

УДК 524.47

## О ПРОБЛЕМАХ КЛАССИФИКАЦИИ СИСТЕМ ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ

© 2025 И. У. Таджикибаев<sup>1\*</sup>, С. Н. Нуритдинов<sup>2</sup>, А. У. Омонов<sup>2,3</sup><sup>1</sup>Чирчикский государственный педагогический университет, Чирчик, 111700 Узбекистан<sup>2</sup>Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, 100174 Узбекистан<sup>3</sup>Институт фундаментальных и прикладных исследований при национальном университете ТИИМСХ, Ташкент, 100000 Узбекистан

Поступила в редакцию 14 августа 2023 года; после доработки 5 сентября 2024 года; принята к публикации 29 октября 2024 года

В этой работе мы обсуждаем проблемы классификации систем шаровых скоплений (СШС), в частности проблему вспомогательного параметра. Предложены простейшие способы их классификации. Изучены возможности классификации по степени концентрации СШС к центру галактики и использования параметра анизотропии скоростей. Найдены эмпирические зависимости между начальным значением вириального параметра и физическими характеристиками СШС. Показано, что при помощи начального значения вириального параметра можно классифицировать СШС.

Ключевые слова: классификация; шаровые скопления

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование систем шаровых скоплений (СШС), наблюдаемых почти во всех галактиках, является одной из важных задач астрофизики и особенно наблюдательной космологии (см., например, Choksi and Gnedin, 2018; Forbes and Remus, 2018; Caso et al., 2019; Choksi and Gnedin, 2019 и ссылки в этих работах). Можно утверждать, что СШС — это подсистемы галактик, являющиеся уникальными объектами во Вселенной. СШС состоят преимущественно из относительно старых шаровых скоплений (ШС), которые находятся в сферической составляющей галактик или вокруг их основного тела. Определение физических свойств СШС напрямую связано с изучением астрофизических характеристик их родительских галактик. Однако проблема классификации СШС до сих пор не привлекала должного внимания, и вопросы формирования самих ШС пока не изучены в достаточной степени. Хотя по данному вопросу проведены важные исследования и получены интересные результаты, например, в работах Ashman and Zepf (1998), Jimenez et al. (2022), Renzini et al. (2022), Lucia et al. (2023) и других, но разработка проблемы их классификации, по нашему мнению, может способствовать развитию и совершенствованию теории происхождения СШС. Решение этой проблемы необходимо, в частности,

для понимания физики и эволюции ШС, их систем и самих галактик.

Классификация СШС может быть различной. Она может быть разработана, например, для всех видов галактик камертона Хаббла, независимо от типа галактик, или для каждого типа галактик в отдельности. Отметим, что разделять СШС галактик на два вида очень просто по одному из параметров. К примеру, независимо от морфологического типа родительских галактик СШС можно разделить на два класса, распределив скопления в них по металличности.

Проблемами классификации СШС непосредственно никто не занимался, однако некоторые полезные работы были опубликованы. Например, в работе Harris (1991) приведен рис. 4, на котором можно выделить несколько классов СШС. На данном рисунке видно, что, в частности, СШС можно разбить на девять классов. Надо отметить, что СШС эллиптических галактик легко разделить на бедные ( $E_S$ ) и богатые ( $E_R$ ) системы.

В 1997 году Kissler-Patig опубликовал статьи (Kissler-Patig, 1997a,b), где собрал информацию о свойствах 53 СШС слабых и ярких галактик ранних типов. Исследовав эти свойства, автор разделил СШС на два класса: слабые и яркие. Слабые системы имеют низкую удельную частоту (меньше 5), количественный состав менее чем 1500 ШС, относительно низкую металличность ( $[Fe/H] < -1.2$ ) и крутой профиль плотности. Эти

\*E-mail: [tadj\\_ikram@mail.ru](mailto:tadj_ikram@mail.ru)

системы кажутся практически невозмущенными и находятся в слабых ( $M_V > -21^m5$ ) дисковых галактиках ранних типов. В ярких СШС эффективность формирования ШС выше, и они имеют более высокие удельные частоты встречаемости ШС (больше 5). Они включают большее количество ШС (свыше 2000), имеют плоские профили плотности ( $\alpha > -1.7$ ), распределения ШС в них по цвету широкие и во многих случаях показывают несколько пиков (или градиентов). Наконец, средняя металличность выше, чем в слабых системах. Профили яркости слабых СШС отличаются от таковых, построенных для ярких СШС ( $M_V < -21^m5$ ). Отличаются и формы изофот родительских галактик. У галактик с яркими СШС формы изофот почти прямоугольные (boxy), а у галактик со слабыми СШС — как у дисковых галактик. Kissler-Patig (1997a; b) предположил, что в каждой галактике, вероятно, сформировалась СШС во время раннего протогалактического коллапса, но яркие системы обогатились во время слияния. Эти два класса СШС подтверждают идею о том, что слияния могут быть причиной дихотомии галактик ранних типов.

В работе van den Bergh (1998) исследованы свойства СШС. Обнаружена корреляция между светимостью родительской галактики и наклоном радиального профиля плотности скоплений, а также шириной распределения цвета (металличности) скоплений. Автор изучил возможные корреляции, например между различными характеристиками СШС и свойствами их родительских галактик, а также корреляции между характеристиками СШС. Автор разделел СШС по численности на две группы: СШС с большим количеством ШС (значения удельной частоты больше 5.0) и СШС с меньшим количеством ШС (значение удельной частоты меньше 5.0). Показано, что СШС можно разделить также на две группы по радиальному распределению плотности: первая — СШС, которые демонстрируют радиальное распределение плотности ( $\alpha > -1.75$ ), и вторая — те, которые имеют крутые радиальные градиенты плотности ( $\alpha < -1.75$ ). Родительские галактики можно разделить на яркие объекты с абсолютными величинами  $M_V < -21^m5$  и более слабые ( $M_V > -21^m5$ ). Наконец, по нормированным коэффициентам Фурье, которые описывают формы изофот родительских галактик, имеющих СШС, они разделены на почти квадратные ( $a(4) < 0$ ) и дискообразные ( $a(4) > 0$ ).

В работе Gebhardt and Kissler-Patig (1999) собраны данные для СШС 50 галактик из архива космического телескопа им. Хаббла и приведены распределения ШС по цвету ( $V - I$ ). Количество ШС в каждой галактике колеблется от 18 (NGC 2778) до 781 (NGC 5846). Семь из 16 систем,

имеющих более 100 ШС, показывают значительную бимодальность распределений по цветам ШС. В целом, бимодальное распределение наблюдается примерно у половины всех СШС в выборке, а распределение слабых галактик согласуется с унимодальностью. Такую же картину можно видеть в работе Eerik and Tenjes (2003). Из наблюдений следует, что по распределениям скоплений по цвету СШС разделяются опять-таки на два класса.

В данной работе мы предлагаем простейшие варианты классификации СШС и проводим поиск вспомогательного параметра, позволяющего получить адекватный результат.

## 2. ОБ ОДНОМЕРНОЙ И ДВУМЕРНОЙ КЛАССИФИКАЦИЯХ СШС

Основой любой классификации СШС должен служить сводный каталог этих объектов. Созданный нами каталог (Nuritdinov et al., 2013) включает 441 СШС. В каталоге Харриса (Harris et al., 2013), опубликованном почти в то же время, насчитывается 422 объекта. Очевидно, требуется классификация СШС, которая может быть использована на практике, хотя глубокое изучение накопленных наблюдательных данных и физики этих систем требует не только анализа их статистических свойств. Изучение проблем классификации СШС полезно, прежде всего, для построения теории их формирования и эволюции.

Анализ имеющихся данных наблюдений с точки зрения классификации СШС оказывается достаточно трудной задачей (Nuritdinov and Tadjibaev, 2014a; b; Tadjibaev, 2009). С одной стороны, из-за яркости основного тела галактик самой сложной проблемой является непосредственное прямое наблюдение их СШС для того, чтобы изучить, например, поведение поверхностной яркости системы, распределение там ШС и т.п. С другой стороны, решение проблемы классификации упирается в имеющийся широкий разброс значений параметров, а иногда даже в противоречивые ситуации по отдельным данным наблюдений.

Мы хотим сформулировать сначала наиболее простые критерии классификации СШС. Для этого требуется использование надежных наблюдаемых параметров СШС. Ими могут быть, прежде всего, количество ШС, абсолютная звездная величина родительской галактики, удельная частота встречаемости ШС и др. При этом следует учесть также ошибки этих наблюдаемых параметров, хотя они известны пока лишь для некоторых из них. По степени богатства СШС шаровыми скоплениями условно выделяются пять явно отличающихся групп:

- наиболее бедные (класс А);

- бедные (класс В);
- с умеренным количеством скоплений (класс С);
- богатые (класс D);
- наиболее богатые (класс E).

Нельзя пренебречь классом А из очень бедных СШС (в каталоге их всего 27). Они содержат всего до одного десятка скоплений, а их родительские галактики относятся к типам Iг II и E6. Системы класса D содержат несколько тысяч скоплений, а их галактики относятся к типу E1, E2 или E3. СШС класса E содержат несколько десятков тысяч скоплений и их галактики принадлежат к типам сD и E0.

По светимости родительской галактики СШС разделены на пять классов: ярчайшие, яркие, умеренно яркие, слабые по яркости, наиболее тусклые, или карликовые.

Предложенные варианты классификации СШС кажутся несколько простыми. Поэтому мы ввели вспомогательные параметры для классификации СШС: параметр анизотропии, степень концентрации ШС к центру родительской галактики и вириальный параметр начальной протосистемы шаровых скоплений.

### 3. О ПРОБЛЕМЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ПАРАМЕТРА

Отметим, что до сих пор никто не ставил такую задачу и не интересовался поиском вспомогательного параметра с целью классификации СШС. Данная задача требует выявления корреляции значений этого параметра с основными физическими характеристиками наблюдаемых СШС или соответствующими характеристиками родительских галактик. Здесь мы обсуждаем каждый из трех вспомогательных параметров.

#### 3.1. Параметр анизотропии скоростей

Параметр анизотропии скоростей введен впервые Агекианом и Петровской (Agekyan and Petropovskaya, 1962) для исследования отдельных ШС:

$$A = \frac{(2\overline{\Pi^2} - \overline{T^2})}{\overline{\Pi^2}}, \quad (1)$$

где  $\overline{\Pi^2}$  и  $\overline{T^2}$  — радиальная и поперечная компоненты дисперсии скоростей. По этой формуле на основе данных наблюдений мы вычислили значения этого параметра для 18 СШС (см. таблицу 1).

Мы рассмотрели корреляции параметра анизотропии с основными физическими характеристиками СШС: абсолютной звездной величиной, количеством ШС в системе, массой родительской галактики, металличностью СШС, удельной частотой и типом галактики. Значения коэффициентов

Таблица 1. Значения параметра анизотропии для СШС

№	Название	Тип галактики	Значение A
1	NGC 1374	E0	0.02
2	NGC 1379	E0	0.00
3	NGC 1387	S0	0.00
4	NGC 1399	E1	0.08
5	NGC 1404	E1	0.00
6	NGC 2683	Sb	0.20
7	NGC 3115	S0	0.00
8	NGC 3226	E2	1.80
9	NGC 3377	E5	0.00
10	NGC 3379	E1	1.80
11	NGC 3607	S0	0.50
12	NGC 4278	E1	0.20
13	NGC 4406	E3	0.60
14	NGC 4472	E2	0.20
15	NGC 4486	E0	1.64
16	NGC 4594	Sa	0.04
17	NGC 4636	E0	0.56
18	Млечный Путь	Sb	0.00

корреляции величины A с этими характеристиками оказались меньше 0.5. Таким образом, параметр анизотропии никак не коррелирует с какой-либо физической характеристикой СШС. Следовательно, по параметру анизотропии скоростей классифицировать СШС невозможно.

#### 3.2. Степень концентрации к центру

Интересно выяснить, как сильно отличаются СШС по степени концентрации к центру родительской галактики и поможет ли такая информация классификации этих систем. Здесь проблема упирается, прежде всего, в недостаточную точность данных наблюдений и их очевидную скудность. Некоторый опыт в анализе кривых наблюдаемой плотности на примере ШС путем сравнения графиков этой плотности, полученных с использованием космических данных наблюдений, у нас имеется (подробнее см. Nuritdinov et al., 2021).

Мы построили видимые распределения ШС относительно центра для ряда галактик. Получилось почти сферическое распределение, которое сильно отличается от модели шаровых скоплений, что означает неприменимость нашей методики по определению степени концентрации, изложенной в работе Nuritdinov et al. (2021). В связи с этим мы рассмотрели различные модели распределения для СШС, в частности известный закон Вокулера и Кинга (King, 1962), и определили значения степени

**Таблица 2.** Критические значения начального вириального параметра системы протошаровых скоплений

$N; m$	$\Omega$					
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
11; 3	0.039	0.039	0.039	0.040	0.041	0.043
12; 4	0.033	0.035	0.043	0.058	0.075	0.093
13; 5	0.028	0.028	0.029	0.029	0.030	0.032
14; 4	0.024	0.024	0.024	0.025	0.026	0.026
15; 5	0.021	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023
16; 6	0.018	0.018	0.019	0.019	0.020	0.020
17; 5	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.018
18; 6	0.015	0.015	0.015	0.015	0.016	0.016
19; 7	0.013	0.013	0.014	0.014	0.014	0.015
20; 8	0.012	0.012	0.012	0.013	0.013	0.013
21; 7	0.011	0.011	0.011	0.011	0.012	0.012

концентрации. Никакой корреляции между степенью концентрации и основными характеристиками СШС не обнаружено. Анализ результатов показал, что в этом направлении требуется большая работа по выявлению закономерностей в используемых моделях для достижения требуемой точности сравнения наблюдаемого и теоретического распределений концентрации в СШС.

### 3.3. Классификация СШС по вириальному параметру

В поисках вспомогательного параметра, который можно было бы использовать для классификации СШС, мы решили рассмотреть параметр, характеризующий начальное состояние соответствующей протогалактики, полагая, что такая классификация будет иметь корреляцию с наблюдаемыми характеристиками СШС.

Мы рассмотрели модель формирования, где происхождение СШС на ранней стадии коллапса протогалактики обусловлено гравитационной неустойчивостью нелинейно нестационарной модели относительно мод колебаний высоких степеней, которые соответствуют достаточно мелкомасштабным возмущениям плотности коллапсирующей галактики. При этом решается следующее нестационарное дисперсионное уравнение (Nuritdinov, 2003):

$$\frac{1}{6}A(\psi)\Pi^3 = \frac{1}{N(N+1)}S_{1N} + \frac{im\Omega(N-2)!}{(N+2)!}S_{2N}, \quad (2)$$

где  $N$  и  $m$  — радиальное и азимутальное волновые числа,  $\Omega$  — угловая скорость вращения диска,

$$S_{1N} = \int_{-\infty}^{\psi} W^{-1} E \frac{dP_N(\cos h)}{d \cos h} d\psi_1,$$

$$S_{2N} = \int_{-\infty}^{\psi} W^{-1} E \sinh \frac{d^2 P_N(\cos h)}{d(\cos h)^2} d\psi_1,$$

здесь  $P_N$  — полином Лежандра,  $W = f_1/f$ ,  $f = 1 + \lambda \cos \psi$ ,  $f_1 = 1 + \lambda \cos \psi_1$ ,  $E = f_1^3 S A$ ,  $S = f_1^{-2} (g_1 \sin \psi + g \sin \psi_1)$ ,  $g = \lambda + \cos \psi$ ,  $g_1 = \lambda + \cos \psi_1$ ,  $\cos h = [gg_1 + (1 - \lambda^2) \sin \psi \sin \psi_1] / f_1 f$ ,  $\lambda = 1 - (2T/|U|)_0$ ,  $(2T/|U|)_0$  — вириальный параметр, связанный с отношением кинетической и потенциальной компонент энергии и характеризующий степень нестационарности системы;  $A(\psi)$  — коэффициент возмущения потенциала. Величина  $\psi$  связана со временем  $t$  по формуле  $t = (1 - \lambda^2) / (1 + \lambda \cos \psi)$ .

Необходимо отметить, что вышеприведенная простейшая классификация СШС утверждает, что если количество ШС в системе находится в интервале от 10 до 100, то такие СШС могут быть названы бедными. Анализ данных наблюдений показывает, что бедными являются преимущественно большая часть СШС карликовых эллиптических галактик, но иногда такую картину можно увидеть в некоторых спиральных галактиках.

Если количество ШС находится в интервале от 100 до 1000, то такие системы называем умеренными, и такие СШС встречаются вокруг спиральных и линзовидных галактик. Отметим, что неустойчивости радиальных движений, приводящие к формированию системы протошаровых скоплений, имеют место при модах возмущений высоких степеней. Поэтому нами рассмотрены именно эти моды на фоне модели коллапсирующей протогалактики. С целью определения типа неустойчивости коллапса и закономерностей в ее проявлении мы выбрали ряд мод колебаний высоких степеней:  $(N; m) = (11; 3), (12; 4), (13; 5), (14; 4), (15; 5), (16; 6), (17; 5), (18; 6), (19; 7)$  и  $(21; 7)$ . Вопросы устойчивости этих мод возмущений рассмотрены нами ранее, в разные времена, и полученные результаты опубликованы в ряде работ (см., Tadjibaev, 2003, 2013, 2015, 2016; Tadjibaev et al., 2015; Nuritdinov and Tadjibaev, 2016; Tadjibaev et al., 2017). Очевидно, здесь нам нужны всего лишь критические значения начального вириального параметра при нулевом и весьма малом значении параметра вращения. Анализ показывает, что для указанных мод колебаний неустойчивость при определенных начальных условиях способна

**Таблица 3.** Основные физические характеристики СШС и их галактик.  $N_{GC}$  — количество наблюдаемых ШС в данной системе,  $\lg M$  — масса родительской галактики,  $S_N$  — удельная частота,  $[Fe/H]$  — металличность СШС,  $M_V$  — абсолютная звездная величина родительской галактики

$N; m$	Типичные СШС	Тип галактики	$N_{GC}$	$\lg M$	$S_N$	$[Fe/H]$	$M_V$
11;3	NGC 891	Sb	70	7.31	0.3		-21.4
12;4	NGC 1375	SB0	86	7.27	0.5	-1.45	-19.16
13;5	NGC 4754	SB0	110	7.45	0.74		-20.53
14;4	NGC 3384	SB0	120	7.49	0.90		-20.49
15;5	NGC 4203	SB0	175	7.63	1.46	-1.12	-20.08
16;6	NGC 4442	SB0	178	7.66	1.98		-20.56
17;5	NGC 3379	E1	216	7.77	1.2	-0.98	-20.9
18;6	NGC 3377	E5	240	7.66	2.4	-0.89	-19.95
19;7	NGC 1344	E5	280	7.90	1.5		-21.18
20;8	NGC 4473	E5	376	8.00	0.93	-1.08	-20.81
21;7	NGC 1052	E4	400	8.04	1.9		-21.05

**Таблица 4.** Значения коэффициента корреляции вириального параметра с основными характеристиками

Параметр вращения	$N_{GC}$	$\lg M$	$S_N$	$[Fe/H]$
$\Omega = 0.0$	-0.89	-0.93	-0.76	-0.89
$\Omega = 0.2$	-0.89	-0.94	-0.76	-0.90
$\Omega = 0.4$	-0.85	-0.93	-0.74	-0.91
$\Omega = 0.6$	-0.77	-0.87	-0.70	-0.92
$\Omega = 0.8$	-0.70	-0.81	-0.64	-0.92

привести к формированию СШС из сгущений, количество которых будет соответствовать случаю бедных и умеренных СШС.

Чтобы изучить связь неустойчивости радиальных орбит с классификацией СШС, мы составили таблицы 2 и 3. На основе этих таблиц, нами вычислены корреляции между критическими значениями вириального параметра и физическими характеристиками СШС для различных значений параметра вращения  $\Omega$ . Результаты приведены в таблице 4.

Видно, что критические значения вириального параметра достаточно сильно зависят от основных характеристик СШС. Методом наименьших квадратов найдены эмпирические зависимости между указанными величинами. Эти зависимости приведены ниже для случая  $\Omega = 0.0$ .

Зависимость вириального параметра от количе-

ства ШС (рис. 1) имеет вид:

$$(2T/|U|)_0 = a_1 N_{GC} + b_1, \quad (3)$$

где  $a_1 = -7.37(+0.36) \times 10^{-5}$  и  $b_1 = 0.0359(+0.0008)$ . Следовательно, чем больше численность ШС, тем меньше критическое значение вириального параметра.

Нами обнаружена следующая статистическая формула между вириальным параметром и массой родительской галактики (рис. 2):

$$(2T/|U|)_0 = a_2 \lg M + b_2. \quad (4)$$

Здесь значение коэффициентов равно:  $a_2 = -0.0331(+0.0012)$ ,  $b_2 = 0.2746(+0.0093)$ . Видно, что с ростом значения массы родительской галактики уменьшается критическое значение вириального параметра СШС.

Соответствующая эмпирическая формула между вириальным параметром и удельной частотой (рис. 3) имеет вид:

$$(2T/|U|)_0 = a_3 S_N + b_3. \quad (5)$$

Приводим значения коэффициентов:  $a_3 = -0.0106(+0.0009)$ ,  $b_3 = 0.0342(+0.0012)$ .

Приведем также без графика эмпирическую формулу зависимости между вириальным параметром и металличностью СШС, найденную в виде

$$(2T/|U|)_0 = a_4 [Fe/H] + b_4, \quad (6)$$

и значения соответствующих коэффициентов:  $a_4 = -0.0348(+0.0039)$ ,  $b_4 = -0.0190(+0.0044)$ .

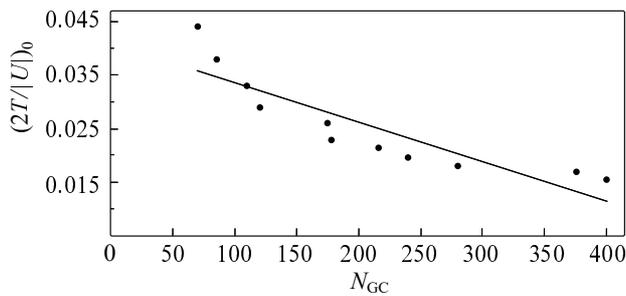


Рис. 1. Зависимость между вириальным параметром и количеством ШС.

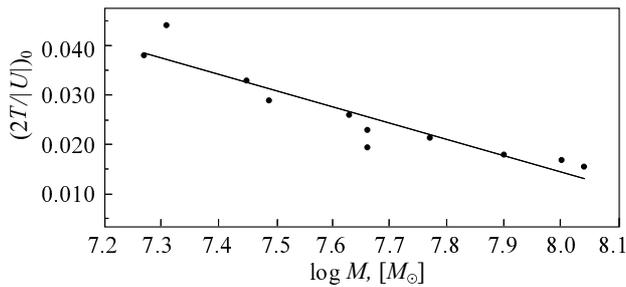


Рис. 2. Зависимость между вириальным параметром и массой родительской галактики.

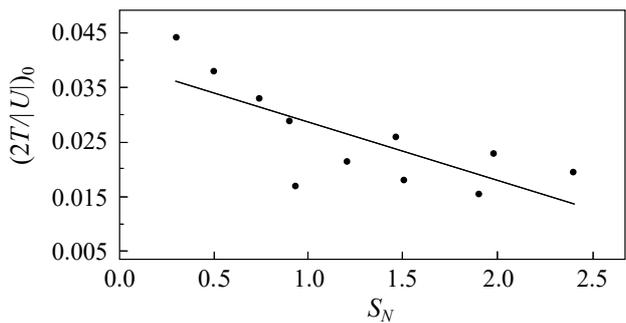


Рис. 3. Зависимость между вириальным параметром и удельной частотой ШС.

Наличие хорошей корреляции критических значений вириального параметра с основными физическими характеристиками СШС и родительской галактики говорит о том, что эти системы могут формироваться из-за неустойчивости радиального коллапса протогалактики. Следовательно, каждой галактике и СШС можно приписать конкретное значение вириального параметра. Вместо вириального параметра  $(2T/|U|)_0$  можно использовать другие известные динамические характеристики, которые несложно выразить через данный параметр (например, степень нестационарности СШС, их массы и возраст и т.д.). Но главное заключается в следующем: анализ неустойчивости мод колебаний высоких степеней показывает, что СШС можно классифицировать с помощью  $(2T/|U|)_0$

или конкретно других величин, от которых явно зависит этот параметр.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены простейшие способы классификации СШС по количеству шаровых скоплений в них. На практике полезно разделение СШС по характеристикам на пять видов: наиболее бедные, бедные, с умеренным количеством скоплений, богатые, наиболее богатые. СШС по абсолютной величине галактики мы также разделили на пять классов: ярчайшие, яркие, умеренно яркие, слабые по яркости, наиболее тусклые. Нами найдены эмпирические зависимости между начальным значением вириального параметра и физическими характеристиками СШС. Наличие корреляции критических значений вириального параметра с основными физическими характеристиками СШС и родительской галактики говорит о том, что эти системы могут формироваться из-за неустойчивости радиального коллапса протогалактики. Показано, что путем введения параметра анизотропии скоростей невозможно адекватно классифицировать СШС. Предложена классификация СШС на основе начального значения вириального параметра, что является сравнительно надежным. Отметим, что это наш первый шаг в направлении решения проблемы классификации СШС. Впереди имеются ряд задач, например анализ влияния наблюдательных ошибок на результаты, так как пока эти ошибки известны далеко не для всех параметров СШС. А

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны рецензенту за тщательное прочтение статьи, полезные предложения и замечания, позволившие существенно улучшить данную работу.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках гранта FZ-2020092851 Министерства высшего образования, науки и инноваций РУз.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. T. A. Agekyan and I. V. Petrovskaya, *Trudy Astronomicheskoy Observatorii*, **19**, Ed. by K. Th. Ogorodnikov, P. M. Gorshkov, V. V. Sobolev, and V. V. Ivanov (The Leningrad University Astronomical Observatory, Leningrad, 1962), p. 187–201.
2. K. Ashman and S. Zepf, *Globular Cluster Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1998).
3. J. P. Caso, B. J. de Bortoli, A. I. Ennis, and L. P. Bassino, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **488** (4), 4504 (2019). DOI:10.1093/mnras/stz2039
4. N. Choksi and O. Y. Gnedin, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **480** (2), 2343 (2018). DOI:10.1093/mnras/sty1952
5. N. Choksi and O. Y. Gnedin, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **488** (4), 5409 (2019). DOI:10.1093/mnras/stz2097
6. H. Eerik and P. Tenjes, *Astronomische Nachrichten* **324** (3), 242 (2003). DOI:10.1002/asna.200310087
7. D. A. Forbes and R. S. Remus, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **479** (4), 4760 (2018). DOI:10.1093/mnras/sty1767
8. K. Gebhardt and M. Kissler-Patig, *Astron. J.* **118** (4), 1526 (1999). DOI:10.1086/301059
9. W. E. Harris, *Annual Rev. Astron. Astrophys.* **29**, 543 (1991). DOI:10.1146/annurev.aa.29.090191.002551
10. W. E. Harris, G. L. H. Harris, and M. Alessi, *Astrophys. J.* **772** (2), article id. 82 (2013). DOI:10.1088/0004-637X/772/2/82
11. S. Jimenez, G. Tenorio-Tagle, and S. Silich, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **513** (2), 2360 (2022). DOI:10.1093/mnras/stac1110
12. I. R. King, *Astron. J.* **67**, 471 (1962). DOI:10.1086/108756
13. M. Kissler-Patig, *Astron. and Astrophys.* **319**, 83 (1997). DOI:10.48550/arXiv.astro-ph/9610019
14. M. Kissler-Patig, *ASP Conf. Ser.* **116**, 498 (1997).
15. G. de Lucia, J. M. D. Kruijssen, S. Trujillo-Gomez, et al., arXiv e-prints astro-ph:2307.02530b (2023). DOI:10.48550/arXiv.2307.02530
16. S. N. Nuritdinov, *Early Evolution of Galaxies: Nonlinear Models and Instabilities* (Tashkent, 2003)[in Russian].
17. S. N. Nuritdinov, I. U. Tadjibaev, *Astrophysics* **57** (1), 59 (2014a). DOI:10.1007/s10511-014-9314-0
18. S. N. Nuritdinov and I. U. Tadjibaev, *Reports of Uzbekistan Academy of Sciences* **2**, 29 (2014b).
19. S. N. Nuritdinov and I. U. Tadjibaev, *Bulletin of National University of Uzbekistan* **2/1**, 263 (2016).
20. S. N. Nuritdinov and I. U. Tadjibaev, and J. M. Ganiev, *Ulugh-Beg Lectures* **3**, 162 (2013).
21. S. N. Nuritdinov, I. U. Tadjibaev, and A. S. Rastorguev, *Astronomy Letters* **47** (3), 163 (2021). DOI:10.1134/S106377372103004X
22. I. U. Tadjibaev, S. N. Nuritdinov, and J. M. Ganiev, *Astrophysics* **58** (2), 181 (2015). DOI:10.1007/s10511-015-9374-9
23. I. U. Tadjibaev, *Uzbek Journal of Physics* **5** (1), 1 (2003).
24. I. U. Tadjibaev, *Bulletin of National University of Uzbekistan* **2**, 118 (2009).
25. I. U. Tadjibaev, *Bulletin of National University of Uzbekistan* **2/1**, 51 (2013).
26. I. U. Tadjibaev, *Uzbek Journal of Physics* **17** (6), 331 (2015).
27. I. U. Tadjibaev, *Uzbek Journal of Physics* **18** (1), 5 (2016).
28. I. U. Tadjibaev, S. N. Nuritdinov, A.A. Muminov, *Ukrainian Journal of Physics* **62** (12), 1057 (2017). DOI:10.15407/ujpe62.12.1057
29. A. Renzini, A. Marini, and A. Milone, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **513** (2), 2111 (2022). DOI:10.1093/mnras/stac973
30. S. van den Bergh, *Astrophys. J.* **492**, 41 (1998). DOI:10.1086/305036

## On the Problems of Classification of Globular Cluster Systems

I. U. Tadjibaev<sup>1</sup>, S. N. Nuritdinov<sup>2</sup>, and A. U. Omonov<sup>2,3</sup><sup>1</sup>Chirchik State Pedagogical University, Chirchik, 111700 Uzbekistan<sup>2</sup>National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, 100174 Uzbekistan<sup>3</sup>Institute of Fundamental and Applied Research, National Research University TIIAME, Tashkent, 100000 Uzbekistan

In this paper we discuss the problems of classification of globular cluster systems (GCS), in particular, the problem of the auxiliary parameter. The simplest methods of their classification are proposed. The possibilities of classification by the degree of concentration of GCS to the center of the galaxy and the use of the velocity anisotropy parameter are studied. Empirical relationships between the initial value of the virial parameter and the physical characteristics of GCSs are found. It is shown that GCSs can be classified using the initial value of the virial parameter.

Keywords: *classification: globular star clusters*