

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОТЕЛЕСКОПОВ

Г. В. Кузнецова *

Рассмотрены пространственно-частотные характеристики некоторых типов радиоастрономических антенн с учетом распределения кросс-поляризации. Частотные характеристики антенн вычисляются по функциям корреляции поля в апертуре. Получены выражения для спектров элементов матрицы Мюллера, которые позволяют учесть влияние антенной системы на спектральные характеристики излучения.

The spatial-frequency characteristics of some types of radioastronomical antennas are considered with allowance for the cross-polarization distribution. The frequency characteristics of antennas are calculated by the field correlation functions in the aperture. The relations for the spectra of the Müller matrix elements are obtained which enable one to allow for the influence of an antenna system on the spectral characteristics of radiation.

Источник радиоизлучения можно характеризовать пространственным спектром распределения радиояркости $\bar{T}_b(u, v)$ [1]. Этот исследуемый спектр преобразуется на выходе антенны радиотелескопа в спектр изображения

$$\bar{T}_a(u, v) = \bar{T}_b(u, v) \bar{A}(u, v), \quad (1)$$

где $\bar{A}(u, v)$ — пространственно-частотная характеристика радиотелескопа.

Для антенн с диаграммами направленности простой формы можно найти пространственно-частотную характеристику, произведя преобразование Фурье от диаграммы направленности по мощности. Для радиотелескопов со сложными антенными системами удобнее вычислять пространственно-частотную характеристику по функции корреляции поля в апертуре. Нормированная пространственно-частотная характеристика вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{A}(u, v) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x/\lambda - u, y/\lambda - v) E^*(x/\lambda, y/\lambda) dx dy : \\ &: \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x/\lambda, y/\lambda) E^*(x/\lambda, y/\lambda) dx dy, \end{aligned} \quad (2)$$

где $E(x/\lambda, y/\lambda)$ — распределение поля в апертуре антенны.

Известно, что источник излучения полностью характеризуется четырьмя параметрами Стокса: I_0, Q_0, U_0, V_0 [2, 3]. Выходной сигнал радиотелескопа соответственно характеризуется параметрами $I_{\text{вых}}, Q_{\text{вых}}, U_{\text{вых}}, V_{\text{вых}}$. Связь между излучением на входе и сигналом на выходе радио-

* Сотрудник Ленинградского электротехнического института им. Ульянова (Ленина).

телескопа для точечного источника можно представить, согласно [4], в виде

$$\begin{vmatrix} I_{\text{вых}} \\ Q_{\text{вых}} \\ U_{\text{вых}} \\ V_{\text{вых}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_0 \\ Q_0 \\ U_0 \\ V_0 \end{vmatrix}, \quad (3)$$

$$S_{\text{вых}} = MS_0, \quad (4)$$

где M — приборный оператор, или матрица Мюллера. Матрица Мюллера характеризует свойства антенны. Выражения для 16 элементов матрицы Мюллера даны в [5].

Связь входных и выходных параметров Стокса в случае протяженного источника будет выражаться [6] интегральными уравнениями

$$\begin{aligned} I_{\text{вых}}(\theta, \Phi) &= \int \int M_{11}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) I_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{12}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) Q_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{13}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) U_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{14}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) V_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi \\ Q_{\text{вых}}(\theta, \Phi) &= \int \int M_{21}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) I_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{22}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) Q_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{23}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) U_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{24}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) V_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi \\ U_{\text{вых}}(\theta, \Phi) &= \int \int M_{31}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) I_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{32}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) Q_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{33}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) U_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{34}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) V_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi \\ V_{\text{вых}}(\theta, \Phi) &= \int \int M_{41}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) I_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{42}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) Q_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{43}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) U_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi + \\ &+ \int \int M_{44}(\theta - \nu, \Phi - \varphi) V_0(\theta, \Phi) d\nu d\varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь интегрирование производится по всей области, занятой источником. Произведя в (5) двумерное преобразование Фурье, получим

$$\bar{S}_{\text{вых}} = \bar{M}\bar{S}_0. \quad (6)$$

\bar{M} является пространственно-частотной характеристикой антенны. Поляризация излучения источника предполагается произвольной.

Найдем элементы первого столбца матрицы, которые связывают параметры выходного сигнала с параметром I_0 неполяризованного входного излучения. Воспользовавшись соответствующими выражениями из [5], получим

$$\begin{aligned}\bar{M}_{11} &= B_1 [(\overline{f_x f_x^*} + \overline{f_{yx} f_{yx}^*}) + (\overline{f_{xy} f_{xy}^*} + \overline{f_y f_y^*})], \\ \bar{M}_{21} &= B_1 [(\overline{f_x f_x^*} + \overline{f_{yx} f_{yx}^*}) - (\overline{f_{xy} f_{xy}^*} + \overline{f_y f_y^*})], \\ \bar{M}_{31} &= B_1 [(\overline{f_x^* f_{xy}} + \overline{f_{xy}^* f_{yx}}) + (\overline{f_y f_{yx}^*} + \overline{f_{yx} f_y^*})], \\ \bar{M}_{41} &= B_1 [j(\overline{f_x^* f_{xy}} - \overline{f_{xy}^* f_x}) + j(\overline{f_y f_{yx}^*} - \overline{f_{yx} f_y^*})].\end{aligned}\quad (7)$$

Здесь f_x, f_y, f_{xy}, f_{yx} характеризуют диаграммы направленности антенны по полю для основной поляризации и кросс-поляризации для ортогональных составляющих входного поля; B_1 — постоянная величина, определяемая усилением антенны; $\bar{M}_{21}, \bar{M}_{31}$ являются параметрами линейной паразитной поляризации в пространственно-частотной характеристике антенны; \bar{M}_{41} — параметр круговой паразитной поляризации.

Воспользовавшись теоремой о Фурье-преобразовании свертки, выразим элементы $\bar{M}_{11}, \bar{M}_{21}, \bar{M}_{31}, \bar{M}_{41}^*$ через функции корреляции поля в апертуре:

$$\begin{aligned}\bar{M}_{11} &= B [(E_x \star E_x^* + E_{yx} \star E_{yx}^*) + (E_{xy} \star E_{xy}^* + E_y \star E_y^*)], \\ \bar{M}_{21} &= B [(E_x \star E_x^* + E_{yx} \star E_{yx}^*) - (E_{xy} \star E_{xy}^* + E_y \star E_y^*)], \\ \bar{M}_{31} &= B [(E_x^* \star E_{xy} + E_{xy}^* \star E_x) + (E_y \star E_{yx}^* + E_{yx} \star E_y^*)], \\ \bar{M}_{41} &= B [j(E_x^* \star E_{xy} - E_{xy}^* \star E_x) + j(E_y \star E_{yx}^* - E_{yx} \star E_y^*)],\end{aligned}\quad (8)$$

где E_x, E_y — распределение поля основной поляризации в апертуре антенны для x -й и y -й составляющих входного поля; E_{xy}, E_{yx} — распределение поля кросс-поляризационной компоненты для тех же составляющих входного поля; значок \star означает операцию корреляции.

Определим пространственно-частотные характеристики для некоторых антенн, применяемых в радиоастрономии. Для этого сначала зададимся распределением поля в апертуре антенны в виде

$$E_x = 1, E_y = 1, E_{xy} = \beta xy/a^2, E_{yx} = \beta xy/a^2, \quad (9)$$

где β определяет величину кросс-поляризационной составляющей в апертуре и всегда меньше единицы; $2a$ — размер антенны (в длинах волн). Распределение такого вида соответствует осесимметричным антеннам типа параболоида вращения. Подставив (9) в (8) и считая, что антенна имеет квадратную апертуру, получим

$$\begin{aligned}\bar{M}_{11} &= (2a - u)(2a - v) \{1 + 4\beta^2 [1 - u/a \cdot (u/a + 1)][1 - v/a \cdot (v/a + 1)]\}, \\ \bar{M}_{21} &= 0, \\ \bar{M}_{31} &= \beta/2a^2 \cdot uv(2a - u)(2a - v), \\ \bar{M}_{41} &= 0.\end{aligned}\quad (10)$$

Из (10) видно, что в антенне типа параболоида вращения нет круговой паразитной поляризации ($\bar{M}_{41} = 0$). Параметр линейной паразитной поляризации \bar{M}_{31} максимален при $u = a$ и $v = a$ и равен нулю при $u = 0, v = 0$.

* Остальные элементы матрицы могут быть определены аналогичным образом с использованием выражений, полученных в [5].

На рис. 1 приведены зависимости \bar{M}_{11} и \bar{M}_{31} от v при различных u , а на рис. 2 даны пространственно-частотные характеристики антенны типа параболоида вращения, нормированные к $\bar{M}_{11}(0,0)$.

Зададимся распределением поля в апертуре антенны в виде

$$E_x = 1, E_y = 1, E_{yx} = \alpha \cdot x/a, E_{xy} = -\alpha \cdot x/a. \quad (11)$$

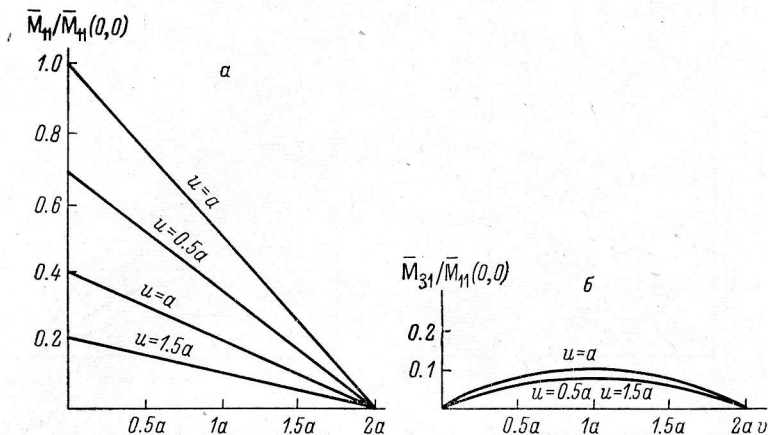


Рис. 1. Зависимости \bar{M}_{11} (а) и \bar{M}_{31} (б) от v при различных u .

Такой характер имеет распределение поля в несимметричных антеннах типа антенны переменного профиля [7, 8] и рупорно-параболической антенны при равномерном облучении. Для антенны переменного профиля для

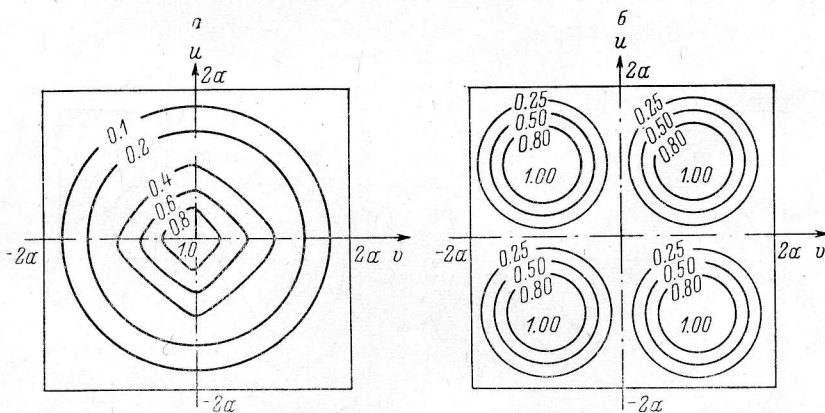


Рис. 2. Пространственно-частотные характеристики антенны типа параболоида вращения с квадратной апертурой.

а — $\bar{M}_{11}/\bar{M}_{11}(0,0)$, б — $0.15 \cdot \bar{M}_{31}/\bar{M}_{11}(0,0)$.

не слишком больших углов места ($< 20 \div 30^\circ$) апертуру можно считать прямоугольной с размерами $2a \times 2b$. Подставив (11) в (8), получим

$$\begin{aligned} \bar{M}_{11}(u, v) &= \{(2a - u) + (\alpha^2/3)(2a - u)[1 - u/a - u^2/2a^2]\}(2b - v), \\ \bar{M}_{21}(u, v) &= 0, \\ \bar{M}_{31}(u, v) &= 0, \\ \bar{M}_{41}(u, v) &= -j(\alpha/a)u(2a - u)(2b - v), \end{aligned} \quad (12)$$

где $2a$ и $2b$ — соответственно горизонтальный и вертикальный размеры антенны (в длинах волн).

На рис. 3 приведены зависимости \bar{M}_{11} от u при различных v и \bar{M}_{41} от u при различных v . Из (12) видно, что в антенне переменного профиля отсутствует линейная паразитная поляризация ($\bar{M}_{21} = \bar{M}_{31} = 0$). Круговая

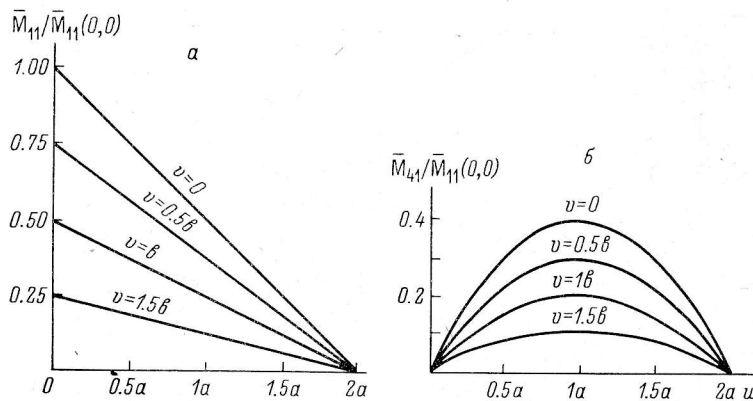


Рис. 3. Зависимости M_{11} (а) и M_{41} (б) от u при различных v .

паразитная поляризация равна нулю при $u=0$, $v=0$ и максимальна при $u=a$, $v=0$ (в плоскости прохождения источника через диаграмму направленности антенны), что подтверждает и эксперимент [7]. На рис. 4 приведены пространственно-частотные характеристики элементов матрицы, нормированные к $\bar{M}_{11}(0, 0)$.

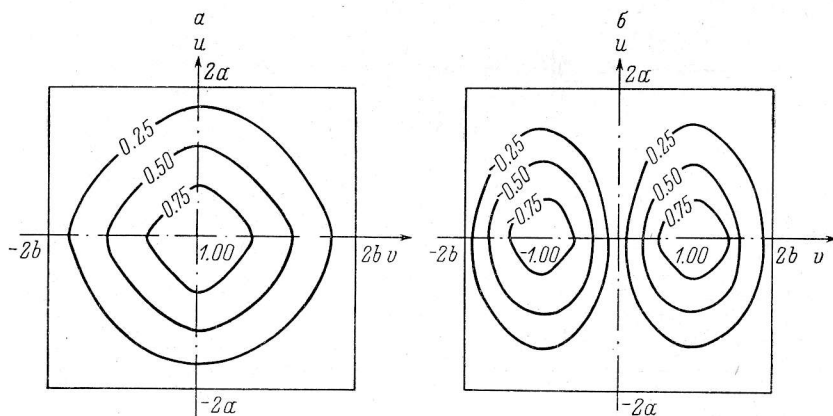


Рис. 4. Пространственно-частотные характеристики антенны переменного профиля, нормированные к $\bar{M}_{11}(0, 0)$.
а — $\bar{M}_{11}/\bar{M}_{11}(0, 0)$, б — $0.1 \cdot \bar{M}_{41}/\bar{M}_{11}(0, 0)$.

Проводились также расчеты для антенны с апертурой в виде замкнутого кольца. При условии создания равномерного распределения поля в апертуре при параллельных векторах поля пространственно-частотная характеристика имеет вид кривой с подъемом на границе области пропускаемых частот (см. рис. 5, сплошная линия). В этом случае элементы $\bar{M}_{21} = \bar{M}_{31} = \bar{M}_{41} = 0$.

При направлении вектора поля по радиусу апертуры (рис. 6) диаграмма направленности антенны имеет форму конуса с нулевым излучением по оси.

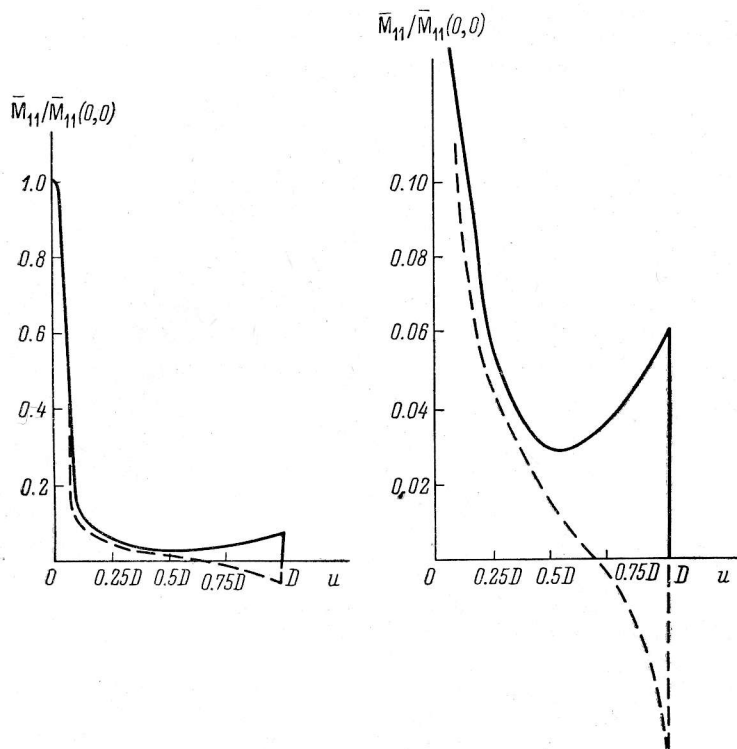


Рис. 5. Пространственно-частотные характеристики антенны с кольцевой апертурой в разных масштабах.

Сплошная линия — при равномерном облучении, штриховая линия — при радиальном распределении поля.

Вид пространственно-частотной характеристики в этом случае показан на рис. 5 (штриховая линия). Элементы \bar{M}_{21} , \bar{M}_{31} , \bar{M}_{41} оказались равными нулю, чего и следовало ожидать, так как система симметрична, а распределение поля по кольцевой апертуре радиальное.

Проведенные расчеты позволили сделать следующие выводы. Симметричные антенны с распределением поля в апертуре вида (9), как и следовало ожидать, не имеют в пространственно-частотной характеристике круговой паразитной поляризации ($\bar{M}_{41}=0$). Антенны с распределением поля в апертуре вида (11) не имеют в пространственно-частотной характеристике линейной паразитной поляризации ($\bar{M}_{21}=\bar{M}_{31}=0$). Антенна с апертурой в виде замкнутого кольца не имеет паразитной поляризации при условии идеально равномерного облучения или при радиальном распределении поля.

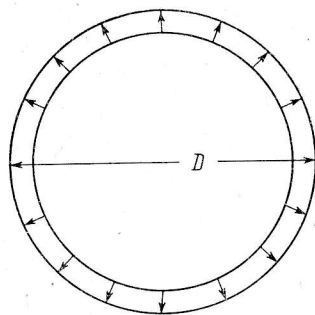


Рис. 6. Радиальное распределение поля в кольцевой апертуре.

Таким образом, с помощью вычисления функций автокорреляции и кросс-корреляции поля в апертуре получены пространственно-частотные характеристики некоторых видов антенн, применяемых в радиоастро-

номии. Указанный способ вычисления спектральных характеристик антенн достаточно прост и нагляден и может быть с успехом применен при спектральной обработке, которая используется в радиоастрономии.

Автор выражает глубокую благодарность Н. А. Есепкиной и Ю. Н. Парийскому за полезное обсуждение работы.

Литература

1. Р. Н. Брейсуэлл. Радиоастрономия. ИЛ, М., 1958.
2. С. Чандрасекар. Перенос лучистой энергии. ИЛ, М., 1953.
3. Э. О'Нейл. Введение в статистическую оптику. Изд-во «Мир», М., 1966.
4. Н. А. Есепкина, Изв. вузов. Радиофизика, 14, № 5, 1971.
5. Н. А. Есепкина, Астрофиз. исслед. (Изв. САО), 4, 157, 1972.
6. Г. В. Кузнецова, Изв. Глав. астрон. obs. в Пулкове, № 182, 6, 1967.
7. Г. В. Кузнецова, Н. С. Соболева, Изв. Глав. астрон. obs. в Пулкове, № 172, 3, 1964.
8. Н. А. Есепкина и др., Радиотехника и электроника, 6, № 3, 172, 1961.

Январь 1972 г.