

УДК 524.74-54

ВЗРЫВНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ДАЛЕКИХ ГАЛАКТИК ЗА СЧЕТ СЛИЯНИЙ (MINOR MERGERS)

© 2013 А. В. Кац¹, В. М. Конторович^{2,3}

¹Институт радиофизики и электроники НАН Украины, Харьков, 61085 Украина

²Радиоастрономический институт НАН Украины, Харьков, 61002 Украина

³Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков, 61077 Украина

Поступила в редакцию 26 апреля 2013 года; принята в печать 5 июня 2013 года

Получены решения кинетического уравнения Смолуховского для функции масс галактик, описывающего слияния в дифференциальном приближении, когда основную роль играют слияния с маломассивными галактиками. Рассмотрена эволюция начального распределения и влияние источника, роль которого играют галактики (гало), отделяющиеся от глобального расширения Вселенной. Показано, что наблюдаемая в сверхглубоком поле Хаббла эволюция наклона степенного участка функции светимости при постоянном отношении масса—светимость может быть описана как результат взрывной эволюции за счет слияний галактик. При этом показатель степени выражается только через показатель однородности вероятности слияний как функции массы.

Ключевые слова: галактики: взаимодействия—галактики: функция масс—галактики: эволюция

1. ВВЕДЕНИЕ

Модель иерархического сгущивания в ее нынешнем общепринятом виде приводит к самоподобным автомодельным решениям [1–3]. Между тем, исследования далеких галактик показывают явно неавтомодельное поведение, в том числе зависимость наклона степенного участка α шехтеровской функции светимости (ФС)

$$\phi(L) = \phi_* L^\alpha \exp(-L/L_*) \quad (1)$$

от красного смещения [4–6]. (Параметры функции Шехтера ϕ_* и L_* мы не обсуждаем.)¹

В работе показано, что наблюдаемая эволюция наклона ФС (п. 2), понимаемого как наклон функции масс (ФМ) галактик, может быть описана как результат *взрывной эволюции* за счет слияний галактик. В настоящее время именно слияния считаются ответственными за эволюцию типов и масс галактик [7] (см. также обсуждение и ссылки в обзорах [8–10]). Хотя в действительности ситуация более сложна (см. недавние обзоры [11, 12]), мы покажем, что наблюдаемые параметры ФМ получают здесь удовлетворительное объяснение.

¹ФМ на самых больших массах оказывается не экспоненциальным, а убывающим по корневому закону (Раздел 7), что связано с принятой нами моделью локализации источника в кинетическом уравнении.

Нами получены решения кинетического уравнения Смолуховского (КУ), описывающего взрывную эволюцию ФМ галактик [13, 14] за счет слияний в дифференциальном приближении [13], когда основную роль играют слияния массивных галактик с маломассивными (minor mergers) (Разделы 3, 4). При этом наклон α ФМ массивных галактик, пропорциональный M^α (шехтеровский индекс), выражается только через показатель однородности u вероятности слияния как функции массы (Разделы 5, 6). Это свойство, в принципе, позволяет определять зависимость вероятности слияний от масс, включая темную материю, по наблюдательным данным. В данной работе, используя известные зависимости вероятности слияний галактик от их масс, мы покажем, что наблюдаемая эволюция может быть объяснена в рамках естественных предположений о механизмах слияний в разные эпохи (Разделы 5, 6).

Взрывная эволюция реализуется при показателе $u > 1$, что заведомо выполняется для слияния галактик. При взрывной эволюции начальной ФМ достаточно общего вида (убывающей быстрее квадрата массы) возникает степенная асимптотика с индексом $\alpha = -u$, а при преобладающем влиянии локализованного по массам источника в КУ — асимптотика с индексом $\alpha = -(u + 1)/2$ (Раздел 6). Роль источника играют галактики, отделяющиеся от глобального расширения Вселен-

ной. При этом на больших $z = 6-8$ показатель u определяется слияниями галактик небольших масс и близок к $u = 2$. На малых z , когда сливаются более массивные галактики, требуется учет гравитационной фокусировки [15] (см. также Приложение 4), что при $z \rightarrow 0$ и использовании зависимости между радиусом и массой вида $R \propto \sqrt{M}$, следующей из законов Талли-Фишера и Фабер-Джексона,² приводит к известному современному значению шехтеровского индекса $\alpha = -1.25$. Для промежуточных красных смещений как эволюция ФМ за счет источника (в области малых масс), так и эволюция начального распределения по массам (в области достаточно больших масс) приводят к шехтеровскому индексу $\alpha = -1.5$, что можно согласовать с данными наблюдений (Раздел 6).

В процессе эволюции упомянутые механизмы формирования ФМ (с учетом предполагаемого вклада темной материи) сменяют друг друга. При этом для $u = 2$ нами получено точное решение КУ с локальным источником в широком интервале масс. В общем случае произвольных значений $u > 1$ получена асимптотика решения КУ на больших массах при временах, близких к моменту “взрыва.” Это позволяет качественно объяснить наблюдательные данные для наклона ФС при красных смещениях от $z = 0$ до $z = 8$.

Полученная в рассматриваемом приближении ФМ (Раздел 7) имеет вид, сходный с видом функции Шехтера, однако её убывание в сторону больших масс является не экспоненциальным, а корневым (см. сноску¹). Нами получены значения максимальной массы (Раздел 7), ограничивающей ФМ сверху, как функции времени и параметров системы вблизи от момента “взрыва.” Данный подход позволяет, в принципе, получить также значения моментов “взрывов,” зависящие от начальных условий, параметров взаимодействия и механизма слияний (см. Приложение). Проведенное нами рассмотрение ограничено дифференциальным приближением и парными слияниями (при которых учитывается зависимость вероятности слияния от масс галактик). Несмотря на эти ограничения, получаемые наклоны ФМ при взрывных решениях удовлетворительно согласуются с наблюдениями в широком диапазоне красных смещений [16].

2. НАБЛЮДЕНИЯ ГАЛАКТИК НА БОЛЬШИХ КРАСНЫХ СМЕЩЕНИЯХ

Успехи в наблюдениях галактик на больших z связаны в значительной мере с использованием

²Этот показатель, как оказалось, зависит от красного смещения (см. ссылки в [11, 12]), что мы здесь не учитываем.

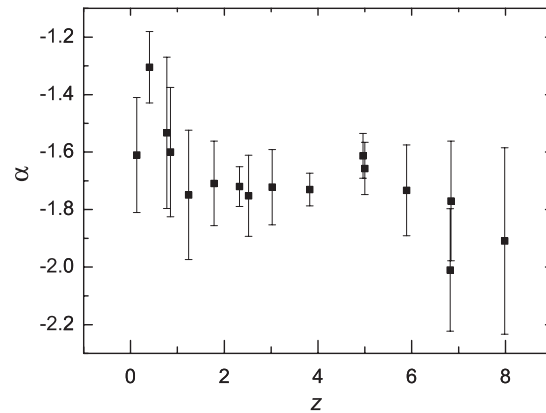


Рис. 1. Изменение шехтеровского индекса с изменением красного смещения (Рис. 14 из статьи [5]).

многоцветной фотометрии [17] в сверхглубоких полях крупнейших телескопов и наблюдениями далеких галактик через гравлинзы. Приведем в качестве яркого примера наблюдения возможного слияния галактик при $z = 2.9$ [18, 19].

Методы многоцветной фотометрии, выделяющие галактики, видимые только в инфракрасных фильтрах за счет больших красных смещений, позволили за десять лет наблюдений сверхглубоких полей на космическом телескопе Хаббла и крупнейших наземных телескопах построить функции светимости галактик вплоть до значений $z = 8$ и более. Значения индекса α ФС Шехтера (Рис. 1), полученные в серии работ Боуенса, Иллингворса и их соавторов [4, 5], на которые мы будем опираться ниже (см. также многочисленные важные ссылки в [6, 11, 12, 16, 20]), показывает существенную зависимость α от красного смещения. Заметим, что наклон ФМ, вычисляемый в моделях иерархического сгущивания без учета слияний [1–3], не зависит от z .

3. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СМОЛУХОВСКОГО, ОПИСЫВАЮЩЕЕ СЛИЯНИЯ

Мы рассмотрим дифференциальный вариант КУ Смолуховского для слияний галактик с малым приращением массы [7]. Оно имеет вид (см. Приложение 1):

$$\frac{\partial}{\partial t} f(M, t) + C\Pi \frac{\partial}{\partial M} [M^u f(M, t)] = \varphi(M, t),$$

$$\Pi = \int_0^M dM_2 M_2 f(M_2, t).$$
(2)

Здесь использовано выражение для вероятности слияния галактик вида $CM^u/2$ (см. Приложение 2), где показатель $u > 1$. Величина Π представляет собой суммарную массу маломассивных галактик ($M_2 \ll M$), которая в процессе слияний, по предположению, не претерпевает существенных изменений (ниже мы будем принимать $\Pi = \text{const}$). Существенно наличие источника φ в КУ, который описывает вклад массивных галактик, отделяющихся от глобального расширения Вселенной по мере развития гравитационной неустойчивости [1–3].

Перепишем КУ в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} F(M, t) + CPM^u \frac{\partial}{\partial M} F(M, t) = \Phi(M, t),$$

$$F(M, t) = M^u f(M, t), \quad (3)$$

$$\Phi(M, t) = M^u \varphi(M, t)$$

и используем метод характеристик для его решения. КУ при этом сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} dM/dt &= CPM^u, \\ dF/dt &= \Phi. \end{aligned} \quad (4)$$

Решение КУ будет произвольной функцией от независимых первых интегралов системы (4) [21]. Эту функцию найдём из начальных условий (см. Приложение 3). Интегрирование первого дифференциального уравнения системы (4) даёт

$$\tau(t) + \frac{1}{(u-1)M^{u-1}} = a(M, t) = \text{const},$$

$$\tau(t) \equiv C \int_0^t dt \Pi(t) \rightarrow C\Pi \times t, \quad (5)$$

Для интегрирования второго уравнения системы сделаем вначале предположение о локальном характере источника φ . А именно, будем считать

$$\Phi(M, t) = \delta(M - \bar{M}(t)) \Phi(t), \quad (6)$$

где $\Phi(t)$ — некоторая функция времени, вид которой для нас несущественен. Такое предположение означает, что в момент времени t от расширения отделяется галактика с массой $\bar{M}(t)$. Массу M в (6) мы выразим через найденный выше первый интеграл a как $M = \mu(a, t)$, где, согласно (5),

$$\mu(a, t) = [(u-1)(a - \tau(t))]^{-\frac{1}{u-1}}. \quad (7)$$

Это позволяет найти второй независимый интеграл $b(M, t)$ системы (4) и построить общее решение КУ.

4. РЕШЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЛОКАЛИЗОВАННОГО ИСТОЧНИКА

В силу линейности КУ (2) решение будет суммой двух независимых слагаемых

$$f(M, t) = f_{\text{in}}(M, t) + f_s(M, t). \quad (8)$$

Первое слагаемое f_{in} выражается через начальное распределение $f_0(M)$ (см. Приложение) и содержит только интеграл a . Второе слагаемое f_s связано с источником и содержит описывающую источник функцию $\bar{M}(t)$, монотонно возрастающую с ростом времени, явный вид которой, не играющий принципиальной роли, мы конкретизируем ниже:

$$\begin{aligned} f_{\text{in}}(M, t) &= [(u-1)\tau M^{u-1} + 1]^{-\frac{u}{u-1}} \\ &\times f_0 \left\{ M [(u-1)\tau M^{u-1} + 1]^{-\frac{1}{u-1}} \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$f_s(M, t) = M^{-u} K \left(\tau + \frac{1}{(u-1)M^{u-1}}, t \right),$$

где

$$\begin{aligned} K(a, t) &= \int_0^t dx \delta[\mu(a, x) - \bar{M}(x)] \Phi(x) \\ &= \sum_n \Phi(x_n) \theta(t - x_n) \left| \frac{d}{dx} [\mu(a, x) - \bar{M}(x)] \right|_{x=x_n}^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь x_n — корни уравнения (11)

$$\mu(a, x) = \bar{M}(x), \quad (11)$$

определяющего нули δ -функции. Существенно, что $\bar{M}(t)$ является монотонно растущей функцией времени [1–3]. Выбирая для простоты в качестве $\bar{M}(t)$ линейную функцию $\bar{M}(t) = t/A$, мы получаем возможность для $u = 2$ построить точное решение КУ, которое носит “взрывной” характер (см. Приложение), а для произвольных $u > 1$ найти интересные для нас асимптотики в области больших масс вблизи от момента “взрыва” t_{cr} . Взрывной характер решения³ при $u > 1$, обнаруженный для слияний галактик в [13, 14], означает, как мы увидим ниже, что локализованное вначале по массам распределение достигает области формально бесконечных масс за конечное время (см. [22–24]).

³Впервые взрывной характер решений уравнения Смолуховского был обнаружен В. Стокмайером в 1943 г. и затем неоднократно переоткрывался (см., например, ссылки в обзорах [21–24]).

5. ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ПРИ
КВАДРАТИЧНОЙ ЗАВИСИМОСТИ
ВЕРОЯТНОСТИ СЛИЯНИЯ ОТ МАСС
($U = 2$) И ЛИНЕЙНОМ ПО ВРЕМЕНИ
ИСТОЧНИКЕ

В этом случае уравнение для корней аргумента δ -функции (11) становится квадратным $C\Pi \times x^2 - ax + A = 0$ с корнями

$$x_{\pm} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - a_{cr}^2}}{2C\Pi}, \quad a_{cr} \equiv 2\sqrt{AC\Pi}. \quad (12)$$

Вещественное решение существует при $a \geq a_{cr}$, причем кратному корню соответствует касание гиперболы (в которую при $u = 2$ превращается, согласно (7), левая часть уравнения (11)) и прямой (правая часть того же уравнения, см. Рис. 2). Появление кратного корня (в момент t_{tan} касания прямой и гиперболы) под знаком δ -функции недопустимо:⁴ при критическом значении параметра $a = a_{cr}$ решение (10) обращается в бесконечность. Ниже мы избавимся от этого ограничения. В то же время, для нас будут важны как раз малые значения разности $a - a_{cr}$, поскольку именно они соответствуют интересующим нас достаточно большим массам и близости времени t к моменту “взрыва” $t_{cr} = 2t_{tan}$ (область больших масс между гиперболой $a = a_{cr}$ и асимптотой гиперболы $T \equiv t/t_{tan} = 2$, см. Рис. 2).

Вклад в интеграл от δ -функции сложного аргумента $\delta(y(x))$ выражается, как известно, соотношением (индекс нумерует корни аргумента)

$$\delta(y(x)) = \sum_i \delta(x_i) \left| \frac{dy}{dx} \right|_{x_i}^{-1}.$$

Если $y(x)$ представляет собой квадратный трехчлен, который запишем в виде $y(x) = (x - x_+)(x - x_-)$, где x_{\pm} — корни уравнения $y(x) = 0$, то в силу $\frac{dy}{dx} = 2x - (x_+ + x_-)$ имеем

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_+} = x_+ - x_-; \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_-} = -(x_+ - x_-).$$

Очевидно, что

$$\left| \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_{\pm}} \right| = |x_+ - x_-| \propto \sqrt{a^2 - a_{cr}^2}.$$

Не имеющий нулей множитель под знаком δ -функции дифференцировать не следует, т.к. подстановка корней обратит дополнительные слагаемые в нуль. Это существенно упрощает вычисления.

⁴Чтобы выйти за рамки этого (модельного) ограничения в следующем разделе мы воспользуемся простейшей регуляризацией, заменив δ -функцию ступенчатой функцией малой конечной ширины.

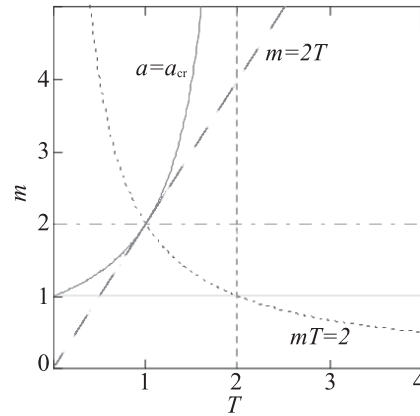


Рис. 2. Интересующая нас область больших масс $m \equiv a_{cr}M > 2T$, $2/T$ лежит между гиперболой $a = a_{cr}$ и вертикальной асимптотой (штриховая линия) этой же гиперболы $T \equiv t/t_{tan} = 2$, соответствующей моменту взрыва, выше прямой $m = 2T$. В этой области вклад в ФМ дают оба корня δ -функции.

Т.о. решение при δ -функциональном источнике и квадратном уравнении для ее корней приобретает вид:

$$K(a, t) = \frac{1}{\sqrt{a^2 - a_{cr}^2}} \times \sum_{\pm} \tilde{\Phi}(x_{\pm}) \theta(a - a_{cr}) \theta(t - x_{\pm}), \quad (13)$$

где волна над Φ означает включение постоянных множителей, возникающих в виде коэффициентов при разности корней. Явное выражение приведено в Приложении. При малой разности $a - a_{cr}$ под знаком квадратного корня в знаменателе остается именно эта разность,

$$K(a, t) \propto \frac{1}{\sqrt{a - a_{cr}}}. \quad (14)$$

Ниже мы убедимся, что в и общем случае асимптотика решения на больших массах вблизи от момента взрыва имеет сходную структуру.

6. СТЕПЕННАЯ АСИМПТОТИКА
РЕШЕНИЯ НА БОЛЬШИХ МАССАХ

Полученное выше решение КУ (9–11) позволяет найти степенную часть распределения галактик по массам, т.е. индекс функции Шехтера на больших массах вблизи от момента “взрыва” $t = t_{cr}$, если считать отношение масса-светимость постоянным. Отметим, что как видно из той части решения f_{in} (9), которая обусловлена начальной ФМ, на больших массах возникает степенная асимптотика (см. Приложение 3)

$$f_{in} \propto M^{-u}. \quad (15)$$

Физический смысл этой части решения очевиден: это распределение колмогоровского типа, соответствующее постоянному потоку числа массивных галактик⁵ вдоль спектра масс ($U(M, M_2) \approx CM^u/2$):

$$J = J(M, t) = 2f_{\text{in}} \int_0^{\infty} dM_2 M_2 U(M, M_2) f_2 \quad (16)$$

$$\rightarrow f_{\text{in}}(M, t) CM^u \Pi = \text{const.}$$

Что касается части решения, связанной с источником f_s , то для определения индекса Шехтера достаточно рассмотреть источник в виде δ -функции. Существенной особенностью асимптотики полученного решения при малой разности $a - a_{\text{cr}}$, согласно (14), является наличие квадратного корня $\sqrt{a - a_{\text{cr}}}$ в знаменателе. Нас интересует только эта асимптотика с подстановкой $a = a(M, t)$, согласно (5), соответствующая большим массам и времени, близкому к моменту взрыва, хотя в данном случае при $u = 2$ и линейной правой части (11) можно выписать полное решение. С учетом $a(M, t) = M^{-1} + C\Pi t$, имеем для $K(a(M, t), t)$ при $t \rightarrow t_{\text{cr}} \equiv a_{\text{cr}}/C\Pi$

$$K \propto \frac{1}{\sqrt{a(M, t) - a_{\text{cr}}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{M} - C\Pi(t_{\text{cr}} - t)}}, \quad (17)$$

где t_{cr} соответствует вертикальной асимптоте гиперболы (7) при $a = a_{\text{cr}}$. Отсюда с учетом $f_s \propto M^{-u} K(a, t)$ при достаточно больших массах и достаточной малости $t_{\text{cr}} - t$ из (17) следует степенная зависимость решения от массы вида

$$f_s \propto M^{-3/2}. \quad (18)$$

В общем случае $u \neq 2$ для координат точки касания и точек пересечения “гиперболы” (7) с кривыми, соответствующими правой части уравнения (11), получаются более сложные (трансцендентные) уравнения. Однако, в интересующей нас асимптотической области вблизи от кратного корня (11) для малых величин $\delta a \equiv a - a_{\text{cr}} \ll a_{\text{cr}}$ по-прежнему возникает квадратное уравнение. Поэтому остаются в силе приведенные выше рассуждения, а выражение для $K(a, t)$ по-прежнему

содержит в знаменателе корень из δa (см. Приложение 4):

$$K(a(M, t), t) \propto \frac{1}{\sqrt{a(M, t) - a_{\text{cr}}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(u-1)^{-1} M^{-(u-1)} - C\Pi(t_{\text{cr}} - t)}}. \quad (19)$$

Отсюда следует, что хотя положение точки касания и вертикальной асимптоты к гиперболе, определяющей положение точки взрыва, зависит от всех параметров, вычисленный нами наклон ФМ (индекс Шехтера) определяется только зависимостью вероятности слияний от масс, т.е. только ее показателем однородности u

$$f_s = M^{-u} K(a(M, t), t) \propto M^{-\frac{u+1}{2}}. \quad (20)$$

Степень однородности вероятности слияний галактик известна в двух предельных случаях [20, 25, 26]. Если массы поглощающих галактик относительно невелики, то $u = 2$. При достаточно больших массах необходимо учитывать гравитационную фокусировку. В этом случае вероятность слияний пропорциональна $(M_1 + M_2)(R_1 + R_2)$, где R — характерный радиус галактики. Поэтому становится существенной зависимость радиуса галактики от ее массы $R \propto M^\beta$. Степень однородности в области больших масс, т. о., равна $u = 1 + \beta$. В соответствии с законами Фабера-Джексона и Талли-Фишера $\beta = 1/2$. (Параметр β , возможно, отличается от $1/2$ при больших z .)

Таким образом, для индекса Шехтера α ФМ мы можем сделать следующие выводы. В области больших z , где массы галактик невелики и влияет начальная ФМ, $-\alpha = u = 2$. Это значение совпадает с наблюдениями при $z = 6-8$ (см. Рис. 1). В области промежуточных z становится существенным вклад источника на малых массах с $u = 2$, что дает $-\alpha = (u + 1)/2 = 1.5$. Для той части распределения, которое формируется начальной ФМ, на этих z мы оказываемся в области достаточно больших масс, где уже должна сказываться гравитационная фокусировка. Это также приводит к $-\alpha = u = 1 + \beta = 1.5$ и приблизительно соответствует наблюдениям для $z = 3-5$. Наконец, при малых красных смещениях, когда источник порождает наибольшие массы, $\alpha = (u + 1)/2 = 1 + \beta/2 = 1.25$, что в точности совпадает с хорошо известным индексом Шехтера в настоящую эпоху.

7. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ И МАКСИМАЛЬНЫЕ МАССЫ

Решение с δ -функцией обладает очевидным недостатком: оно отсутствует (формально обраша-

⁵При слияниях массивных галактик с маломассивными, которые мы рассматриваем, число массивных галактик не изменяется.

ется в бесконечность), если мы выходим на значе-
ние кратного корня аргумента δ -функции. Между
тем максимально возможному значению массы при
фиксированном t соответствует как раз кратный
корень. Формально найденная ФМ при этом стре-
мится к бесконечности. Т.о. ФМ, которая степен-
ным образом убывает на больших массах, проходит
через минимум, положение которого легко найти в
простейших случаях. Так при $u = 2$ условие мини-
мума реализуется при $M = M_{\min}(t) = \frac{3}{4}M_{\max}(t)$,

где $M_{\max}(t) = \frac{1}{C\Pi(t_{\text{cr}} - t)}$ — значение “макси-
мальной” массы,⁶ при которой $a = a_{\text{cr}}$ и найденная
ФМ обращается в бесконечность.

Сказанное означает необходимость регуляриза-
ции решения, чего можно достичь тем или иным
“размытием” δ -функции. При этом мы учитываем
физически очевидное условие того, что отделение
галактики от общего расширения происходит не
мгновенно (в силу конечного времени нарастания
гравитационной неустойчивости). Иначе это же
условие можно сформулировать в терминах масс,
положив, что в данный момент времени от общего
расширения отделяются галактики с массами, ле-
жащими в малом, но конечном интервале значений
 $\Delta \ll M$ вблизи $\bar{M}(t)$. Критическое значение пара-
метра a_{cr} при этом расщепляется на два $a_{\text{cr}} \rightarrow a_{\text{cr}}^{\pm}$
($a_{\text{cr}}^- > a_{\text{cr}}^+$), соответствующих касаниям гиперболы
и двух прямых (\pm), ограничивающих ненулевую
правую часть уравнения (11), где (см. Приложение)

$$a_{\text{cr}}^{\pm} = \frac{u}{u-1} (A\Pi)^{\frac{u-1}{u}} \mp A\Pi \frac{\Delta}{2}, \quad (21)$$

$$x^{\pm} = A (A\Pi)^{-1/u} \mp A \frac{\Delta}{2}.$$

Решение с учетом регуляризации конечно и
позволяет находить максимальную массу распре-
деления $M_{\max}(t)$ как функцию времени (в дан-
ном рассмотрении мы ограничиваемся собствен-
ным временем). Для упрощения примем $\Phi(t) = \Phi$.
Вклад в интеграл K (10) дают участки, на которых
правая часть (11) отлична от нуля. Решение КУ с
источником в области параметров, удовлетворяю-
щих условию $a > a_{\text{cr}}^- > a_{\text{cr}}^+$, имеет при этом вид для
 $t > t_{\text{cr}}^+$ (см. Приложение 5 и Рис. 3)

$$K(a, t) = \frac{2\Phi\zeta}{\Delta} \left\{ \sqrt{a - a_{\text{cr}}^+} - \sqrt{a - a_{\text{cr}}^-} \right\}, \quad (22)$$

где $\zeta = \sqrt{(-d\mu/da) / (d^2\mu/dt^2)}$ при $a = a_{\text{cr}}$. От-
сюда при $\Delta \rightarrow 0$ получаем прежний результат с

⁶При $t \rightarrow t_{\text{cr}}$ эта максимальная масса сама обращается в
 ∞ , что является следствием взрывной эволюции, при ко-
торой бесконечная масса достигается за конечное время.

особенностью, соответствующий источнику в виде
 δ -функции:

$$K(a, t) \rightarrow \Phi\zeta \frac{A\Pi}{\sqrt{a - a_{\text{cr}}}}. \quad (23)$$

При $\Delta \neq 0$

$$K(a, t) = \frac{2\zeta\Phi}{\Delta} \frac{a_{\text{cr}}^- - a_{\text{cr}}^+}{\sqrt{a - a_{\text{cr}}^+} + \sqrt{a - a_{\text{cr}}^-}} \quad (24)$$

$$= \frac{2\zeta\Phi A\Pi}{\sqrt{a - a_{\text{cr}}^+} + \sqrt{a - a_{\text{cr}}^-}}.$$

При $a \rightarrow a_{\text{cr}}^-$ достигается наибольшее в этой об-
ласти $t_{\text{cr}}^- > t > t_{\text{cr}}^+$ ($t_{\text{cr}}^{\pm} \equiv a_{\text{cr}}^{\pm}/C\Pi$) значение массы и
соответствующее ему наибольшее значение ФМ

$$K_{\max} = \frac{2\zeta\Phi\sqrt{A\Pi}}{\sqrt{\Delta}}, \quad (25)$$

$$M_{\max}^-(t) = \frac{1}{[(u-1)C\Pi(t_{\text{cr}}^- - t)]^{\frac{1}{u-1}}}.$$

Т.о. при конечном размытии Δ мы получаем ко-
нечный результат для ФМ в точке, соответствую-
щей максимальной массе для данной области. Это
значение ФМ зависит от величины размытия Δ ,
которое становится измеримым физическим пара-
метром.

Перейдем теперь в область параметров, соот-
ветствующих еще большим массам, а именно, к
случаю двух пересечений $a_{\text{cr}}^- > a > a_{\text{cr}}^+$ (см. Рис. 4).
При $t > t_{\text{cr}}^+$

$$K = \frac{2\zeta\Phi}{\Delta} \sqrt{a - a_{\text{cr}}^+}. \quad (26)$$

Наибольшее значение массы $M_{\max 1}(t)$ соответ-
ствует верхней границе области $a = a_{\text{cr}}^+$, на которой
ФМ обращается в нуль. Обращение в нуль, как
видно из (26), происходит корневым образом. На
эту зависимость накладывается степенное убыва-
ние в силу связи $f = M^{-u} F(M, t)$. Таким образом,
для ФМ получаем аналог функции Шехтера, в ко-
торой отличается закон убывания на больших мас-
сах: экспоненциальное убывание (1) заменяется
корневым $\sqrt{M_{\max 1} - \bar{M}}$. Такое поведение, однако,
определяется видом локализации источника, кото-
рый обращается в нуль вне пределов полосы Δ .
Максимальная масса равна

$$M_{\max 1}(t) = \frac{1}{[(u-1)C\Pi(t_{\text{cr}}^+ - t)]^{\frac{1}{u-1}}}. \quad (27)$$

Все приведенные выражения явно описывают
взрывное поведение ФМ. При $t \rightarrow t_{\text{cr}}^+ - 0$ макси-
мальная масса стремится к бесконечности. Мы

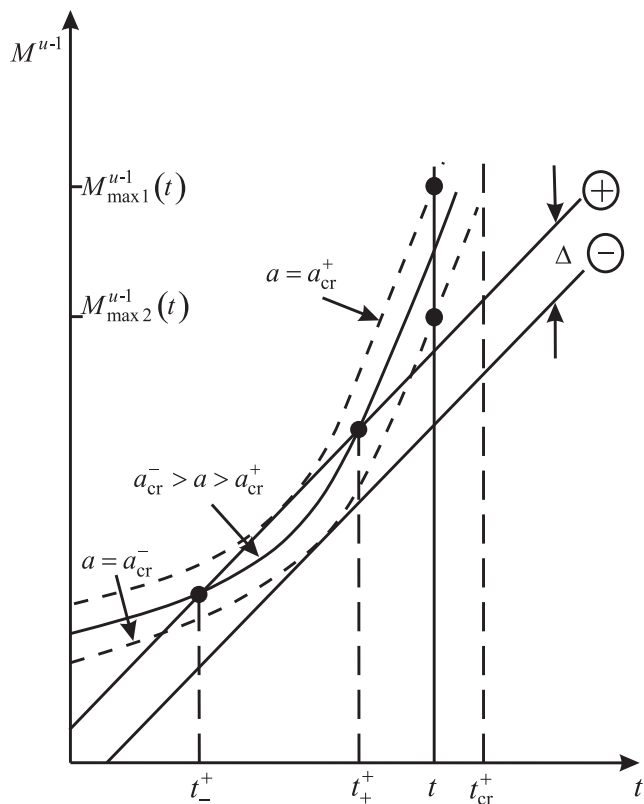


Рис. 3. Случай двух точек пересечения гиперболы с (\pm) прямыми, ограничивающими ненулевой источник в КУ при $a_{cr}^{-} > a > a_{cr}^{+}$. Значения интеграла $a = a_{cr}^{\pm}$ соответствуют касанию гиперболы с (\pm) прямыми. Моменты t_{\pm}^{+} соответствуют пересечению гиперболы при $a > a_{cr}^{-}$ с верхней прямой (+). Данный случай не допускает переход к $\Delta = 0$. Этой области масс соответствуют наибольшие массы ФМ, лежащие в интервале $M_{max 2}(t) < M < M_{max 1}(t)$.

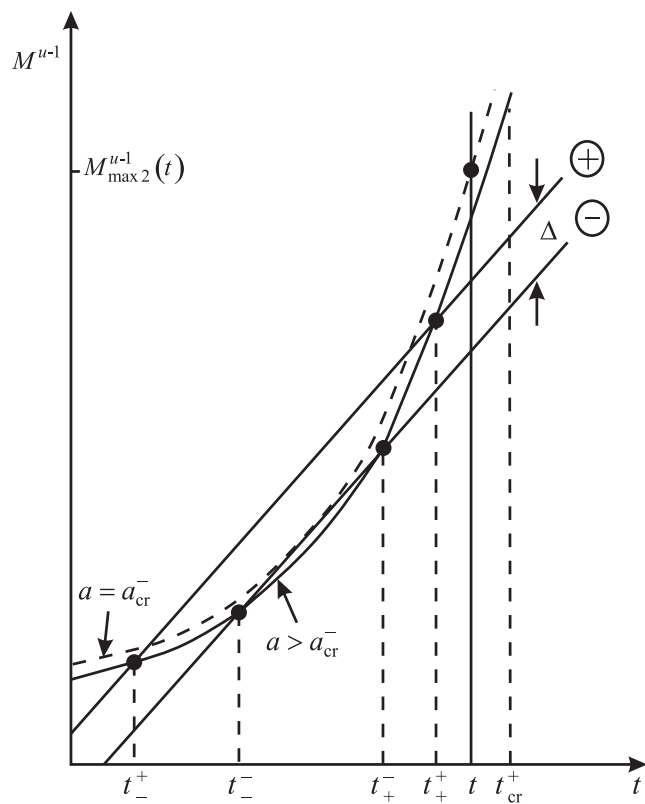


Рис. 4. Случай четырех точек пересечения гиперболы с (\pm) прямыми, ограничивающими ненулевой источник в КУ при $a > a_{cr}^{-}$. Δ — ширина размытия по массе локализованного источника. Значение интеграла $a = a_{cr}^{-}$ соответствует касанию гиперболы с нижней прямой. Моменты t_{\pm}^{+} соответствуют пересечению гиперболы при $a > a_{cr}^{-}$ с верхней прямой (+), моменты t_{\pm}^{-} соответствуют пересечению гиперболы с нижней ограничивающей прямой (-). Рассматриваемый случай допускает переход к $\Delta = 0$. Отмечено положение максимальной массы $M_{max 2}$ в данной области масс.

получили решение, которое имеет вид модифицированной функции Шехтера (Рис. 5) со степенным участком на “легком” конце и корневым обращением в нуль на “тяжелом.” Этот результат, в отличие от значений наклона ФМ (п. 6), является модельно зависящим. Само наличие локального максимума в области больших масс, по-видимому, также отражает достаточную малость параметра размытия Δ и требует отдельного исследования. Заметим, что как функция параметра a ФМ убывает как $1/\sqrt{a}$, что делает актуальной как раз ту область наименьших возможных значений параметра, которую мы исследовали.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье мы ограничились обсуждением наклона (шехтеровского индекса) функции масс галактик, который наиболее просто связан с физическими характеристиками задачи в рамках модели

слияний: он определяется только показателем в степенной зависимости сечения слияния галактик от массы большей галактики. Полученное решение подтверждает, что взрывная эволюция ФМ за счет малых слияний (minor mergers) в принципе может объяснить наблюдаемую эволюцию легкого края ФМ вплоть до $z = 8$. Вычисление остальных параметров ФМ требует привлечения значительно большего количества астрономических данных.⁷

Наиболее важное требование к полученному решению: время взрывной эволюции должно быть меньше хаббловского. Этому критерию можно удо-

⁷ Кроме того, здесь возникает ряд нерешенных проблем, например, т.н. downsizing, когда светимости, начиная с значений $z \approx 2-3$ уменьшаются с приближением к $z = 0$, вместо того, чтобы продолжать нарастать. Возможное разрешение этого парадокса состоит в учете вклада активности галактик в их светимость.

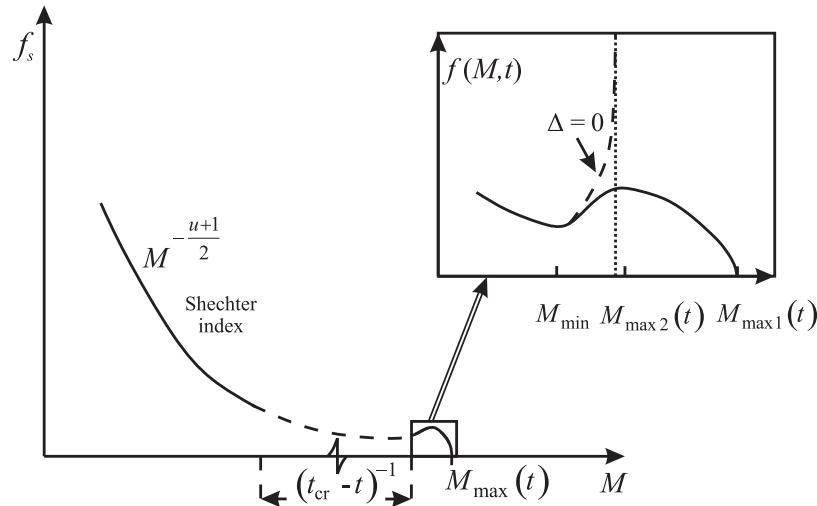


Рис. 5. ФМ $f_s = M^{-u}K(M, t)$, устанавливающаяся в результате слияний с малым приращением массы. Пунктиром показана особенность ФМ при δ -функциональном источнике. Обращение ФМ в ноль при $M = M_{\max}(t)$ связано с принятой ступенчатой моделью регуляризации.

влетворить лишь при определенных ограничениях на массы, радиусы и скорости галактик с учетом преобладающего вклада темной материи [6, 15]. В частности, средняя плотность массы, заключенная в галактиках (гало), должна более чем на два порядка превышать среднюю плотность вещества во Вселенной. Т.о. слияния происходят, по всей видимости, в группах и протоскоплениях внутри гало больших масштабов, а также в стенках, филаментах и узлах крупномасштабной структуры [27].

Поскольку взаимодействие при слияниях чисто гравитационное, мы использовали при оценках известные вероятности слияний галактик [20, 25, 26]. Адекватное описание наблюдательных данных может означать, что темная материя ведет себя при слияниях как столкновительная среда, что отмечалось в литературе (см. ссылки в [11]). Возможно, ответственным за это является бурная релаксация [28] за счёт сильных флуктуаций гравитационного поля при слияниях галактик.

Отметим характерное отличие вида найденной ФМ от функции Шехтера: возникновение подъема на общем спаде ФМ перед максимальными массами (Рис. 5). Параметры этого подъёма связаны с масштабами гравитационной неустойчивости и коллапса при отделении от общего расширения.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны участникам конференций “Astroparticle Physics” (Киев, 2011), “Gravitation and Cosmology” (Киев, 2012), “Электромагнитные методы исследования окружающего пространства”

(Харьков, 2012) и “Актуальные проблемы внегалактической астрономии” (Пушино, 2013) за полезные критические замечания, А. Донец и Ю. Рудневу за помощь в изготовлении рисунков. Работа частично была поддержана программой “Космофизика” НАН Украины.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1. Вывод дифференциального кинетического уравнения

Интегральное кинетическое уравнение Смолуховского [20]

$$\frac{\partial}{\partial t} f(M, t) = I_{st} + \varphi(M, t)$$

с интегралом столкновений

$$I_{st} = \iint dM_1 dM_2 W_{M|M_1, M_2} f_1 f_2 - \iint dM_1 dM_2 \{ W_{M_1|M_2, M} f_2 f + W_{M_2|M, M_1} f f_1 \},$$

$$W_{M|M_1, M_2} = U(M_1, M_2) \delta(M - M_1 - M_2),$$

$$U(M_2, M_1) = U(M_1, M_2), \quad f = f(M, t), \quad \text{etc.},$$

может быть сведено к дифференциальному, если ядро $U(M_1, M_2)$ не является сингулярным при $M_2 \rightarrow 0$, что выполняется для слияния галактик [20, 25]

$$U(M_1, M_2) \rightarrow \frac{C}{2} M_1^u, \quad M_1 \gg M_2,$$

если главный вклад в I_{st} дают слияния массивных галактик с галактиками малых масс. В этом случае мы можем разложить подынтегральное выражение по $M_2 \ll M, M_1$ (см. [9, 10]) и привести его к виду (2), где Π представляет собой общую массу маломассивных галактик. Для вывода перепишем I_{st} в виде

$$I_{st} = 2 \int_0^{M/2} dM_2 \{U(M - M_2, M_2) f_2 f(M - M_2, t) - U(M_1, M_2) f_2 f\} - 2 \int_{M/2}^{\infty} dM_2 U(M, M_2) f_2 f.$$

Раскладывая функции, содержащие разность $M - M_2$, по $M_2 \ll M/2$ и опуская малые по отношению малых и больших масс слагаемые, приводим интеграл столкновений к виду $I_{st} \simeq -\frac{\partial J}{\partial M}$, где через J обозначен поток числа массивных галактик по спектру. В рамках сделанных предположений его можно записать в виде

$$\begin{aligned} J(M, t) &= CM^u f(M, t) \Pi(t), \\ \Pi(t) &= \int_0^{M/2} dM_2 M_2 f(M_2, t). \end{aligned} \quad (A1)$$

Предполагая, что главный вклад в Π следует от масс $M_2 \ll M$, верхний предел опускаем.

Отметим, что уравнение Смолуховского получается из полного кинетического уравнения для функции распределения, зависящей кроме масс также и от координат скоростей (импульсов) галактик процедурой усреднения. Поскольку распределения по скоростям устанавливается за счет дальних взаимодействий быстрее, чем распределение по массам, функция распределения факторизуется. Усредняя по скоростям и учитывая линейность уравнения в приближении малых слияний, приходим к уравнению вида (2), в котором коэффициент СП входит под знаком среднего. Для достаточно узкого равновесного распределения по скоростям это приводит к подстановке вместо скоростей их средних значений. Усреднение по координатам приводит к появлению среднего с весом, отражающим наличие крупномасштабной структуры, что требует специального анализа.

Приложение 2. Вероятность слияний галактик

Коэффициент при законе сохранения массы в вероятности слияний $U(M_1, M_2) \rightarrow U = \langle \sigma v \rangle$, где скобки, которые в дальнейшем мы опускаем, означают усреднение по импульсам p, σ — сечение

слияния, $v = |v_1 - v_2|$ — относительная скорость галактик. Сечение $\sigma = \pi R^2 (1 + GM/Rv^2) \varphi$, где GM/Rv^2 — параметр гравитационной фокусировки [15], $\varphi = (1 + Rv^2/GM)^{-\xi}$ — множитель, учитывающий зависимость вероятности слияния при лобовом столкновении от относительной скорости. В этих выражениях принято $\xi > 0$, $R = R_1 + R_2$, $M = M_1 + M_2$. При $GM/Rv^2 \gg 1$ для сечения имеем $\sigma \approx RM\pi G/v^2$. Степень однородности вероятности определяется параметром u , определяемым согласно $U(\lambda M_1, \lambda M_2) = \lambda^u U(M_1, M_2)$. Зависимость радиуса от массы $R_1 \propto M_1^\beta$ определяется законами Талли-Фишера и Фабер-Джексона [1, 11]. Сечение, вообще говоря, может содержать безразмерные множители от отношения масс, радиусов, скоростей, не влияющие на степень однородности, но существенные для асимптотик. Здесь выбран простейший “упругий” вариант [25, 26] для бесстолкновительного распределения по скоростям, при котором

$$\begin{aligned} u &= 1 + \beta, & (GM/Rv^2 \gg 1); \\ u &= \xi(1 - \beta) + 2\beta, & (GM/Rv^2 \ll 1, \xi \leq 2); \\ u &= 2, & (\xi \geq 2). \end{aligned}$$

Что касается порядка величины вероятности и, соответственно, оценок времени взрывной эволюции, то здесь остается большая степень неопределенности, даже если не иметь ввиду недостаточно известные нам свойства темной материи. Мы будем, однако, полагать, что это время меньше Хаббловского. Для чего, по крайней мере, необходимо выполнение условия $\Pi/\rho \geq 10^2$, где ρ — средняя плотность вещества во Вселенной. Подобное условие выполняется при коллапсе гало, согласно [3].

Приложение 3. Решение КУ методом характеристик

Для удобства массу, входящую в первый интеграл при $t = 0$ обозначим временно M_0 . Тогда

$$\begin{aligned} a(M_0, t = 0) &= \frac{1}{(u-1)M_0^{u-1}}; \\ M_0 &= \left[\frac{1}{(u-1)a(t=0)} \right]^{\frac{1}{u-1}}; \\ f_0(M_0) &= f_0 \left(\left[\frac{1}{(u-1)a(t=0)} \right]^{\frac{1}{u-1}} \right). \end{aligned}$$

Соответственно $F(M, t) = M^u f(M, t)$,
 $F(M_0, t=0) = M_0^u f_0(M_0)$, откуда

$$F(M_0, t=0) = \left[\frac{1}{(u-1)a(t=0)} \right]^{\frac{u}{u-1}} \times f_0 \left(\left[\frac{1}{(u-1)a(t=0)} \right]^{\frac{1}{u-1}} \right).$$

При произвольных M и t отсюда следует

$$F(M, t) = \left[\frac{1}{(u-1)a(M, t)} \right]^{\frac{u}{u-1}} \times f_0 \left(\left[\frac{1}{(u-1)a(M, t)} \right]^{\frac{1}{u-1}} \right).$$

Как и д.б. $F(M, t)$ — функция от интеграла $a(M, t)$, удовлетворяющая начальному условию. Подставляя $a(M, t)$ в виде

$$\frac{1}{(u-1)a(M, t)} = \frac{M^{u-1}}{C\Pi t (u-1) M^{u-1} + 1}$$

и используя $f(M, t) = M^{-u} F(M, t)$ приходим к формуле (9) для $f_{in}(M, t)$. Первый интеграл $b(M, t)$ второго уравнения системы (4) при нулевом начальном условии для этой части решения приводит к выражению (9) для $f_s(M, t)$.

Приложение 4. Корни δ -функции

Рассмотрим более общий случай $u > 1$, $\bar{M}(t) = t^s/A$, $\Pi = \text{const}$. При указанных условиях

$$\begin{aligned} \tau(x) &= C\Pi \times x, \\ \mu(a, x) &= [(u-1)(a - C\Pi x)]^{\frac{1}{1-u}}, \end{aligned}$$

и уравнение для корней дельта-функции приобретает вид

$$\frac{1}{a - C\Pi x} = \frac{u-1}{A^{u-1}} x^{(u-1)s}. \quad (\text{A2})$$

Левая часть уравнения как функция от x является (обобщенной) гиперболой ($a > 0$) с вертикальной асимптотой $x_{as} = a(C\Pi)^{-1}$, а правая часть — растущей степенной функцией. Уравнение (A2) может не иметь вещественных корней (в отсутствие пересечений гиперболы со степенной функцией), либо иметь два различных или один кратный корень при касании упомянутых кривых. Условие последнего — равенство в точке касания самих функций и их производных, причем удобнее иметь дело с логарифмической производной

$$\frac{1}{a - C\Pi x} = (u-1) s x^{-1}. \quad (\text{A3})$$

Исключая $a - C\Pi x$ из (A2) и (A3), находим точку касания

$$x_{\tan}^{(u-1)s+1} = \frac{s}{C\Pi} A^{u-1}. \quad (\text{A4})$$

Подставляя x_{\tan} , находим значение параметра a , соответствующее кратному корню:

$$\begin{aligned} a = a_{cr} &= C\Pi \left[1 + \frac{1}{(u-1)s} \right] x_{\tan} \\ &= C\Pi \left[1 + \frac{1}{(u-1)s} \right] \left[\frac{s}{C\Pi} A^{u-1} \right]^{\frac{1}{(u-1)s+1}}. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

При $s = 1$ выражения упрощаются до

$$a_{cr} = \frac{u}{u-1} (AC\Pi)^{1-\frac{1}{u}}, \quad (\text{A6})$$

$$x_{\tan}^u = \frac{1}{C\Pi} A^{u-1}.$$

В простейшем случае $u = 2$ и $s = 1$ это дает

$$a_{cr} = 2\sqrt{AC\Pi}, \quad x_{\tan} = \sqrt{\frac{A}{C\Pi}}. \quad (\text{A7})$$

Т.о. при $a > a_{cr}$ имеется два корня: $x_- < x_{\tan}$, $x_+ > x_{\tan}$.

Возвращаясь к общему случаю получаем, введя параметр $\gamma = (u-1)s$,

$$\begin{aligned} x_{\tan}^{\gamma+1} &= \frac{s}{C\Pi} A^{u-1}, \\ a_{cr} &= C\Pi \left[1 + \frac{1}{\gamma} \right] \left[\frac{s}{C\Pi} A^{u-1} \right]^{\frac{1}{\gamma+1}}. \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

Приведем основное уравнение в безразмерных переменных $\tilde{a} = a/a_{cr}$, $T = x/x_{\tan}$:

$$\frac{1}{(\gamma+1)\tilde{a} - \gamma T} = T^\gamma. \quad (\text{A9})$$

Разложение вблизи от точки касания по малым $0 < \tilde{a} - 1 \ll 1$ и $|\delta T| \ll 1$ приводит к квадратному уравнению $\gamma(\delta T)^2 - 2\gamma(\tilde{a} - 1)\delta T - 2(\tilde{a} - 1) = 0$, корни которого при $\tilde{a} - 1 \ll 1$ равны

$$\delta T_{\pm} \approx \pm \sqrt{2(\tilde{a} - 1)/\gamma}. \quad (\text{A10})$$

Приложение 5. Регуляризация

Заменим δ -функцию в правой части КУ ступенчатой функцией конечной ширины $\Delta > 0$

$$\begin{aligned} \Phi(M, t) &= \delta_{\Pi}(M - \bar{M}(t)) \Phi(t), \\ \delta_{\Pi}(x) &= \frac{1}{\Delta} \left[\theta \left(x + \frac{\Delta}{2} \right) - \theta \left(x - \frac{\Delta}{2} \right) \right] \Phi(t), \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

где $\theta(x)$ — функция Хэвисайда. $\theta(x) = 0$ для $x < 0$ и $\theta(x) = 1$ для $x \geq 0$. Тогда для $K(a, t)$: При $t > x_+^+$

$$K(a, t) = \int_0^t dx \delta_{\Pi} [\mu(a, x) - \bar{M}(x)] \Phi(x). \quad (\text{A12})$$

Подынтегральное выражение отлично от нуля, если

$$\bar{M}(x) - \frac{\Delta}{2} \leq \mu(a, x) \leq \bar{M}(x) + \frac{\Delta}{2}. \quad (\text{A13})$$

Каждая из двух граничных линий $y = \bar{M}(x) + \sigma \frac{\Delta}{2}$ (где $\sigma = \pm$) может дважды пересекать гиперболу $y = \mu(a, x)$ при $a > a_{\text{cr}}^{\sigma}$. Случай $a = a_{\text{cr}}^{\sigma}$, соответствует касанию кривой $\bar{M}(x) + \sigma \Delta/2$ с гиперболой $\mu(a, t)$ в точках $x = x^{\sigma}$, которые находятся из условий

$$\mu(a, x) = \bar{M}(x) + \sigma \frac{\Delta}{2} \quad (\text{A14})$$

$$\frac{\partial \mu(a, x)}{\partial x} = \frac{d\bar{M}(x)}{dt}.$$

При $\Pi = \text{const}$, $\bar{M}(t) = x/A$, находим

$$\frac{x^{\sigma}}{A} = (\text{АСП})^{-1/u} - \sigma \frac{\Delta}{2},$$

$$a_{\text{cr}}^{\sigma} = \frac{u}{u-1} (\text{АСП})^{\frac{u-1}{u}} - \sigma \text{АСП} \frac{\Delta}{2}, \quad (\text{A15})$$

$$\sigma = \pm.$$

Заметим, что $x^+ < x^-$ и $a_{\text{cr}}^+ < a_{\text{cr}}^-$, причём $a_{\text{cr}}^- - a_{\text{cr}}^+ = \text{АСП} \Delta$.

Получаем две точки пересечения $x_{\pm}^+(a) \leq x_{\pm}^+(a)$ для $a_{\text{cr}}^+ < a < a_{\text{cr}}^-$ (Рис. 3) и четыре точки пересечения $x_{\pm}^{\pm}(a)$ (с обеими критическими прямыми) для $a_{\text{cr}}^- < a$ (Рис. 4). В последнем случае возможен предельный переход $\Delta \rightarrow 0$ к δ -функции в правой части КУ:

$$\sqrt{a - a_{\text{cr}}^{\sigma}} \approx \sqrt{a - a_{\text{cr}}^-} \left(1 + \sigma \frac{\Delta}{4} \frac{\text{АСП}}{(a - a_{\text{cr}}^-)} \right),$$

откуда

$$\sqrt{a - a_{\text{cr}}^-} - \sqrt{a - a_{\text{cr}}^+} \approx \frac{\Delta}{2} \frac{\text{АСП}}{(a - a_{\text{cr}}^-)} \quad (\text{см. (22)}).$$

Для малых отклонений точек пересечения от точек касания $\delta x_{\pm}^{\sigma} \equiv x_{\pm}^{\sigma} - x^{\sigma}$, где в $x_{\pm}^{\sigma}(a)$ подставлено $a = a_{\text{cr}}^{\sigma}$, как следует из (A10), $\delta x_{\pm}^{\sigma} = -\delta x_{\pm}^{\sigma} > 0$.

$$K = K^+ \equiv \frac{1}{\Delta} \int_{t_{\pm}^+}^{t_{\pm}^+} x \Phi(x) \rightarrow \frac{\Phi}{\Delta} (t_{\pm}^+ - t_{\pm}^+) \quad (\text{A16})$$

$$\approx \frac{\Phi}{\Delta} (\delta t_{\pm}^+ - \delta t_{\pm}^+) = \frac{2\Phi}{\Delta} \delta t_{\pm}^+.$$

При $a_{\text{cr}}^- < a$ и $t > x_+^+$ $K(a, t) = K^+ + K^-$, где $K^- = \frac{\Phi}{\Delta} (\delta t_{\pm}^- - \delta t_{\pm}^-) = \frac{2\Phi}{\Delta} \delta t_{\pm}^-$. Соответственно,

$$\begin{aligned} K(a, t) &= \frac{\Phi}{\Delta} (\delta t_{\pm}^+ - \delta t_{\pm}^+ + \delta t_{\pm}^+ - \delta t_{\pm}^-) \\ &= \frac{2\Phi}{\Delta} (\delta t_{\pm}^+ + \delta t_{\pm}^+) \\ &= \frac{2\Phi \zeta}{\Delta} \left(\sqrt{a - a_{\text{cr}}^+} - \sqrt{a - a_{\text{cr}}^-} \right), \end{aligned} \quad (\text{A17})$$

где мы учли, что $\delta t_{\pm}^{\sigma} = \pm \zeta \sqrt{a - a_{\text{cr}}^{\sigma}}$ (см. 4.2).

Полученные выражения позволяют построить регуляризованную ФМ (Рис. 5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. Weinberg, *Cosmology* (Oxford University Press, 2008).
2. Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория* (КРАСАНД, Москва, 2010).
3. В. Н. Лукаш, Е. В. Михеева, *Физическая космология* (Физматлит, Москва, 2010).
4. R. J. Bouwens, G. D. Illingworth, M. Franx, and H. Ford, *Astrophys. J.* **670**, 928 (2007).
5. R. J. Bouwens, G. D. Illingworth, P. A. Oesch, et al., *Astrophys. J.* **737**, 90 (2011).
6. А. Кац, В. Конторович, *Вестник КНУ, Сер. Астрономия* **48**, 16 (2012).
7. *Abstracts of IENAM-2011* (St. Petersburg, 2011), pp. 185–192.
8. V. Kontorovich, *Astron. Astrophys. Trans.* **5**, 259 (1994).
9. R. C. Kennicutt, P. Schweizer, and J. E. Barnes, *Saas-Fee Advance Course* **26**, 404 (1998).
10. О. К. Сильченко, в *Астрономия: традиции, настоящее, будущее*, Ред. В. В. Орлов, В. П. Решетников, Н. Я. Сотникова (СПбГУ, Санкт-Петербург, 2007), с. 63.
11. R. Ellis and J. Silk, in *Structure formation in Astrophysics*, Ed. by G. Chabrier (Cambridge University Press, 2008), p. 133; astro-ph/0712286.
12. J. Silk, G. Mamon, *Research in Astron. Astrophys.* **12**, 917 (2012).
13. В. М. Конторович, А. В. Кац, Д. С. Кривицкий, *Письма в ЖЭТФ* **55**, 3 (1992).

14. A. Cavaliere, B. Colofrancesco, and N. Menci, *Astrophys. J.* **376**, L37 (1991).
15. Л. Ландау, Е. Лифшиц, *Механика* (ГИФМЛ, Москва, 1958).
16. А. В. Кац, В. М. Конторович, в *тезисах конф. Электромагнитные методы исследования окружающего пространства* (Харьков, 2012); http://ri.kharkov.ua/emes/EMES2012_Thesis.pdf.
17. C. Steidel, *Proc. of the National Academy of Sciences of the USA* **96**, 42321 (1999).
18. C. Borys, S. Chapman, M. Donahue, et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **352**, 759 (2004).
19. A. Berciano Alba, L. Koopmans, M. Garrett, et al., *Astronom. and Astrophys.* **54**, A1 (2010).
20. А. В. Кац, В. М. Конторович, *ВАНТ (Problems of Atomic Science and Technology)* **68**, 137 (2010).
21. В. В. Степанов, *Курс дифференциальных уравнений* (ГИФМЛ, Москва, 1959).
22. В. М. Конторович, *Радиофизика и радиоастрономия* **11**, 5 (2006).
23. В. Волошук, *Кинетическая теория коагуляции* (Гидрометеиздат, Ленинград, 1984).
24. М. Эрнст, в *Фракталы в физике*, Ред. Л. Пьетронеро, Э. Тозатти (Москва, Мир, 1988), с. 399.
25. D. S. Krivitsky and V. M. Kontorovich, *Astronom. and Astrophys.* **327**, 921 (1997).
26. G. Mamon, *ASP Conf. Ser.* **197**, 377 (2000).
27. C. S. Frenk and S. D. M. White, *Annalen der Physik*, October 1 (2012); arxiv:1210.0544.
28. S. White, in *Proc. of the 36th Herstmonceux Conf. on Gravitational Dynamics*, Ed. by O. Lahav, E. Terlevich, and R. Terlevich (Cambridge University Press, Cambridge, New York, 1996); astro-ph/9602021.

Merger Driven Explosive Evolution of Distant Galaxies (Minor Mergers)

A. V. Kats, V. M. Kontorovich

We derived solutions for the Smoluchowski kinetic equation for the mass function of galaxies, which describes mergers in differential approximation, where mergers with low-mass galaxies are the dominant factor. The evolution of the initial distribution is analyzed as well as the influence of the source represented by galaxies (halos) that disengage from the global cosmological expansion. It is shown that the evolution of the slope of the power-law portion of the luminosity function at a constant mass-to-luminosity ratio observed in the Ultradeep Hubble Field can be described as a result of explosive evolution driven by galaxy mergers. In this case the exponent depends exclusively on the uniformity degree of merger probability as a function of mass.

Keywords: *galaxies: interactions—galaxies: mass function—galaxies: evolution*