

УДК 523.942;523.982

## СОЛНЕЧНОЕ ПЯТНО КАК УЕДИНЕННАЯ МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА: УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ

© 2008 А. А. Соловьев, Е. А. Киричек

Главная астрономическая обсерватория РАН, Пулково

Поступила в редакцию 26 июня 2007 г.; принята в печать 17 декабря 2007 г.

Описана простая энергетическая модель солнечного пятна как компактного магнитного образования, основной вклад в энергетику которого дает наиболее сжатая и холодная часть магнитной силовой трубки пятна на глубинах от величины вильсоновской депрессии (300–500 км) до 2–3 тыс. км. Проанализированы условия равновесия и устойчивости такой системы с использованием вариационного принципа. Исследованы колебания системы как целого около найденного положения равновесия. Показано, что пятно устойчиво в диапазоне напряженностей магнитного поля примерно между 0.8–1 и 4–5 кГс. Зависимость частоты собственных колебаний от величины магнитного поля  $\omega(B)$  рассчитана для основной колебательной моды, когда в колебаниях участвует только тень пятна  $\omega = \omega_1(B)$ . В случае, когда в колебательный процесс вовлекается и полутень, возможно появление нижних субгармоник  $\omega_2 = \omega_1/2$ ,  $\omega_3 = \omega_1/3$ . Теоретические кривые хорошо соответствуют наблюдательным данным, полученным в Пулково различными независимыми методами: по временным изменениям магнитного поля пятен и по измерениям лучевых скоростей. Периоды найденных осцилляций лежат в пределах от 40 до 200 минут.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Солнечное пятно — долгоживущее, четко локализованное и определенным образом структурированное образование, резко выделяющееся на фоне окружающей его фотосферы. Несмотря на наличие тонкой структуры формирующего его магнитного поля, а также неоднородностей температуры и скоростей в тени и полутени пятна, можно говорить об интегральных характеристиках солнечного пятна, о его равновесии и устойчивости в целом на языке средних по сечению пятна величин.

В рамках такой постановки задачи имеет смысл искать ответы на вопросы о том, в каких пределах величин напряженности магнитного поля глобальное равновесие пятна возможно в течение длительного времени, т. е. оно является достаточно устойчивым, возможны ли колебания солнечного пятна, как целого, около положения равновесия? Какие моды этих колебаний могут быть наблюдаемы? Какие параметры пятна могут быть определены по наблюдениям этих колебаний? Теоретически эти проблемы разрабатывались с начала 80-х годов [1, 2]. С наблюдательных позиций примерно с этого же времени данные вопросы поднимались в работах крымских (крутильные колебания пятен [3, 4]) и особенно пулковских астрономов ([5, 6] и др.). В последние годы решение этих вопросов стало особенно актуальным по ряду причин. Во-первых, развитие методов локальной гелиосейсмологии позволило “заглянуть” в подфотосферные

слои активной области, т. е. непосредственно под солнечные пятна [7, 8]. Выяснилось, что пятно, как область пониженной по сравнению с окружающей средой температуры и сильного магнитного поля проникает в конвективную зону на очень небольшую глубину, всего на 3–4 тысячи километров. В более глубоких слоях температура внутри магнитной силовой трубки, формирующей пятно, становится выше температуры окружающей конвективной зоны, и следовательно, сама эта трубка резко расширяется с глубиной вследствие соответствующего баланса давлений: газовое давление внутри магнитной трубки оказывается выше давления газа в окружающей среде. Этому расширению способствует и воздействие восходящих и очень резко расходящихся в стороны течений плазмы на глубинах около 4 тыс. км [7, 8] (см. рис. 1).

Таким образом, можно утверждать, что солнечное пятно — очень мелкое поверхностное образование, локальная перетяжка магнитного поля с максимумом напряженности в несколько кГс на глубине всего около 1–2 тыс. км (2 мегаметра (Мм)). Иными словами, пятно четко ограничено не только с боков, но и по глубине. Можно ввести понятие нижней магнитной границы пятна  $L$  как глубины того подфотосферного слоя, с которого магнитная силовая трубка пятна начинает резко расширяться с глубиной, так что вклад магнитной энергии, заключенной в области пространства

ниже  $L$ , в общую энергетику пятна становится пренебрежимо малым.

Малая глубина нижней магнитной границы солнечного пятна была в точности предсказана еще в 1984 г. в работе [1] по результатам анализа крутильных колебаний пятен [3, 4]. Простая механическая модель крутильных колебаний пары солнечных пятен в биполярной группе позволяет связать период наблюдаемых крутильных колебаний  $T$  (4–6 суток) со средней напряженностью магнитного поля в пятне  $B$  и с общей массой газа, участвующей в крутильных движениях. Это сразу дает по известным  $T$  и  $B$  оценку величины  $L$  (около 3 Мм [1]). Позже близкие оценки были получены в работах [9, 10].

Кроме крутильных мод, солнечное пятно в целом обнаруживает и другие типы колебаний. В частности, это вертикально-радиальные смещения плазмы в пятне с периодами от получаса до нескольких часов, теоретически описанные нами еще в 1984 [2] и в 1992 гг. [11]. В последние годы получены достаточно надежные, многочисленные и независимые данные о долгопериодических колебаниях солнечного пятна как целого (как для оптического, так для радиодиапазона) [12–16] и др. Эти факты также подтверждают высокую актуальность и значимость поставленных выше вопросов.

Сегодня наряду с традиционной сейсмологией пятен, изучающей высокочастотные колебания внутри тени солнечного пятна с периодами 3–5 минут [17–19] и др., можно говорить о формировании нового направления локальной сейсмологии — сейсмологии солнечных пятен, исследующей различные моды их собственных долгопериодических колебаний с периодами  $T$  от получаса до нескольких суток. Для этого имеется и серьезная наблюдательная база, и проверенная временем теоретическая модель пятна, доказавшая свою прогностическую силу. Необходимо отметить, что с наблюдательной точки зрения выявление долгопериодических колебаний пятен — значительно более сложная задача, чем исследование короткопериодических (с  $T$  около 3–5 минут) осцилляций. Колебания больших периодов невозможно обнаружить при кратковременных эпизодических сеансах наблюдений. Для этого требуются длительные (не менее 3–4 часов) непрерывные и однородные ряды наблюдений, которые можно получить лишь при постановке специальной исследовательской задачи и реализации соответствующей наблюдательной программы [6, 14–16].

Описание солнечного пятна в рамках сформулированного подхода проводится на основе энергетического вариационного принципа, изложенного в работах [20–22].

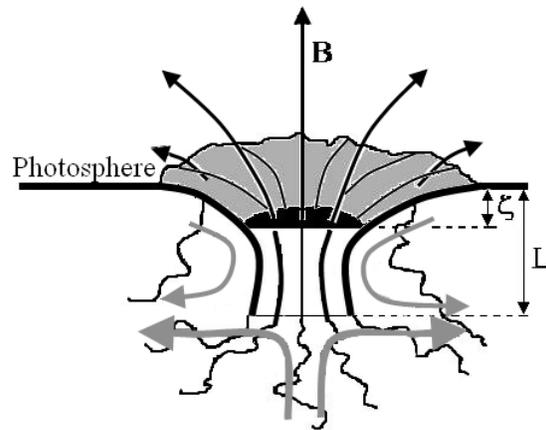


Рис. 1. Вертикальный разрез солнечного пятна. Толстые серые линии — течения вне пятна: сходящиеся при  $h < L$  и расходящиеся при  $h > L$ .

В данной работе мы опишем модель “мелкого” солнечного пятна и проведем сопоставление теоретически выведенной зависимости частоты собственных колебаний пятна от напряженности его магнитного поля с наблюдательными данными, полученными различными методами и различными независимыми наблюдателями.

## 2. УСРЕДНЕННАЯ МОДЕЛЬ “МЕЛКОГО” СОЛНЕЧНОГО ПЯТНА

На рис. 1 схематично представлена крупномасштабная структура магнитного поля типичного солнечного пятна с глубиной нижней магнитной границы пятна  $L$ . Здесь не отображена тонкая структура, филаментарные неоднородности магнитного поля внутри тени пятна, которые могут быть весьма существенными при описании короткопериодических 3–5-минутных осцилляций внутри силовой трубки пятна, но не имеют значения при глобальном энергетическом описании системы и анализе долгопериодических колебаний пятна как целого.

По данным локальной гелиосейсмологии важную роль играют крупномасштабные течения газа в области, окружающей пятно (рис. 1). На глубинах  $h < L$  эти течения сходятся к пятну и направлены вниз, а при  $h > L$  — меняют знак и резко расходятся в стороны. Скорости этих течений относительно невелики, не превышают 1 км/с, т. е. течения эти заведомо дозвуковые и поэтому они не вносят заметного вклада в общую энергетику пятна (их стабилизирующее влияние можно, например, учесть, вводя очень малые добавки в газовое давление внешней среды), но их роль очень важна, потому что они радикально влияют на геометрическую форму магнитного поля пятна, и в этом смысле их наличие в подфотосферных слоях — очень важный

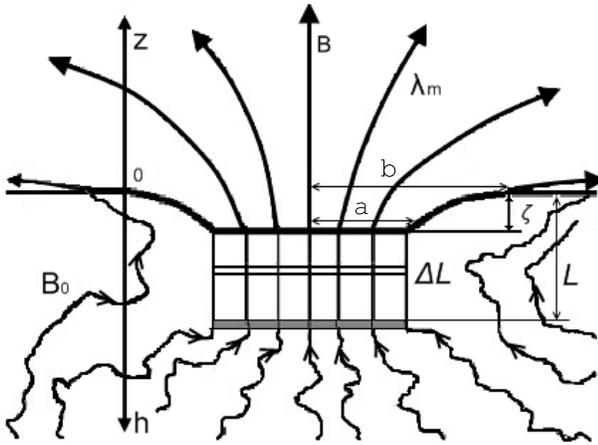


Рис. 2. Упрощенная модель пятна с цилиндрической средней частью его магнитной силовой трубки:  $a$  — радиус тени,  $b$  — радиус пятна с полутенью.

фактор, определяющий тип равновесия и устойчивость всей системы в целом.

Отметим основные особенности пространственного распределения магнитного поля пятна, носящие наиболее общий характер.

1. Быстрый спад напряженности магнитного поля над пятном (вертикальный градиент составляет около  $-1$  Гс/км).

2. Вильсоновская депрессия  $\zeta$  — понижение уровня наблюдаемых слоев пятна относительно фотосферы. Оно обусловлено резким расширением магнитной трубки пятна на ее верхнем конце (рис. 1). Величина понижения определяется напряженностью магнитного поля:  $\zeta(B) \approx 300 - -500$  км [2].

3. Наличие тонкого граничного слоя между магнитной силовой трубкой пятна и окружающей средой [2, 23–27]. Толщина этого слоя составляет всего около 100 км.

4. Полутень пятна является сугубо поверхностным образованием, ее вклад в энергетику пятна очень мал. В темных волокнах полутени магнитное поле прижато к поверхности течениями Эвершеда и образует с вертикалью угол, близкий к  $90^\circ$ . В светлых волокнах (т. е. фактически в подлежащей фотосфере) присутствует крупномасштабная составляющая магнитного поля, у которой угол наклона к вертикали составляет в полутени около  $50-60^\circ$ . Под полутенью это поле, прошедшее через вертикальный граничный слой в результате диффузии, запутано конвективными движениями плазмы, имеющими характерный пространственный масштаб около 1 Мм (рис. 1).

Упростим геометрию магнитного поля правильного круглого пятна, приняв, что на глубинах  $\zeta < h < L$  оно имеет однородное по высоте распределение:  $B_z = B$ ,  $B_r \approx 0$  (рис.2). Буквой

В обозначим среднюю величину магнитного поля в цилиндре и поле на верхнем срезе магнитной силовой трубки пятна, т. е. на глубине  $h = \zeta$ . Выше этого уровня магнитное поле достаточно быстро ослабевает с высотой.

Характерную величину внешнего поля в окружающей пятно фотосфере  $B_0$  (рис. 1, 2) примем равным 200–300 Гс. Течениями Эвершеда в тонких волокнах полутени будем пренебрегать. Веерообразную геометрию магнитного поля над солнечным пятном мы в энергетическом рассмотрении станем описывать следующим образом. Не детализируя структуру магнитного поля в этой области, т. е. не задавая какого-либо конкретного распределения вертикальной и радиальной составляющей поля над пятном, введем соответствующую вертикальному направлению обобщенную координату  $\lambda_m$  — магнитную шкалу высоты — таким образом, чтобы полная энергия магнитного поля во всей области пространства над пятном (здесь и ниже отмечаем ее звездочкой) выражалась формулой:

$$E_m^* = \frac{B^2}{8\pi} \pi a^2 \frac{\lambda_m}{2}. \quad (1)$$

Коэффициент  $1/2$  введен в (1) из соображений формального удобства только для того, чтобы численно величина  $\lambda_m$  оказалась ближе к шкале высоты для вертикальной составляющей магнитного поля при ее экспоненциальном убывании с высотой. Надо, однако, иметь в виду, что введенная определением (1) обобщенная координата  $\lambda_m$  не совпадает точно с указанной характеристикой. Если мы зададимся каким-то определенным пространственным распределением магнитного поля над пятном,  $B = \{B_r(r, z), 0, B_z(r, z)\}$ , в потенциальном или бессильном приближении и, рассчитав интеграл магнитной энергии, приведем его к виду (1), то  $\lambda_m$  окажется довольно сложной функцией ряда параметров, определяющих геометрию магнитного поля над пятном. Эти параметры, если с их помощью попытаться описать более или менее точно реальную структуру магнитного поля пятен, будут заметно варьироваться от пятна к пятну вследствие того, что в каждом пятне могут иметь место свои особенности: достаточно большие отклонения от осевой симметрии, вкрапления полей другой полярности и пр. Использование обобщенной координаты  $\lambda_m$  позволяет в данной модели отвлечься от этих многочисленных и разнообразных тонких различий между отдельными пятнами и обойтись только одной интегральной величиной.

На глубинах  $\zeta < h < L$  в пятне, очевидно, имеет место поперечный баланс давлений, когда разность

газовых давлений между пятном и внешней средой равна магнитному давлению:

$$P_{ex}(h) = P_{in}(h) + \frac{B^2}{8\pi}. \quad (2)$$

где  $P_{ex}$  — газовое давление вне пятна,  $P_{in}$  — то же в пятне и  $B^2/8\pi$  — магнитное давление.

Давление относительно слабого внешнего магнитного поля (равно как и динамическое давление крупномасштабных течений) на этих глубинах можно считать малой добавкой к газовому давлению внешней среды  $P_{ex}(h)$ . Известно [26, 27], что в наблюдаемых слоях пятна даже при наличии вертикального градиента поля всегда имеется такой уровень, на котором выполняется простой баланс давлений между окружающей средой и пятном, поэтому принимаемое нами огрубление магнитной структуры пятна выглядит вполне приемлемым.

На интервале глубин  $\zeta < h < L$  выполняется также условие равенства плотностей:  $\rho_{ex}(h) = \rho_{in}(h) = \rho(h)$ . Пользуясь указанными условиями, перепишем (2) для уровня  $\zeta = h$  в виде

$$P_{ex}(\zeta) = \frac{R\rho(\zeta)T_{S,ef}}{\mu} + \frac{B^2}{8\pi}, \quad (3)$$

где  $T_{S,ef}$  — эффективная температура пятна,  $\mu$  — молярная масса. Располагая численной моделью фотосферы и конвективной зоны [28, 29], можно рассчитать величину вильсоновской депрессии пятна как функцию магнитного поля  $\zeta(B)$ , если известно, как зависит эффективная температура пятна от напряженности его магнитного поля  $T_{S,ef}(B)$ . В качестве начального уровня, от которого идет отсчет глубин вниз, выбираем уровень фотосферы с оптической толщиной  $\tau \cong 1$ , где согласно [29] имеем:

$$P_{ex}(0) = 1.31 \times 10^5 \text{ дин/см}^2,$$

$$\rho(0) = 3.19 \times 10^{-7} \text{ г/см}^3,$$

$$T_{ex}(0) = 6390 \text{ К.}$$

В простейшем варианте можно принять, что для любого поля в пятне  $T_{S,ef} = const \cong 4000 - 4200 \text{ К}$ . В этом случае получается линейная зависимость [2]:  $\zeta(B) \cong 0.16(B - B_0)$ . Здесь  $B$  измеряется в кГс, а  $\zeta$  — в мегаметрах. Можно было бы ограничиться этим простым выражением для зависимости  $\zeta(B)$ , но с целью повышения точности модели мы предпочли использовать эмпирическую зависимость  $T_{S,ef}(B^2)$ , полученную в работе [30] (см. рис. 7 в [30]). Ее аналитическая аппроксимация, построенная нами, выглядит следующим образом:

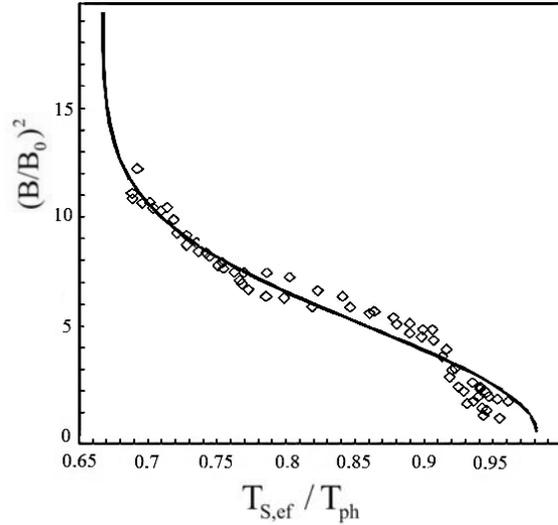


Рис. 3. Зависимость квадрата напряженности магнитного поля в пятне (отнормированного на  $B_0 = 0.25$  кГс, по оси ординат) от его эффективной температуры ( $T_{S,ef}/T_{ph}$ ). Квадратиками отмечены результаты наблюдений из работы [30], сплошной линией — аналитическая зависимость (4).

$$T_{S,ef} = T_{ph} (0.3146 \exp(-0.02B^4) + 2/3), \quad (4)$$

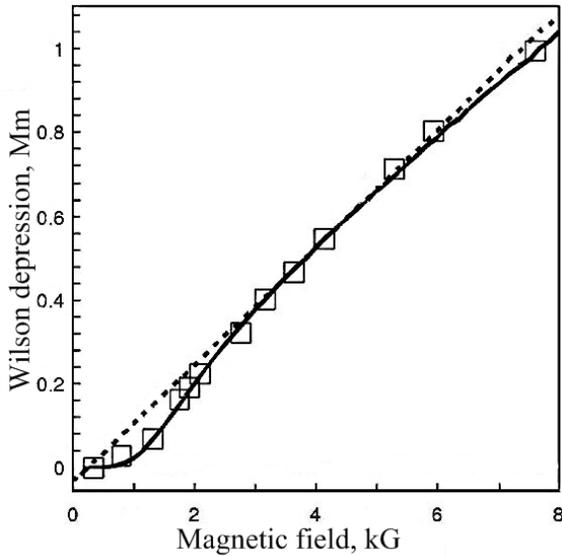
где принято  $T_{ph} = T_{ex}(0) = 6390 \text{ К}$ . Соответствие распределения (4) эмпирическим данным работы [30] можно оценить по рис. 3. На нем сплошной линией показана теоретическая зависимость по (4), квадратиками — результаты наблюдений. Видно, что при  $T_{S,ef} \cong 0.65T_{ph}$  рост магнитного давления не ведет к дальнейшему охлаждению пятна, т. е. имеет место эффект насыщения.

Из (3) и (4) и модели конвективной зоны [29] получается зависимость вильсоновской депрессии от величины магнитного поля, приведенная на рис. 4. На уровне  $h = 0$  (т. е. когда  $\zeta = 0$ ) и при выполнении зависимости (4) поперечный баланс (3) выполняется, если  $B = B_0 = 0.25$  кГс.

Аналитически зависимость глубины депрессии пятна от напряженности магнитного поля  $\zeta(B)$ , изображенная на рис. 4 квадратиками, может быть описана формулой

$$\zeta(B) = \frac{0.165(B - B_0)^4}{2 + (B - B_0)^{3.1}}. \quad (5)$$

Как видим, форма кривой (5), получаемой с учетом достаточно сложной эмпирической зависимости (4), мало отличается от прямой линии, которая получается при простейшей гипотезе  $T_{S,ef} = const$ , но, тем не менее, мы будем использовать (5), поскольку в дальнейшем формулу для частоты колебаний войдет вторая производная  $\zeta''(B)$ .



**Рис. 4.** Изменение величины вильсоновской депрессии с изменением напряженности магнитного поля в пятне  $\zeta(B)$ . Результаты расчетов по формулам (3), (4) с использованием моделей [28, 29] отмечены квадратиками. Прямой пунктирной линией показана линейная аппроксимация:  $\zeta(B) = 0.14(B - B_0)$ ;  $B_0 = 0.25$  кГс, а сплошной толстой линией — нелинейная аппроксимация, задаваемая формулой (5).

В дальнейшем для удобства расчетов мы будем использовать еще одну аппроксимационную формулу, описывающую распределение плотности плазмы в верхней части конвективной зоны, задаваемое численной моделью конвективной зоны [29]. Для глубин, не превышающих 5–6 тыс. км (что вполне достаточно для рассматриваемой нами модели), эту зависимость приближенно можно представить в виде следующего полинома третьей степени:

$$\rho(h) = \rho(0)(1 + 2.53h + 1.22h^2 + 3.27h^3), \quad (6)$$

где  $h$  выражается в мегаметрах, а  $\rho(0) = 3.19 \times 10^{-7} \text{ г/см}^3$ . Масса газа, заключенная в цилиндрической части силовой трубки пятна, тогда будет равна:

$$M(L) = \rho(0)\pi a^2(L + 1.265L^2 + 0.407L^3 + 0.8175L^4). \quad (7)$$

При вычислении массы газа в пятне интеграл берется по  $h$  от 0 до  $L$ , т. е. учитывается и масса газа над уровнем  $h = \zeta$ , которая, как будет показано ниже, перемещается при образовании пятна на глубину  $h = L$  (на рис. 2 этот тонкий слой, прилегающий к нижней части трубки пятна показан полоской серого цвета). Учет этой массы необходим из тех очевидных соображений, что на достаточно больших глубинах, где влияние магнитного поля уже практически равно нулю, для

глобального равновесия пятна полный вес столба газа единичного сечения в свободной атмосфере должен быть равен весу аналогичного столба газа в пятне. В противном случае все пятно в целом будет по закону Архимеда тонуть или всплывать.

Обсудим подробнее проблему перераспределения газовых масс по вертикали в формирующемся солнечном пятне. Пятно образуется из всплывшей квазивертикальной магнитной силовой трубки. Фотосферная ее часть охлаждается вследствие лучистого высвечивания, поскольку влияние нарастающего магнитного поля на конвекцию не позволяет поддерживать баланс тепла в наблюдаемых слоях на том же уровне температур, что и в окружающей фотосфере. По мере охлаждения поверхностных слоев пятна их уровень понижается и часть массы газа из верхней магнитной “воронки” переходит вниз, на глубину нижней границы пятна, — так формируется вильсоновская депрессия и сходящиеся к пятну крупномасштабные течения на высотах от  $h = \zeta$  до  $h = L$ ; при этом гравитационная энергия системы понижается. Эффект перераспределения массы по вертикали при локальном, квазистатически медленном поперечном сжатии вертикальной силовой трубки легко показать. Дифференцируя (2) по  $z$  и учитывая, что при гидростатическом равновесии выполняются условия  $\partial P/\partial z = -\rho g$ ,  $\partial P_{ex}/\partial z = -\rho_{ex}g$  для тонкой магнитной трубки, пренебрегая малой радиальной составляющей магнитного поля, получим:

$$8\pi g(\rho - \rho_{ex}) = \frac{\partial B^2}{\partial z}. \quad (8)$$

Отсюда видно, что в расширяющейся кверху части магнитной силовой трубки возникает дефицит плотности  $\partial B^2/\partial z < 0$ ,  $\rho < \rho_{ex}$ , а в части трубки, расширенной книзу, — избыток:  $\partial B^2/\partial z > 0$ ,  $\rho > \rho_{ex}$ .

Таким образом, три основные структурные особенности солнечного пятна: 1) охлаждение, приводящее к его боковому поджатию и формированию сходящихся потоков газа, 2) веерообразная структура магнитного поля над пятном, обуславливающая образование полутени, и 3) пониженный по сравнению с фотосферой геометрический уровень наблюдаемых слоев пятна с оптической толщиной  $\tau \cong 1$  — тесно связаны между собой в едином физическом процессе охлаждения, бокового поджатию и перераспределения газовых масс пятна по вертикали.

Масса газа из “воронки пятна”, т. е. из области вильсоновской депрессии, перемещаясь на глубину  $L$ , обеспечивает устойчивое состояние всей системы. При боковом сжатии и погружении пятна в

более плотные слои, с одной стороны, возрастет магнитная энергия системы, что препятствует дальнейшему росту поля, а с другой стороны — уменьшается (за счет вертикального перераспределения газовых масс) потенциальная (гравитационная) энергия системы, что способствует его дальнейшему погружению. Баланс этих двух тенденций и определяет равновесные состояния пятна, а также его устойчивость относительно вертикальных смещений как целого.

Равновесное значение магнитного поля в пятне, образовавшемся при боковом сжатии трубки и переходе части массы газа на более низкий уровень, можно оценить, если просто приравнять (по модулю) друг к другу две “конкурирующие” энергии: энергию магнитного поля в пятне (1) и изменение гравитационной энергии, вызванное перераспределением газовых масс по вертикали:  $M_f g(L - \zeta)$ , где  $M_f$  — масса газа, перемещенная по вертикали из области вильсоновской депрессии на глубину  $L$ . Изменение магнитной энергии над пятном имеет тот же порядок величины, поэтому при оценке его можно не учитывать. Мы получаем

$$\frac{B^2}{8\pi} \pi a^2 (L - \zeta) \cong M_f g (L - \zeta). \quad (9)$$

Для массы газа, перемещаемой при образовании пятна по вертикали, примем оценку  $M_f \approx \pi a^2 \rho_0 \Lambda$ , где  $\Lambda$  — шкала высоты однородной атмосферы в пятне ( $\Lambda \cong 10^7$  см). Тогда

$$B \cong \sqrt{8\pi g \rho(0) \Lambda}. \quad (10)$$

Подставляя численные значения, получаем  $B \cong 2$  кГс, т. е. по порядку величины оценка оказывается очень близка к наиболее вероятной напряженности магнитного поля в пятне. Можно оценить и характерную частоту колебаний пятна как целого:  $\omega \approx \sqrt{\frac{k}{M}}$ , где  $k$  — коэффициент эффективной упругости системы. Он равен полному магнитному натяжению, приложенному к системе, деленному на характерный масштаб, т. е.  $k = \pi a^2 B^2 / 4\pi L$ . Тогда, учитывая, что масса газа в пятне равна  $M = \pi a^2 L \widehat{\rho}_0$ , где  $\widehat{\rho}_0 \approx 10\rho_0$  — средняя по глубине пятна плотность массы, получим:

$$\begin{aligned} \omega &\approx \frac{B}{L \sqrt{4\pi \widehat{\rho}_0}} \approx \frac{2000}{3 \times 10^8 \sqrt{4\pi \times 3 \times 10^{-6}}} \quad (11) \\ &\cong 1.1 \times 10^{-3} \text{ с}^{-1}; \quad T \cong \frac{2\pi}{\omega} \cong 1.5 \text{ часа.} \end{aligned}$$

Таким образом, следует ожидать, что период колебаний солнечного пятна как целого составит около 100 минут. Ясно, что этот период будет зависеть от напряженности магнитного поля в пятне более сложным образом, чем в (2), но эта зависимость выявляется только при более детальном анализе.

### 3. РАВНОВЕСИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ПЯТНА

Расчет обобщенных сил, действующих на вертикальный магнитный цилиндр (с учетом давления внешней среды и силы тяжести), может быть проведен, например, как описан нами в [22]. Выделим в цилиндрической части трубки пятна тонкий диск объемом  $\Delta V = \pi a^2 \Delta L$  (см. рис. 2). Полная энергия такой, как принято их называть в термодинамике, расширенной (т. е. учитывающей воздействие внешней среды) системы в указанном малом цилиндре составит:

$$E = \frac{1}{\gamma - 1} P \Delta V + P_{ex}(h) \Delta V + \frac{B^2}{8\pi} \Delta V - g \Delta M h, \quad (12)$$

где  $\Delta M = \rho \Delta V$  — масса газа в данном объеме. Наличие крупномасштабных течений газа в окрестности пятна мы явно не учитываем, но они, как уже говорилось выше, лишь обеспечивают поддержание определенной геометрии магнитного поля в системе.

Основное уравнение термодинамики для данного элемента объема запишем в виде [22]:

$$dE = T dS - \sum_k X_k dx_k + \sum_i \mu_i dN_i + \mu_z d\Phi. \quad (13)$$

Здесь  $S$  — энтропия,  $x_k$  — внешние параметры,  $X_j$  — обобщенные силы, сопряженные этим параметрам и определяемые как соответствующие частные производные со знаком минус.  $\mu_i$  химический потенциал  $i$ -того сорта частиц, а  $\mu_z$  — химический потенциал магнитной фазы, т. е. функция, учитывающая изменение энергии системы  $E$  при изменении магнитного потока,  $\Phi = B \pi a^2$ , на единицу. Как видно из (13), всякую обобщенную силу  $X_j$  необходимо рассчитывать (как частную производную) при формальных условиях:

$$S = \text{const}, \text{ т.е. } P \Delta V^\gamma = \text{const}; x_k \neq j = \text{const};$$

$$\Delta M = \text{const}; \Phi = B \pi a^2 = \text{const}. \quad (14)$$

Поскольку масса газа и магнитный поток в данном элементе объема сохраняются, то вместо (13) получаем:

$$dE = TdS - X_{\Delta L}d\Delta L - X_a da - X_h dh \quad (15)$$

и соответственно:

$$\begin{aligned} X_{\Delta L} &= - \left. \frac{\partial E}{\partial \Delta L} \right|_{S,a,h,\Delta M,\Phi=const} = \\ &= \pi a^2 \left( P - P_{ex} - \frac{B^2}{8\pi} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} X_a &= - \left. \frac{\partial E}{\partial a} \right|_{S,\Delta L,h,\Delta M,\Phi=const} = \\ &= 2\pi a \Delta L \left( P - P_{ex} + \frac{B^2}{8\pi} \right), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} X_h &= - \left. \frac{\partial E}{\partial h} \right|_{S,a,\Delta L,\Delta M,\Phi=const} = \\ &= - \frac{\partial P_{ex}(h)}{\partial h} \Delta V + g \Delta M = -g(\rho_{ex} - \rho) \Delta V. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, условия равновесия внутри цилиндра по радиальному сечению и по глубине  $h$  (т. е. условия  $X_a = 0$  и  $X_h = 0$ ) имеют вид:  $P_{ex} = P + B^2/8\pi$ ,  $\rho_{ex} = \rho$ . Выше мы их уже обсуждали как физически очевидные. Однако  $X_{\Delta L}$  в ноль при этом не обращается:

$$X_{\Delta L} = -\pi a^2 \frac{B^2}{4\pi}. \quad (19)$$

Эта величина, как видим, зависит только от  $a$  и  $B$  и потому оказывается одной и той же для любого дифференциально малого элемента объема цилиндра ( $\Delta V = \pi a^2 \Delta L$ ). Суммируя по таким малым элементам, мы получаем, что работа этой силы при виртуальном изменении протяженности всей цилиндрической части силовой трубки пятна равна:

$$X_L \delta(L - \zeta) = -\pi a^2 \frac{B^2}{4\pi} \delta(L - \zeta). \quad (20)$$

Если перейти на язык вариаций функционала полной энергии системы, как это принято у Шафранова [21], то, как видно из (15), работа обобщенной силы, сопряженной с длиной трубки, и первая вариация энергии цилиндра по соответствующей переменной при указанных выше дополнительных условиях отличаются только знаком (знак минус перед вторым членом справа в (15))

$$\delta E_c = \pi a^2 \frac{B^2}{4\pi} \delta(L - \zeta). \quad (21)$$

Выражения (19)–(21) показывают, что вдоль нескрученного магнитного цилиндра, содержащего продольное магнитное поле  $B$ , действует магнитное натяжение  $B^2/4\pi$ , стремящееся сократить цилиндр в длину. Этот результат легко понять из хорошо известных в магнитной гидродинамике наглядных физических соображений, представляющих магнитные силовые линии как упругие нити, обладающие продольным натяжением  $B^2/4\pi$  и поперечным давлением  $B^2/8\pi$ . В равновесии магнитное давление уравновешено поперечной разностью газовых давлений (2), а полное продольное натяжение магнитного цилиндра  $\pi a^2 B^2/(4\pi)$  должно быть скомпенсировано на его концах.

В этом смысле модель магнитного поля пятна в виде цилиндра конечной длины с краевыми эффектами принципиально отличается от модели бесконечного однородного цилиндра, обычно применяемой в задачах о распространении МГД-волн в тени пятна [18, 19] и др., в которой вопрос о магнитном равновесии пятна по длине заведомо исключен из рассмотрения при самой постановке задачи вследствие слишком высокой идеализации геометрии системы.

Заметим, что при условиях  $M = const$  и  $\Phi = B\pi a^2 = const$  относительные вариации напряженности магнитного поля, радиуса и глубины нижней магнитной границы пятна связаны между собой следующим образом:

$$\frac{\delta B}{B} = -2 \frac{\delta a}{a}, \quad (22)$$

$$\frac{\delta B}{B} = q(L) \frac{\delta L}{L}, \quad (23)$$

где

$$q(L) = \frac{1 + 2.53L + 1.22L^2 + 3.27L^3}{1 + 1.265L + 0.407L^2 + 0.8175L^3} \quad (24)$$

и заключено в пределах:  $1 \leq q(L) \leq 4$ . Как видим, при изменении вертикальных размеров пятна меняются и его горизонтальные размеры, и напряженность магнитного поля: когда пятно, сжимаясь по высоте, “приподнимается”, оно расширяется и его магнитное поле ослабевает, когда пятно, растягиваясь по вертикали, погружается — его магнитное поле растет. Колебания такого типа будем называть вертикально-радиальными.

На вариации трех основных величин  $\delta B$ ,  $\delta a$ ,  $\delta L$  наложены два условия сохранения:  $\Phi = const$  и  $M = const$ .

Поэтому только одна из вариаций является независимой и соответственно условия равновесия системы (и колебания) в поперечном и продольном направлениях не являются независимыми, они оказываются связанными. Однако для случая долгопериодических колебаний имеется возможность разделить движения плазмы пятна в поперечном и продольном направлении. Дело в том, что хотя мы рассматриваем модель “мелкого” пятна ( $L \leq a$ ), время установления равновесия по радиальному сечению пятна почти на порядок меньше характерного времени вертикальных смещений, в которых задействована сила тяжести и участвует вся масса пятна. Действительно, магнитоэстатическое равновесие в сечении  $a$  устанавливается за характерное время  $\tau_a \approx a/V_{AS}$ , где  $V_{AS} = \sqrt{c_s^2 + V_A^2}$ ,  $c_s$  — скорость звука,  $V_A$  — альвеновская скорость. Поскольку  $a \cong (0.5 \div 1) \times 10^9$  см, а  $V_{AS} \cong 2 \times 10^6$  см/с, то  $\tau_a \cong 5 \div 10$  минут. Вертикальные колебания пятна как целого, которые мы намерены описывать, связаны с перемещением всей массы пятна по вертикали и имеют период от 30 до 200 и более минут (это колебания типа внутренних гравитационных волн, модифицированных наличием магнитного поля), поэтому данный процесс можно рассматривать как квазистатический относительно поперечного равновесия. В дальнейшем, упрощая задачу, при исследовании колебаний по длине пятна  $L$ , будем предполагать, что система во всякий момент времени успевает релаксировать к равновесию в поперечном сечении, т. е. считать, что условие (2) всегда выполняется. Такого рода условие принимается обычно и при рассмотрении внутренних гравитационных волн.

#### 4. БАЛАНС НАТЯЖЕНИЙ НА ГРАНИЦАХ

На уровне нижней магнитной границы  $h = L$  натяжение (19) должно быть уравновешено натяжением в расширяющейся книзу трубке, которое, в свою очередь, должно, согласно (8), компенсировать избыток газа на нижнем конце цилиндрической части трубки, равный убыли массы газа пятна на верхнем его срезе. Иными словами, работа силы, сопряженной с параметром  $L$  (21), должна быть равна изменению гравитационной энергии системы, вызванному перераспределением газовых масс по вертикали:

$$\delta E_g = -M_f g \delta(L - \zeta), \quad (25)$$

где  $M_f$  — масса газа, перемещенная из воронки пятна вниз, на расстояние  $(L - \zeta)$ . Эта величина, рассчитанная в линейном приближении (8), составит:

$$\begin{aligned} M_f &= \int_{-\zeta}^{\infty} \int_0^a (\rho_{ex} - \rho) 2\pi r dr dz = \frac{1}{8\pi g} \int_{-\zeta}^{\infty} \int_0^a \frac{\partial B^2}{\partial z} \times \\ &\times 2\pi r dr dz = \frac{1}{4\pi g} \int_{-\zeta}^{\infty} \frac{\partial B}{\partial z} \int_0^a B(z) 2\pi r dr dz = \\ &= \frac{1}{4\pi g} \int_{-\zeta}^{\infty} \frac{\partial B}{\partial z} \Phi dz = \frac{\Phi}{4\pi g} \int_{-\zeta}^{\infty} \frac{\partial B}{\partial z} dz = \frac{\Phi B}{4\pi g} = \\ &= \pi a^2 \frac{B^2}{4\pi g}. \end{aligned} \quad (26)$$

Сравнивая (21), (25) и (4), мы видим, что выражение для изменения гравитационной энергии системы по модулю оказывается в точности равным вариации (21), но отличается знаком. Таким образом, требование механического равновесия в линейном приближении удовлетворяется на нижнем конце трубки тождественно, так что и вторая вариация энергии, описывающая суммарную работу сил возмущения, будет здесь тоже равна нулю. Следовательно, равновесие на нижнем конце цилиндрической части силовой трубки пятна является безразличным — никакого вклада в устойчивость или неустойчивость системы оно не вносит.

Решение вопроса об устойчивости системы по отношению к вертикальным смещениям зависит только от баланса натяжений на верхнем конце трубки.

В области над верхним краем пятна будем учитывать не только магнитную энергию  $E_m^*$ , запасенную в этой области пространства, но и потенциальную энергию бокового обжатия верхнего конца магнитной силовой трубки пятна внешним магнитным полем  $B_0$  и давлением фотосферного газа в области вильсоновской депрессии ( $0 \leq h \leq \zeta$ ). Последнее вносит малую поправку в общее выражение для энергии, поэтому нам достаточно для него порядковой оценки. Мы оценим его как  $v\pi a^2 P_{ex}(\zeta) \times \Lambda_{ex}(\zeta)$ , где  $v$  — множитель порядка единицы,  $\Lambda_{ex}(\zeta)$  — шкала высоты в окружающей пятно фотосфере. Тогда энергия равна

$$E^* = \frac{B^2}{8\pi} \pi a^2 \frac{\lambda_m}{2} + \frac{B_0^2}{8\pi} \pi a^2 \frac{\lambda_{m,0}}{2} + v\pi a^2 P_{ex}(\zeta) \times \Lambda_{ex}(\zeta). \quad (27)$$

Здесь  $\lambda_{m,0}$  — магнитная шкала высоты для обжимающей трубки пятна внешнего магнитного поля (или, можно сказать, это — шкала высоты магнитного поля в первоначальной трубке пятна, из которой посредством бокового поджатия и опускания газовых масс образовалось данное солнечное пятно).

Рассчитаем прежде всего силу, действующую в поперечном направлении в области над пятном. Для этого проварьируем (27) по горизонтальному сечению  $a$  с учетом сохранения магнитного потока ( $Ba^2 = const$ ) и фиксируя при этом “вертикальную” обобщенную координату  $\lambda_m$  и параметры внешней среды. Это даст:

$$\begin{aligned} \delta E_a^* = & \left( \frac{B^2}{8\pi} \pi a^2 \frac{\lambda_m}{2} - \frac{B_0^2}{8\pi} \pi a^2 \frac{\lambda_{m,0}}{2} - v\pi a^2 P_{ex}(\zeta) \times \Lambda_{ex}(\zeta) \right) \\ & \times \frac{\delta B}{B} = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Отсюда, вводя плазменный параметр  $\beta(\zeta) = 8\pi P_{ex}(\zeta)/B^2$ , найдем:

$$\lambda_m = \lambda_{m,0} \frac{B_0^2}{B^2} + 2v\beta \Lambda_{ex}(\zeta). \quad (29)$$

Как видим, магнитная шкала высоты уменьшается по мере бокового поджатия силовой трубки пятна примерно по закону  $1/B^2$ , а при больших напряженностях магнитного поля  $\lambda_m$  стремится к величине  $2\Lambda_{ex}(\zeta)$  (численно  $v\beta \cong 1$ ).

Далее проварьируем энергию над пятном (27) по “вертикальной” обобщенной координате  $\lambda_m$ , учитывая (29). Можно показать, что при этом члены, содержащие выражение  $v\pi a^2 P_{ex}(\zeta) \times \Lambda_{ex}(\zeta)$ , дадут малый вклад, которым в данном случае для упрощения модели мы пренебрежем. Таким образом, получим:

$$\delta E_\lambda^* = \frac{\delta B}{B} \left( \frac{B^2}{4\pi} \right) \pi a^2 \left( -\frac{\lambda_{m,0} B_0^2}{2 B^2} \right). \quad (30)$$

Условие равновесия вдоль вертикали теперь примет вид:

$$\begin{aligned} \delta E = \delta E_\lambda^* + \delta E_c = & \frac{\delta B}{B} \left( \frac{B^2}{4\pi} \right) \pi a^2 \\ & \times \left( -\frac{\lambda_{m,0} B_0^2}{2 B^2} + \frac{L}{q} - \frac{\partial \zeta}{\partial B} B \right) = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

или

$$\frac{\lambda_{m,0} B_0^2}{2 B^2} = \frac{L}{q} - \frac{\partial \zeta}{\partial B} B. \quad (32)$$

Найдем далее вторую вариацию энергии системы при условиях, что сохраняется магнитный поток и выполняется (32), т. е. что первая вариация в начальном равновесном состоянии равна нулю. Мы получим:

$$\begin{aligned} \delta^2 E = & \left( \frac{\delta B}{B} \right)^2 \left( \frac{B^2}{4\pi} \right) \pi a^2 \times \\ & \times \left( \frac{L}{q} \left( 2 + \frac{1}{q} - \frac{L}{q^2} \frac{dq}{dL} \right) - 3B \frac{\partial \zeta}{\partial B} - B^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial B^2} \right). \end{aligned} \quad (33)$$

## 5. ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВЫХ СОСТОЯНИЙ И ГЛУБИНА ПЯТНА

Вторая вариация полной энергии системы (33) определяет работу сил, возникающих при отклонении системы от положения равновесия  $\delta^2 E = - \int \xi \mathbf{F}\{\xi\} d\mathbf{r}$ , где  $\xi$  — вектор смещения плазмы [20], стр. 108). В соответствии с идеологией энергетического подхода уравнение малых МГД-колебаний представляется в виде [20]:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\hat{K} \xi = F(\xi), \quad (34)$$

где  $\rho_0$  — равновесное распределение плотности (6),  $\hat{K}$  — самосопряженный оператор, определяющий обобщенный “коэффициент упругости” системы, возникающей при малых отклонениях от равновесия. Выбирая зависимость всех величин от времени в виде  $\exp(i\omega t)$ , получим

$$-\mathbf{F}\{\xi\} = \omega^2 \rho_0 \xi. \quad (35)$$

Отсюда имеем известное выражение для частоты малых колебаний системы ([20], стр. 140):

$$\omega^2 = \frac{\int \xi \hat{K} \xi dV}{\int \rho_0 \xi^2 dV} = \frac{\delta^2 E}{\int \rho_0(h) \xi(h)^2 dV}. \quad (36)$$

Следовательно, если мы выразим в формуле (30) первый множитель  $(\delta B/B)^2$  через смещение плазмы ( $|\xi| \cong \xi_z$ ), то сможем определить частоту собственных вертикально-радиальных колебаний солнечного пятна как целого. Выражая в (33)  $\delta B$  через  $\delta L$ , мы из (36) получим:

$$\begin{aligned} \omega(B) = & \frac{10^3}{10^8 \sqrt{4\pi \rho(0)}} \frac{B}{Z} \times \\ & \times \sqrt{\frac{\delta L^2 \left( Z \left( 2 + \frac{1}{q} - \frac{Z}{q} \frac{dq}{dL} \right) - 3B \frac{\partial \zeta}{\partial B} - B^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial B^2} \right)}{\int_0^L \xi(h)^2 (1 + 2.53h + 1.22h^2 + 3.27h^3) dh}}. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь использовано выражение для плотности (6) и обозначено как  $Z = L/q(L)$ , равное, согласно (32):

$$Z(L) = \frac{\lambda_{m,0}}{2} \frac{B_0^2}{B^2} + B \frac{\partial \zeta}{\partial B}. \quad (38)$$

В формуле (37) численные коэффициенты  $10^3$  и  $10^8$  показывают, что, как и ранее,  $B$  измеряется в килогауссах, а длины — в мегаметрах, при этом частота выражается в обратных секундах. Из соотношения (38) мы можем найти  $L$  как функцию магнитного поля  $B$  и, вводя ее в (37), рассчитать искомую функцию  $\omega(B)$ , если известна зависимость  $\xi(h)$ . Для определения последней заметим, что поскольку на всем протяжении цилиндрической части трубки выполняются условия сохранения массы газа и магнитного потока, то

$$\xi(h) = \delta L \frac{h q(L)}{L q(h)}. \quad (39)$$

Подставив (39) в (37), мы найдем  $\omega(B)$  в виде:

$$\omega(B) = 5 \times 10^{-3} \frac{B}{Z} \times \sqrt{\frac{Z(2 + \frac{1}{q} - \frac{Z}{q} \frac{dq}{dL}) - 3B \frac{\partial \zeta}{\partial B} - B^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial B^2}}{G(L)}}, \quad (40)$$

где интеграл  $G(L)$ , имеющий размерность длины, дается выражением:

$$G(L) = \int_0^L \left( \frac{h q(L)}{L q(h)} \right)^2 \times (1 + 2.53h + 1.22h^2 + 3.27h^3) dh. \quad (41)$$

Расчеты  $\omega(B)$  по формуле (40) сделаны для различных величин параметра  $\lambda_{m,0}$ , дающего, согласно (29), основной вклад в магнитную шкалу высоты в наблюдаемых слоях пятна  $\lambda_m$  (рис. 5). Изменение частоты собственных колебаний пятна с изменением напряженности магнитного поля  $B$  показано для трех  $\lambda_{m,0}$ : 50, 75 и 125 Мм. При этих значениях  $\lambda_{m,0}$  магнитная шкала высоты в пятне  $\lambda_m$  равна 1–1.5 Мм (см. (29)).

Как видно из рис. 5, область устойчивых состояний солнечного пятна в данной модели оказывается ограниченной диапазоном напряженностей магнитного поля от 0.8–1 до 4–5 кГс в полном соответствии с наблюдательными фактами, о которых говорилось во Введении.

Отметим, что одной и той же собственной частоте колебаний соответствуют два различных равновесных значения поля в пятне. Так, согласно кривой 1, с частотой  $0.0015 \text{ с}^{-1}$  (период колебаний

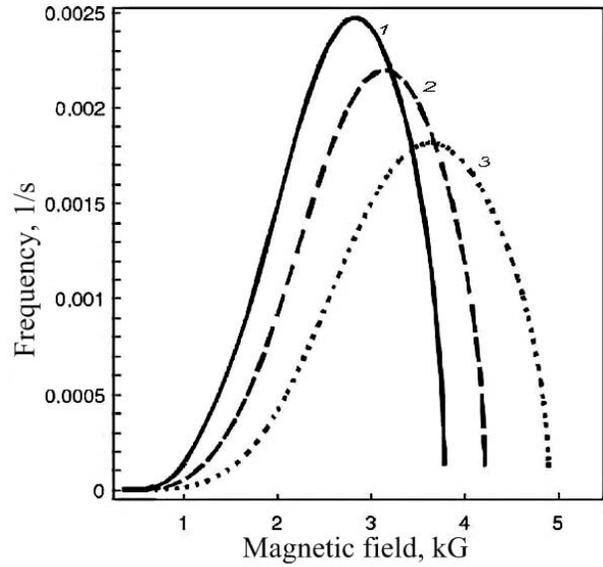


Рис. 5. Зависимость частоты собственных колебаний пятна от напряженности магнитного поля  $B$  для  $\lambda_{m,0}=50$  Мм (1),  $\lambda_{m,0}=75$  Мм (2),  $\lambda_{m,0}=125$  Мм (3).

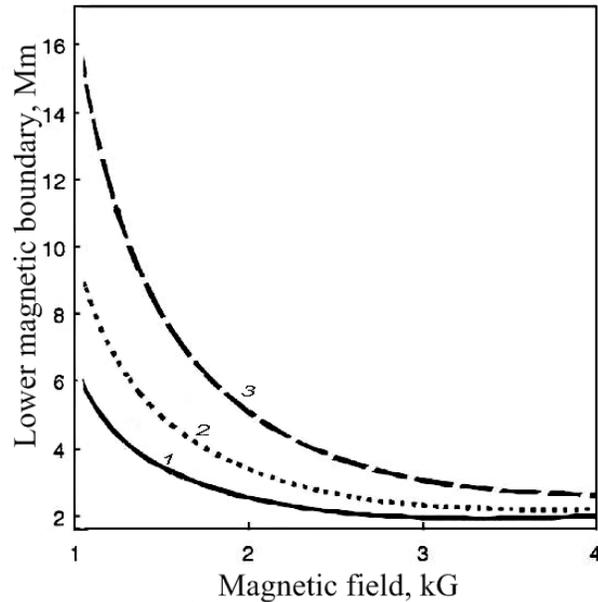


Рис. 6. Изменение глубины нижней магнитной границы солнечного пятна  $L$  с изменением напряженности магнитного поля для  $\lambda_{m,0}=50$  Мм (1),  $\lambda_{m,0}=75$  Мм (2),  $\lambda_{m,0}=125$  Мм (3).

70 минут) может колебаться пятно как с напряженностью поля 1.9 кГс, так и 3.9 кГс.

На рис. 6 показано изменение глубины залегания нижней магнитной границы пятна  $L$  с изменением напряженности поля  $B$  в пятне. Видно, что для пятен с полем  $B \geq 2$  кГс  $L=2-5$  Мм. При слабом (около 1 кГс) поле, но относительно большой магнитной шкалой высот  $\lambda_m$  (кривая 3)

равновесие требует большой протяженности регулярного магнитного поля вглубь, что физически невозможно, поскольку уже на глубине около 2 Мм такое поле будет запутано конвективными движениями плазмы и потеряет свою регулярную структуру. Следовательно, равновесие пятен со слабым магнитным полем возможно лишь при достаточно малых  $\lambda_m$  ( $\lambda_{m,0} < 50$  Мм).

## 6. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ С НАБЛЮДАЕМЫМИ

Как уже отмечалось выше, теоретически долгопериодические колебания пятен с периодами  $\sim 30$ –200 мин обсуждались и ранее [11], но практически до последнего времени не было получено надежных количественных данных о свойствах таких колебаний. Недавно Наговицын Ю. А. обработал длительные ряды наблюдений временных вариаций магнитного поля пятен, определяемые по зеемановскому расщеплению спектральных линий в пятне [14, 31]. Эти данные были в свое время получены Вяльшиным Г. Ф. в Пулково, а также Наговицыным Ю. А. на Кубе и в Кисловодске. Обрабатываемые ряды имели длительность от 2–3 до 8–9 часов при скважности наблюдений 10–15 минут. Такой уникальный наблюдательный материал позволил надежно выявить при помощи вейвлет-анализа долгопериодические колебания магнитного поля пятен в диапазоне от 40 до 200 минут.

Отчетливо проявилось наличие двух глобальных колебательных мод: относительно короткопериодическая с периодами примерно 40–100 минут и более долгопериодическая — 100–220 минут (см. рис. 7). Кроме того, исследование амплитудных характеристик колебаний пятен показало, что амплитуды более высокочастотной моды в несколько раз превышают амплитуды низкочастотной [14, 31]. Это ясно указывает на то, что первые не являются субгармоникой нижней моды, а, напротив, представляют собою основную моду колебаний. В рамках нашей модели эта разница амплитуд двух мод и само появление нижней субгармоники может быть объяснено вовлечением в колебательный процесс дополнительной массы газа в слоях, лежащих ниже уровня  $h = L$ , а также, возможно, области полутени пятна.

Долгопериодические колебания солнечных пятен выявлены также в работе [16] по исследованию лучевых скоростей в пятнах и их окрестностях в тех случаях, когда удавалось провести достаточно длительные (до 4-х часов и более) сеансы наблюдений. Важно, что точки, полученные по лучевым скоростям, соответствуют не только ветвям роста

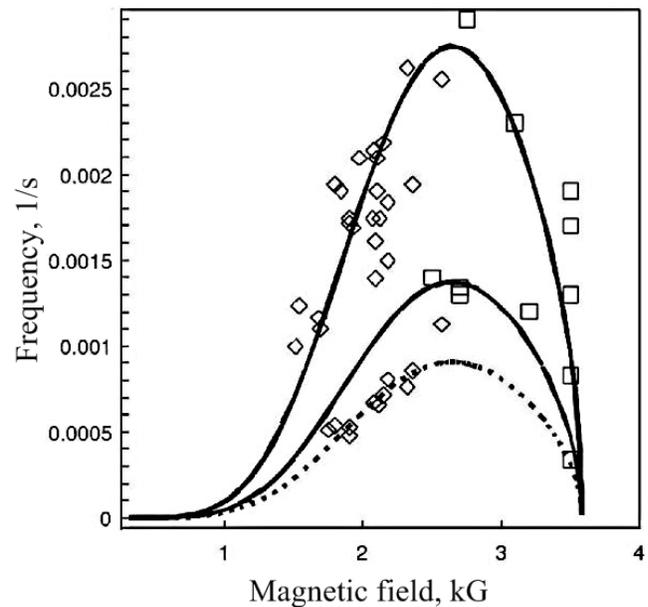


Рис. 7. Верхняя сплошная кривая — теоретическая зависимость для основной моды при  $\lambda_{m,0}=40$  Мм. Нижние кривые — то же для двух субгармоник:  $\omega_2 = \omega_1/2$ ,  $\omega_3 = \omega_1/3$ . Нанесены результаты наблюдений, полученные по временным вариациям магнитного поля пятен (ромбы) и по измерениям лучевых скоростей в пятнах (квадраты).

кривых  $\omega(B)$  (как это имеет место с данными Наговицына Ю.), но и областям их спада при достаточно больших  $B$  (рис. 7).

Эти данные особенно интересны, поскольку относятся к солнечным пятнам с напряженностью больше 3 кГс, которые встречаются довольно редко. Благодаря этому удается проследить ход кривой  $\omega(B)$  практически во всем диапазоне наблюдаемых напряженностей. Создается впечатление, что если по данным о вариациях магнитного поля прослеживается субгармоника  $\omega_3 = \omega_1/3$ , то по лучевым скоростям, скорее, выделяется субгармоника  $\omega_2 = \omega_1/2$ . Однако статистка здесь еще слишком мала, и делать какие-либо выводы рано. В целом, совокупность наблюдательных данных, полученных разными наблюдателями, различными методами и для самых разных солнечных пятен, хорошо подтверждает полученные теоретические зависимости.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Детально описана новая, значительно более реалистичная, чем известные ранее, модель солнечного пятна, учитывающая, что существенный вклад в общий энергетический баланс системы вносит гравитационная (потенциальная) энергия вещества, вытесненного расходящимся магнитным полем пятна из его верхней воронкообразной части

(из области вильсоновской депрессии) и перемещенного на глубину “нижней магнитной границы” пятна — в область, где сильно сжатая магнитная силовая трубка, формирующая солнечное пятно, начинает резко расширяться книзу.

Модель позволяет теоретически рассчитать область устойчивых равновесных состояний пятна. Найдено, что пятна устойчивы лишь при напряженности их магнитного поля в пределах примерно от 0.8-1 до 4-5 кГс.

Получено, что глубина нижней магнитной границы устойчиво равновесного пятна составляет всего 2-4 тыс. км.

Рассмотрены долгопериодические ( $T \geq 30$  минут) собственные колебания солнечного пятна как целого вблизи устойчивых состояний.

Найдена зависимость частоты собственных вертикально-радиальных колебаний пятна от напряженности магнитного поля для основной колебательной моды (собственные колебания тени пятна), отмечено появление нижних субгармоник, обусловленное, по-видимому, вовлечением в колебательный процесс более глубоких слоев и/или полутени пятна.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН “Солнечная активность и физические процессы в системе Солнце-Земля” и гранта СПбНЦ №77.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. А. Соловьев, Солнечные данные No.1, 73 (1984).
2. А. А. Соловьев, Астрон. журнал **61**, 764 (1984).
3. С. И. Гопасюк, Астрон. журнал **61** 157, (1984).
4. С. И. Гопасюк, Известия КрАО **73**, 7 (1985).
5. V. V. Borzov, G. F. Vialshin, Yu. A. Nagovitsyn, Contrib. Astron. Obs. Skalnat Pleso **15**, 75, (1986).
6. Ю. А. Наговицын, Е. Ю. Наговицына, Солнечные данные No.11, 76 (1984); No.12, 54 (1984).
7. J. Zhao, A. G. Kosovichev, and T. L. Duval, Astrophys. J. **557**, 384, (2001).
8. J. Zhao and A. G. Kosovichev, Astrophys. J. **603**, 776, (2004).
9. А. А. Певцов, И. С. Саттаров, Солнечные данные No.3, 65, (1985).
10. Ю. А. Наговицын, Письма в Астрон. журнал **23**, No.11-12, 859, (1997).
11. А. А. Соловьев, Диссерт. на соиск. уч. ст. доктора физ.-мат. наук. (Москва, ИЗМИРАН, 1992).
12. G. B. Gelfreikh, K. Shibasaki, E. Yu. Nagovitsyna, and Yu. A. Nagovitsyn, in *Proceedings of IAU Symposium No. 223 “Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity”* (St. Petersburg, 2004), p. 525.
13. G. B. Gelfreikh, Yu. A. Nagovitsyn, E. Yu. Nagovitsyna, Publ. Astr. Soc. Japan **58**, No. 1, 29, (2006).
14. А. А. Соловьев, Ю. А. Наговицын, *Труды IX Пулковской конференции по физике Солнца, ГАО РАН 4-9 июля 2005 г.* (С.-Петербург, 2005), с. 593.
15. Yu. A. Nagovitsyn, G. F. Vyalshin, Астрон. Циркуляр No. 1533, 1 (1992).
16. В. И. Ефремов, Л. Д. Парфиненко, А. А. Соловьев, Астрон. журнал **84**, 450 (2007).
17. J. H. Thomas, L. E. Cram, A. H. Ney, Nature **297**, 485 (1982).
18. T. J. Bogdan, Solar Phys. **192**, 373 (2000).
19. V. I. Zhukov, A&A **433**, 1127 (2005).
20. Б. Б. Кадомцев, *Вопросы теории плазмы* (Атомиздат, Москва, вып. 2, 1963), с. 132.
21. В. Д. Шафранов, *Вопросы теории плазмы* (Атомиздат, Москва, вып. 2, 1963), с. 92.
22. А. А. Соловьев, Письма в Астрон. журнал **2** No. 1, 39 (1976).
23. А. А. Соловьев, А. А. Калинин, Солнечные данные No. 3, 65 (1983).
24. А. А. Соловьев, Астрон. журнал **68**, 166 (1991).
25. А. А. Соловьев, Астрон. журнал **68**, 624 (1991).
26. А. А. Соловьев, Астрон. журнал **74**, 131 (1997).
27. А. А. Соловьев, Астрон. журнал **75**, 125 (1998).
28. O. Gingerich, et al., Solar Phys. **18**, 347, (1972).
29. H. C. Spruit, Solar Phys. **34**, 277 (1974).
30. G. Kopp, D. Rabin, Solar Phys. **141**, 253 (1992).
31. Ю. А. Наговицын, Е. Ю. Наговицына, *Труды X Пулковской конференции по физике Солнца, ГАО РАН, 6-8 сентября 2006 г.* (С.-Петербург, 2006), с. 73.

**SUNSPOT AS AN ISOLATED MAGNETIC STRUCTURE: STABILITY AND OSCILLATIONS****A. A. Solov'ev, E. A. Kirichek**

A simple energy model of a sunspot as a compact magnetic feature is described where the main energy contribution is provided by the coolest and most compressed part of the magnetic force tube of the spot at depths ranging from Wilson's depression level (300–500 km) down to 2–3 thousand km. The equilibrium and stability conditions for such a system are analyzed using the variation principle, and oscillations of the system as a whole about the inferred equilibrium position are studied. The sunspot is shown to be stable in the magnetic-field strength interval from 0.8–1 to 4–5 kG. The dependence of the eigenfrequency on magnetic-field strength  $\omega(B)$  is computed for the main oscillatory mode, where only the umbra of the sunspot takes part in oscillations,  $\omega = \omega_1(B)$ . Lower subharmonics may appear in the case where penumbra too becomes involved in the oscillatory process:  $\omega_2 = \omega_1/2$ ,  $\omega_3 = \omega_1/3$ . Theoretical curves agree well with the observational data obtained in Pulkovo using various independent methods: from temporal variations of sunspot magnetic field and from line-of-sight-velocity measurements. The periods of oscillations found range from 40 to 200 minutes.