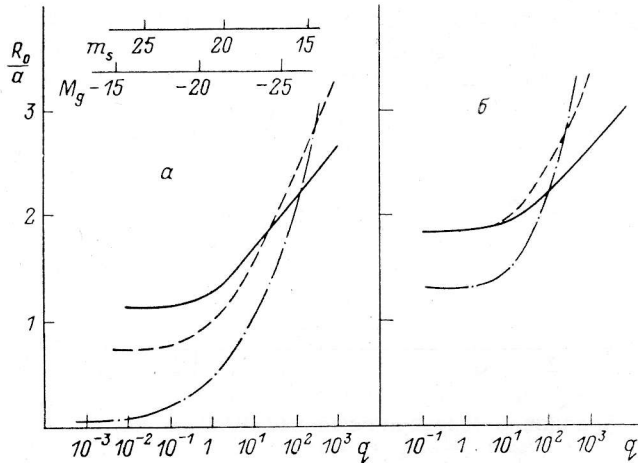


Рис. 2. Зависимость радиуса оптимальной апертуры $x_0=R_0/a$ от яркости объекта относительно фона q при $d=0$ (а) и $d=10$ (б).

Обозначения те же, что на рис. 1.

к ее абсолютной величине M_g по стандартной формуле, получим для близких галактик

$$q = \frac{10^{-0.4(M_g - M_b + 10)}}{\pi A_{\text{внк}}^2}, \quad (25)$$

где M_b измеряется в звездных величинах на стерадиан. В частности, при $M_b = -4^m57/\text{ср}$ (что соответствует $22^m0/\text{кв.с.}$) и $A_{\text{внк}}=10.0$, имеем: $M_g \approx -20.8 - 2.5 \lg q$. Из (24) нетрудно получить выражение, аналогичное (25), и для далеких галактик, когда следует принимать во внимание космологические эффекты.

Что касается параметра $d \equiv \bar{n}_d/B^2$, то он мал при фотографических измерениях, однако может достигать значений ~ 1 при фотоэлектрической фотометрии. Например, темновой ток неохлажденных фотоумножителей типа ФЭУ-79 составляет единицы импульсов в секунду, так что $\bar{n}_d \approx 1t$ — величина того же порядка, что и найденное выше значение $B^2 \approx 2t$ для наблюдений на 1-м телескопе.

4. Оптимальная апертура интегрирования. Расчеты § 2 согласуются с предположением, что для всяких q и d существует оптимальное значение радиуса апертуры интегрирования $x_0 = x_0(q, d)$, для которого отношение S/N достигает максимума. Дифференцируя (14), находим, что максимум достигается при

$$\frac{x}{P'(x)} - \frac{x^2 + d}{P(x)} = \frac{q}{2}, \quad (26)$$

так что $x_0(q, d)$ есть корень уравнения (26). Заметим, что x_0 не зависит от времени накопления, а при малом темновом токе — и от квантовой эффективности приемника. При использовании оптимальной апертуры интегрирования $R_0 =$

$=ax_0$, $U(x_0)=U_{\max}$, и ошибка оценки видимой величины объекта достигает, согласно (15), минимального значения:

$$\delta m_0 \approx 1.0857/[BU(x_0)]. \quad (27)$$

Для профилей (3) распределение яркости в изображении определяется соотношениями (16), и (26) принимает вид:

$$\begin{cases} (e^{x^2} - 1)(1 - qe^{-x^2}) = 2(x^2 + d); & (G) \\ (e^t - 1 - t)(1 - 3qe^{-t}) = t^2 + 6d, t = x\sqrt{6}; & (E) \\ \frac{e^{ax^{1/4}}}{6435} - \frac{2(x^2 + d)}{P(x)} = q. & (V) \end{cases} \quad (28)$$

причем $P(x)$ в последнем уравнении дана формулой (16₃). Решения (28) при $d=0$ и 10 представлены на рис. 2, где шкалы m_s и M_g соответствуют (24) и (25) при $\beta_s=2''$, $\mu_b=22^m/кв. с.$, $A=10$ кпк. Таблица содержит значения $x_0(q)$ при $d=0$.

Поскольку общее решение при отличном от нуля темновом токе не содержит принципиальных отличий от случая $d=0$, мы ограничимся в дальнейшем рассмотрением лишь последнего случая.

Зависимость $x_0(q)$ при $d=0$ для гауссовского (G), экспоненциального (E) и вокулеровского (V) профилей

q	$x_0(q)$			q	$x_0(q)$		
	G	E	V		G	E	V
0.001	1.1211	0.7326	0.0353	1.0	1.2713	0.9979	0.4495
0.01	1.1230	0.7367	0.0752	2.0	1.3625	1.1341	0.5788
0.05	1.1312	0.7541	0.1389	5.0	1.5220	1.3629	0.7973
0.10	1.1411	0.7743	0.1834	10	1.6633	1.5670	1.0051
0.20	1.1597	0.8104	0.2420	100	2.1670	2.3730	2.0364
0.5	1.2079	0.8960	0.3460	1000	2.6309	3.2773	3.7774

Прежде всего обратим внимание на то обстоятельство, что для объектов малой яркости ($q \leq 1$) размер оптимальной апертуры интегрирования слабо зависит от q . Начиная с некоторого значения относительной яркости q оптимальный размер апертуры интегрирования следует оставить неизменным. Из (28) следует, что предельное при $q \rightarrow 0$ значение

$$x_0(0, 0) \equiv x_0^{min} \approx \begin{cases} 1.1209; & (G) \\ 0.7321; & (E) \\ 0.0353 & (V) \end{cases} \quad (29)$$

возрастает с увеличением компактности изображения. Возрастает при этом и доля потока в минимальной апертуре интегрирования

$$P(x_0^{min}) \approx \begin{cases} 0.7153; & (G) \\ 0.5352; & (E) \\ 0.1214. & (V) \end{cases} \quad (30)$$

Для ярких объектов размер оптимальной апертуры интегрирования, как и следовало ожидать, монотонно растет с ростом относительной яркости q ; асимптотика при $q \gg 1$ имеет вид:

$$x_0(q, 0) \approx \begin{cases} (\ln q)^{1/2} & (G) \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \ln(3q); & (E) \\ \left[\frac{1}{a} \ln(6435q) \right]^4. & (V) \end{cases} \quad (31)$$

Естественно также и различие скорости возрастания радиуса оптимальной апертуры интегрирования x_0 с ростом q для разных профилей изображения: для объекта с малой концентрацией света даже незначительное повышение яркости приводит к «проявлению» далеких крыльев изображения, что вынуждает значительно увеличить размер апертуры интегрирования.

На рис. 3 представлена в качестве примера ошибка оценки видимой величины звезды при фотографических наблюдениях $\delta m_0(q)$, вычисленная по формуле (27) при $B=22^m.4$ (см. § 3). Мы видим, что даже применение оптимальной апертуры интегрирования не позволяет в данном случае фотографировать звезды яркости $q \leq 1$ с точностью выше $\sim 0^m.1$. Согласно (11) и (27), точность измерений можно повысить, увеличивая \bar{n}_b , т. е. информационную емкость эмульсии. Этот вывод согласуется с известным фактом существенного увеличения отношения S/N при использовании мелкозернистых эмульсий. Для фотоэлектрических наблюдений увеличение \bar{n}_b достигается путем увеличения продолжительности экспозиции.

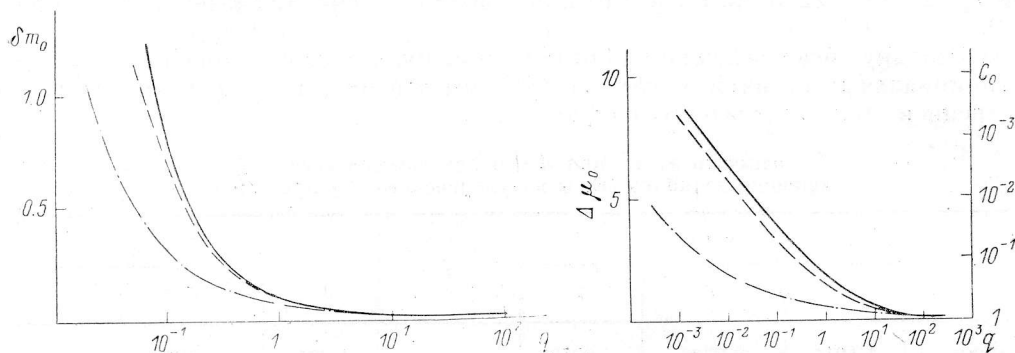


Рис. 3. Зависимость точности оценки видимой величины звезды δm_0 при фотографических наблюдениях от q .

Обозначения те же, что на рис. 1.

Рис. 4. Зависимость разницы поверхностных яркостей объекта и фона неба на краю оптимальной апертуры $\Delta \mu_0$ от q .

Обозначения те же, что на рис. 1.

Согласно (24), при наблюдении звездообразных объектов, т. е. когда β определяется атмосферой и оптикой телескопа, относительная яркость q быстро возрастает с улучшением качества изображения. Например, при уменьшении β на порядок (космический телескоп) q возрастает на два порядка, весьма значительно повышается точность наблюдений и в конечном счете предельная звездная величина (рис. 3).

5. Апертура, соответствующая заданной изофоте. Часто размер апертуры при фотометрировании объекта ограничивают таким образом, чтобы он соответствовал некоторому заданному значению контраста по отношению к фону C_* или, что эквивалентно, некоторой фиксированной изофоте с поверхностной яркостью $\mu_* = \mu_b - 2.5 \lg C_*$, где μ_b — поверхностная яркость неба. Возникает естественный вопрос: какова точность таких измерений по сравнению с измерениями, выполненными с оптимальной апертурой интегрирования.

Прежде чем дать ответ на поставленный вопрос, найдем контраст изображения на краю оптимальной апертуры интегрирования $C_0(q)$. Мы имеем

$$C_0(q) \equiv \frac{H \eta_{\varphi}^2(R_*)}{\bar{n}_b}, \quad (32)$$

так что из (3), (11) и (32) следует:

$$C_0(q) = \begin{cases} qe^{-x_0^2(q)}; & (G) \\ 3qe^{-x_0(q)\sqrt{6}}; & (E) \\ 6435qe^{-\alpha[x_0(q)]^{1/4}}. & (V) \end{cases} \quad (33)$$

На рис. 4 представлены значения разницы поверхностных яркостей объекта и фона неба на краю оптимальной апертуры, т. е. $\Delta \mu_0 \equiv -2.5 \lg C_0(q)$, в зависимости от q для трех рассматриваемых профилей. Прежде всего следует обратить внимание, что $\Delta \mu_0$ не остается постоянным при изменении относительной яркости объекта: для слабых объектов контраст на краю оптимальной апертуры очень мал, а для ярких — стремится к 1. Таким образом, яркие объекты следует фотометрировать с апертурой такого размера, что на ее краю контраст изображения по отношению к фону $C_0 \approx 1$. Отметим также, что при фотометрировании объектов с малой концентрацией света краевой контраст должен быть выше.

Обратимся теперь к измерениям с апертурой, соответствующей некоторой заданной разности $\mu_* - \mu_0 \equiv \Delta \mu_* = -2.5 \lg C_*$, где контраст C_* связан с «изофотным» радиусом апертуры уравнением

$$\varphi(R_*) = \frac{C_*}{q\pi a^2}, \quad (34)$$

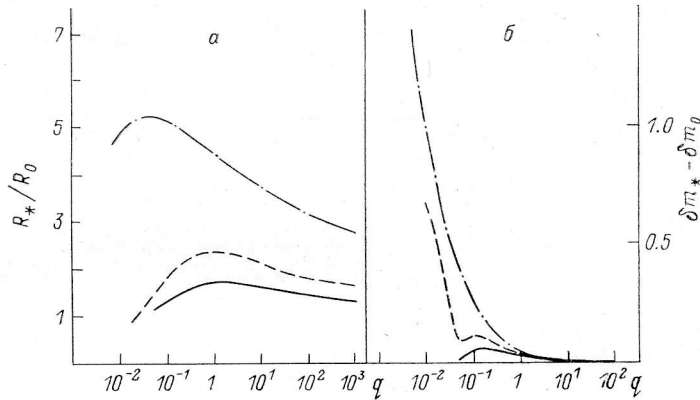


Рис. 5. Отношение «изофотного» R_* и оптимального R_0 радиусов апертуры (а) и потеря прочности при фотометрировании по заданной изофоты (б) в зависимости от q .

Обозначения те же, что на рис. 1.

следующим из (19). Подставляя сюда $\varphi(R_*)$ из (3), получаем для $x_* = R_*/a$:

$$x_*(q) = \begin{cases} [\ln(q/C_*)]^{1/2}, & q \geq C_*; & (G) \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \ln(3q/C_*), & q \geq C_*/3; & (E) \\ \left[\frac{1}{2} \ln(6435q/C_*) \right]^4, & q \geq C_*/6435. & (V) \end{cases} \quad (35)$$

Неравенства в (35) означают, что возможные значения контраста на краю апертуры не должны превосходить контраста в центре изображения объекта.

Сопоставляя «изофотный» радиус $x_*(q)$ с оптимальным радиусом апертуры для ярких объектов $x_0(q, 0)$, т. е. (35) и (31), мы приходим к уже сформулированному выше заключению: для ярких объектов следует выбирать апертуру так, чтобы выполнялось условие $C^* = 1$. Если же, как это обычно делается, все объекты независимо от их яркости измерять до одного и того же значения контраста C_* , то будет внесена некоторая дополнительная ошибка по сравнению с ошибкой для оптимальной апертуры. Предположим, например, что на фотопластинке принято $C_* = 0.01$, т. е. объект измеряется до уровня поверхностной яркости, на 5^m превосходящего уровень фона неба. На рис. 5 представлены вычисленные для этого случая значения отношения «изофотного» и оптимального радиусов апертуры, а также соответствующая разница точностей оценки видимой величины. При расчетах $\delta m_* - \delta m_0$ вновь принято $B = 22^m$, однако данные нетрудно пересчитать для других условий наблюдения ($\delta m \propto B^{-1}$).

Из рис. 5 следует, что размер «изофотной» апертуры в данном случае неоправданно велик. Это приводит к внесению значительных ошибок, особенно

для изображений с малой концентрацией света, в частности, галактик. Можно показать, что применение апертуры некоторого фиксированного размера или апертуры, содержащей заданную долю потока, также существенно уступает по эффективности методу, связанному с использованием оптимальной апертуры.

Литература

1. Халиуллина А. И., Халиуллин Х. Ф., Черепашук А. М. Об эффективности фотоэлектрических наблюдений в зависимости от качества изображения // Астрон. журн. 1979. 56. С. 888—896.
2. Irwin M. J., Hall P. Intensity estimation from pixel data // Occ. Rep. of the Royal Obs., Edinburgh, 1983. Nr 10. P. 111—121.
3. Phillipps S. Optimum signal to noise ratios for observations of faint galaxies // Astron. and Astrophys. 1984. 136. P. 371—372.
4. Vaucouleurs G. de. // Ann. Ap. 1948. 11. P. 247.
5. Уилкс С. Математическая статистика. М.: Мир, 1967.
6. Proc. of the Workshop on Astronomical Measuring Machines. Occ. Rep. of the Royal Obs. Edinburgh, 1983. Nr 10.

Поступила в редакцию 30 мая 1986 г.
