

УДК 521.3:524.47–54:524.6

АНАЛИЗ ОРБИТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ МЛЕЧНОГО ПУТИ

© 2025 А. Т. Байкова^{1*}, А. А. Смирнов¹, В. В. Бобылев¹¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, 196140 Россия

Поступила в редакцию 7 апреля 2025 года; после доработки 29 мая 2025 года; принята к публикации 3 июня 2025 года

Проведен анализ регулярности/хаотичности орбит 45 шаровых скоплений (ШС) в центральной области Галактики радиусом 3.5 кпк, подверженных наибольшему воздействию со стороны вытянутого вращающегося бара. Используются различные методы анализа, а именно: методы вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова, MEGNO (Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbits), метод сечений Пуанкаре, частотный метод, основанный на вычислении фундаментальных частот, а также предложен новый метод, основанный на вычислении амплитудного спектра орбиты как функции времени и энтропии амплитудного спектра как меры хаотичности орбит. Обнаружена бимодальность в гистограмме распределения положительных показателей Ляпунова, вычисленных в классическом варианте, без перенормировки теневой орбиты, позволяющая реализовать вероятностный метод классификации ШС, что является также новым подходом. Для построения орбит шаровых скоплений использована модель гравитационного потенциала с баром в виде трехосного эллипсоида. Приняты следующие параметры бара: масса $10^{10} M_{\odot}$, длина большой полуоси 5 кпк, угол поворота оси бара 25° , скорость вращения $40 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$. Для формирования 6D-фазового пространства, требуемого для интегрирования орбит, использованы самые точные на сегодняшний день астрометрические данные со спутника Gaia (EDR3), а также новые уточненные средние расстояния до ШС. Проведена классификация ШС с регулярной и хаотической динамикой. Как показал анализ, шаровые скопления, обладающие малыми периферическими расстояниями и большими эксцентриситетами, в наибольшей степени подвержены влиянию бара и демонстрируют наибольшую хаотичность. Показано, что результаты классификации шаровых скоплений по характеру орбитальной динамики, полученные с использованием рассмотренных в работе различных методов анализа, хорошо коррелируют друг с другом.

Ключевые слова: Галактика: бар, балдж — шаровые скопления: общие сведения

1. ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является продолжением серии работ (Bobylev and Bajkova, 2022; Bajkova et al., 2023a; b), посвященных исследованию орбитальной динамики шаровых скоплений (ШС). Так, в работе Bobylev and Bajkova (2022) представлен каталог орбит 152 галактических ШС по новейшим астрометрическим данным со спутника Gaia (Gaia EDR3) (Vasiliev and Baumgardt, 2021), а также новым уточненным средним расстояниям (Baumgardt and Vasiliev, 2021). По тем же данным в работе Bajkova et al. (2023a) был проведен анализ влияния галактического бара на орбитальное движение ШС в центральной области Галактики. Для этой задачи мы отобрали 45 ШС в центральной галактической области радиусом 3.5 кпк, 34 из которых принадлежат балджу и 11 — диску. Мы получили орбиты ШС как в осесимметричном

потенциале, так и в потенциале, включающем модель бара в виде трехосного эллипсоида. При этом варьировались масса, скорость вращения и размеры бара. Было проведено сравнение таких орбитальных параметров, как апоцентрическое и периферическое расстояния, эксцентриситет и максимальное расстояние от галактической плоскости.

Второй этап исследований, направленных на изучение влияния бара на орбитальное движение ШС, был посвящен задаче выявления объектов, захваченных баром, с помощью методов спектральной динамики (Bajkova et al., 2023b).

Целью настоящей работы является анализ регулярности/хаотичности орбит всех 45 ШС, отобранных ранее в центральной области Галактики, с применением различных методов.

Необходимо отметить, что проблема регулярности/хаотичности орбитального движения ШС в

*E-mail: bajkova@gaoran.ru

центральной области Галактики уже рассматривалась нами в работе Bajkova et al. (2023b), но это было сделано очень поверхностно и с опорой только на метод вычисления МХПЛ в классическом варианте, то есть без перенормировки теневой орбиты, полученной при возмущении фазовой начальной точки. Выводы, сделанные Bajkova et al. (2023b), не являются корректными для всех ШС выборки, и необходим более глубокий анализ с использованием нескольких наиболее эффективных методов оценки хаотичности орбит.

Поскольку ШС в центральной области Галактики подвержены наибольшему воздействию со стороны вытянутого вращающегося бара, то вопрос о характере орбитального движения ШС — регулярном или хаотическом — представляет большой интерес. Так, например, Machado and Manos (2016) показали, что основная доля хаотических орбит должна быть именно в области бара.

В данной работе мы ограничиваемся рассмотрением задачи выявления ШС с хаотической динамикой на примере гравитационного потенциала, традиционно используемого нами для анализа орбитального движения ШС (Bobylev and Bajkova, 2022; Bajkova et al., 2023a; b). Мы опускаем технические детали, относящиеся к описанию модели гравитационного потенциала (как осесимметричного, так и неосесимметричного), данных, а также отбора ШС. Наиболее подробное обоснование и описание модели гравитационного потенциала Галактики, включающей в себя трехкомпонентную осесимметричную часть (балдж, диск, гало) и встроенный центральный вытянутый бар, а также описание астрометрических данных с космического аппарата Gaia, необходимых для формирования 6D-фазового пространства для интегрирования орбит, даются в уже упомянутых работах (Bajkova et al., 2023a; b), где сделан отбор 45 шаровых скоплений и даны все необходимые литературные ссылки.

Список ШС мы приводим в таблице 1, куда также включили и результаты анализа, полученные в рамках данной работы. Для классификации были использованы следующие методы: метод вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова (МХПЛ) (в классическом варианте и в варианте с перенормировкой теневой орбиты), MEGNO (Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbits), сечения Пуанкаре, частотный метод, основанный на вычислении фундаментальных частот, визуальная оценка по изображениям опорной и теневой орбит. Кроме того, предложен новый метод, основанный на вычислении амплитудного спектра орбиты как функции времени и энтропии амплитудного спектра как меры хаотичности орбит (Chumak, 2011). В качестве модели бара рассмотрен вытянутый трехосный эллипсоид с наиболее

вероятными параметрами, известными из литературы (например, Palous et al., 1993; Sanders et al., 2019): массой $10^{10} M_{\odot}$, длиной большой полуоси 5 кпк, углом наклона к оси X 25° , скоростью вращения $40 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$.

В данной работе мы рассматриваем методические вопросы, связанные с анализом регулярности/хаотичности орбитального движения ШС, основанным на перечисленных выше методах, которым посвящен раздел 2. В разделе 3 проводится сравнение полученных результатов классификации ШС. Основные результаты работы сформулированы в разделе 4.

2. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА РЕГУЛЯРНОСТИ/ХАОТИЧНОСТИ ОРБИТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ШС

2.1. Прямой метод вычисления МХПЛ — вероятностный метод

Максимальные значения ХПЛ (МХПЛ) вычисляем методом «теневой» траектории по следующей формуле (Mel'nikov, 2018):

$$L(n) = \frac{1}{n \delta t} \sum_{i=1}^n \ln \frac{D_i}{D_{i-1}}, \quad (1)$$

где D_i — расстояние в трехмерном пространстве между опорной и теневой фазовыми точками на i -ом шаге интегрирования, D_0 — длина вектора смещения в начальный момент времени, δt — величина шага интегрирования по времени. Истинное значение МХПЛ равно пределу $L(n)$ при $n \rightarrow \infty$ и $D_0 \rightarrow 0$. На практике в качестве значения МХПЛ принимают $L(n)$, полученное при большом значении n . При этом ненулевые положительные значения МХПЛ указывают на хаотический, а нулевые и отрицательные значения — на регулярный характер движения.

В классическом варианте, то есть при отсутствии перенормировки теневой орбиты, формула (1) преобразуется в более простую:

$$L(n) = \frac{1}{n \delta t} \ln \frac{D_n}{D_0}. \quad (2)$$

Зависимости $L(n)$, полученные для орбит всех 45 шаровых скоплений при следующем возмущении фазовой начальной точки: $x_1 = x_0 + x_0 \times 0.00001$, $y_1 = y_0 + y_0 \times 0.00001$, $z_1 = z_0 + z_0 \times 0.00001$ — изображены на рис. 1. Из графиков видно, что приближения показателей Ляпунова положительны и стремятся с увеличением n к нулю. Кроме того, множество из 45 функций $L(n)$ делится на два семейства, особенно хорошо это видно на графиках, построенных на более коротком

интервале времени — 20 млрд лет. Это указывает на бимодальность в распределении приближений МХПЛ.

Гистограмма распределения приближений МХПЛ для $t = 12$ млрд лет приведена на рис. 2а, где эта бимодальность отчетливо видна. Аппроксимируя гистограмму двумя гауссовыми распределениями методом наименьших квадратов и вычисляя для каждого ШС вероятность принадлежности

тому или другому распределению, получаем вероятностный метод разделения всего множества ШС на два подмножества с относительно малыми (левая гауссиана) и большими значениями МХПЛ (правая гауссиана), указывающими на разную степень расхождения опорной и теневой орбит. В результате применения вероятностного метода мы получили два списка.

Таблица 1. Сводная таблица признаков регулярности (R) и хаотичности (C) орбит 45 ШС. В колонках: (1) — порядковый номер, (2) — название ШС, (3)–(9) — признаки, полученные с применением соответствующих методов, где: I — вероятностный; II — МХПЛ (1/млрд лет) $t = 120$ млрд лет; III — MEGNO $t = 270$ млрд лет; IV — сечения Пуанкаре; V — дрейф частоты $\lg \Delta f$; VI — визуальная оценка; VII — новый метод оценки по энтропии

№	Название ШС	Метод						
		I	II	III	IV	V	VI	VII
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1	NGC 6144	(C)	−0.002 (R)	2.173 (R)	(C)	−2.08 (C)	(C)	0.021 (C)
2	ESO 452-11	(C)	0.919 (C)	0.752 (C)	(C)	−1.37 (C)	(C)	0.215 (C)
3	NGC 6266	(R)	−0.017 (R)	1.976 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.009 (R)
4	NGC 6273	(C)	1.318 (C)	1.494 (C)	(C)	−1.77 (C)	(C)	0.050 (C)
5	NGC 6293	(C)	4.167 (C)	0.934 (C)	(C)	−0.07 (C)	(C)	0.063 (C)
6	NGC 6342	(C)	0.428 (C)	0.769 (C)	(C)	−2.14 (C)	(C)	0.095 (C)
7	NGC 6355	(C)	2.257 (C)	0.509 (C)	(C)	−0.10 (C)	(C)	0.123 (C)
8	Terzan 2	(C)	0.905 (C)	0.627 (C)	(C)	−0.23 (C)	(C)	0.224 (C)
9	Terzan 4	(R)	−0.144 (R)	1.993 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.010 (R)
10	BH 229	(C)	2.220 (C)	0.663 (C)	(C)	−1.81 (C)	(C)	0.108 (C)
11	Liller 1	(R)	−0.037 (R)	2.049 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.010 (R)
12	NGC 6380	(R)	0.220 (C)	2.182 (R)	(R)	−3.72 (R)	(R)	0.010 (R)
13	Terzan 1	(R)	−0.029 (R)	2.000 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.008 (R)
14	NGC 6401	(C)	4.712 (C)	0.622 (C)	(C)	−0.09 (C)	(C)	0.134 (C)
15	Pal 6	(C)	3.359 (C)	0.502 (C)	(C)	−0.10 (C)	(C)	0.131 (C)
16	Terzan 5	(R)	0.041 (C)	2.023 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.009 (R)
17	NGC 6440	(C)	0.572 (C)	1.901 (R)	(R)	−2.26 (C)	(C)	0.038 (C)
18	Terzan 6	(R)	−0.055 (R)	1.996 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.007 (R)
19	NGC 6453	(C)	1.998 (C)	1.178 (C)	(C)	−1.92 (C)	(C)	0.170 (C)
20	Terzan 9	(R)	−0.056 (R)	2.358 (R)	(R)	−3.86 (R)	(R)	0.012 (R)
21	NGC 6522	(R)	−0.020 (R)	1.996 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.013 (R)
22	NGC 6528	(R)	−0.036 (R)	2.008 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.015 (R)
23	NGC 6558	(C)	1.364 (C)	0.819 (C)	(C)	−1.03 (C)	(C)	0.099 (C)
24	NGC 6624	(R)	−0.040 (R)	1.847 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.008 (R)
25	NGC 6626	(C)	0.093 (C)	1.194 (C)	(C)	−1.78 (C)	(C)	0.079 (C)
26	NGC 6638	(C)	2.411 (C)	0.533 (C)	(C)	−0.16 (C)	(C)	0.140 (C)
27	NGC 6637	(R)	−0.012 (R)	1.988 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.008 (R)
28	NGC 6642	(C)	2.451 (C)	0.681 (C)	(C)	−1.01 (C)	(C)	0.197 (C)

Таблица 1. (Продолжение)

№	Название ШС	Метод						
		I	II	III	IV	V	VI	VII
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
29	NGC 6717	(R)	−0.001 (R)	2.044 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.015 (R)
30	NGC 6723	(R)	0.064 (C)	2.252 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.013 (R)
31	Terzan 3	(R)	−0.000 (R)	3.495 (R)	(R)	−1.89 (R)	(R)	0.031 (C)
32	NGC 6256	(C)	−0.000 (R)	0.893 (C)	(C)	−1.93 (C)	(C)	0.039 (C)
33	NGC 6304	(R)	−0.000 (R)	1.753 (R)	(C)	−1.38 (C)	(C)	0.017 (R)
34	Pismis 26	(R)	−0.000 (R)	1.941 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.009 (R)
35	NGC 6569	(R)	−0.000 (R)	1.957 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.009 (R)
36	ESO 456-78	(R)	−0.000 (R)	1.983 (R)	(R)	−3.59 (R)	(R)	0.010 (R)
37	NGC 6540	(R)	−0.000 (R)	1.999 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.010 (R)
38	NGC 6325	(C)	−0.000 (R)	1.216 (C)	(C)	−3.22 (R)	(C)	0.037 (C)
39	Djorg 2	(R)	−0.050 (R)	2.320 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.009 (R)
40	NGC 6171	(R)	−0.000 (R)	2.015 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.009 (R)
41	NGC 6316	(R)	0.251 (C)	2.289 (R)	(R)	−1.96 (R)	(R)	0.035 (C)
42	NGC 6388	(R)	0.271 (C)	2.450 (R)	(C)	−0.03 (C)	(R)	0.034 (C)
43	NGC 6539	(R)	−0.000 (R)	1.993 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.009 (R)
44	NGC 6553	(R)	−0.000 (R)	1.899 (R)	(R)	−4.00 (R)	(R)	0.008 (R)
45	NGC 6652	(C)	3.269 (C)	1.121 (C)	(C)	−0.12 (C)	(C)	0.149 (C)

В первый список вошли 26 ШС с минимальными расхождениями между опорной и теневой орби-

тами: NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380, Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9, NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637, NGC 6717, NGC 6723, Terzan 3, NGC 6304, Pismis 26, NGC 6569, ESO 456-78, NGC 6540, Djorg 2, NGC 6171, NGC 6316, NGC 6388, NGC 6539, NGC 6553.

Второй список включает 19 ШС с заметными расхождениями между опорной и теневой орбитами на длительных интервалах времени:

NGC 6144, ESO 452-11, NGC 6273, NGC 6293, NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6256, NGC 6325, NGC 6652.

По нашему мнению, в первый список входят ШС с регулярными орбитами, во второй — с хаотическими.

С целью объяснения полученной бимодальности приближений МХПЛ мы построили зависимости $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$ от n для каждого ШС и по-

лучили два вида графиков, типичных для ШС из первого и второго списков, показанные на рис. 3а и 3б соответственно. Виден различный характер полученных зависимостей $f(n)$. Значения функции $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$ при стремлении n к бесконечности выходят в насыщение, к достаточно большой величине в обоих случаях. Однако в первом случае она несколько ниже, чем во втором, и имеет более гладкую и пологую форму. Графическая иллюстрация для всех 45 ШС дана в Приложении на рис. 13 в пятом сверху горизонтальном ряду панелей. Теперь ясен и характер «гиперболической» зависимости $L(n)$ (рис. 1), вычисляемой по формуле (1) и асимптотически стремящейся к нулю с увеличением n не только для регулярных, но и хаотических орбит, а также понятна причина бимодальности распределений приближений МХПЛ ШС нашей выборки.

Отметим, что нами здесь рассмотрен случай вычисления приближений МХПЛ без перенормировки теневой орбиты (формула (2)). Естественно, что этот алгоритм в силу полученных зависимостей $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$, когда наблюдается очень большое отклонение опорных и теневых фазовых точек, не может служить для корректного вычисления

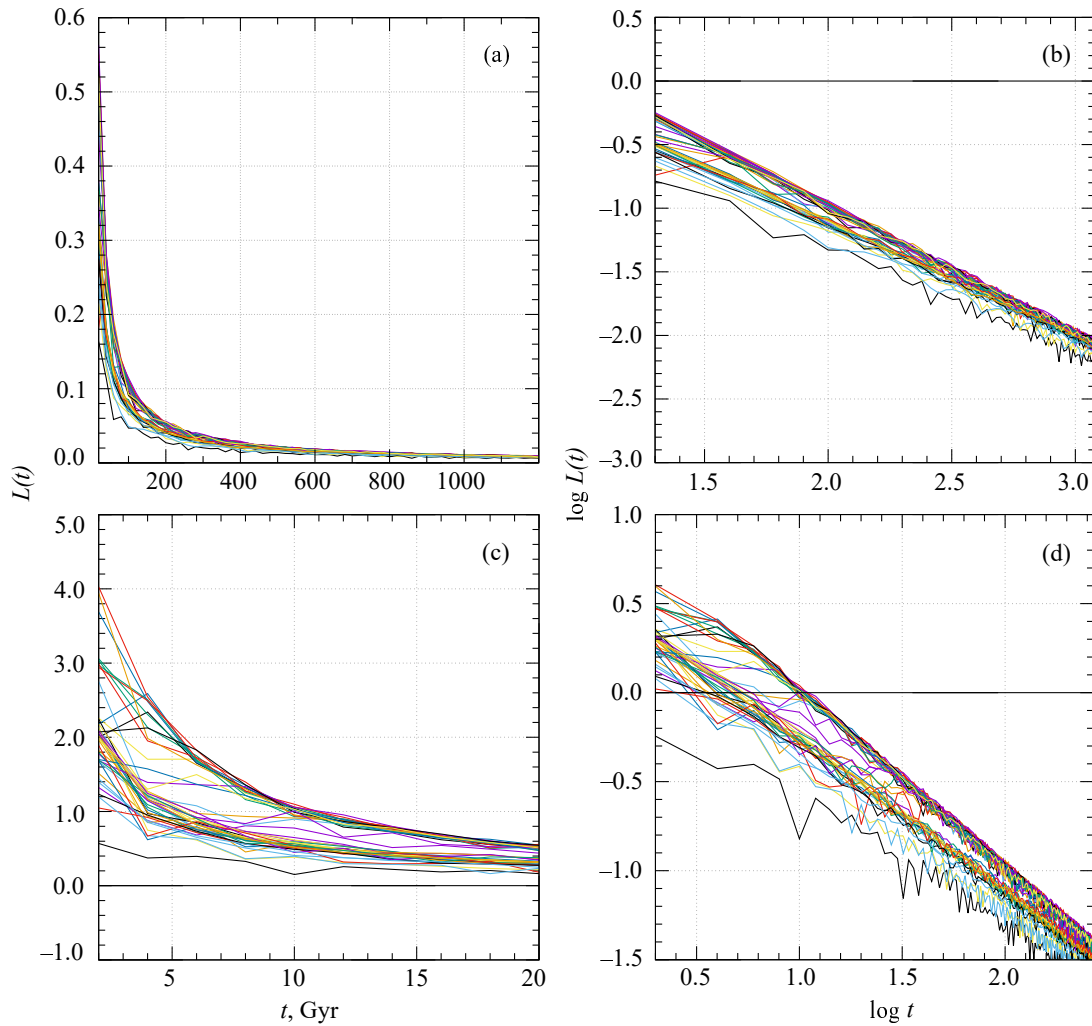


Рис. 1. Расчетные приближения МХПЛ без перенормировки теневой орбиты как функции времени для 45 ШС. Панели (a) и (b) — максимальный интервал времени 1200 млрд лет; (c) и (d) — 20 млрд лет; на панелях (a) и (c) функции представлены в линейном масштабе, на (b) и (d) — в логарифмическом.

МХПЛ. При вычислениях по формуле (1) должна проводиться периодическая перенормировка положения теневой фазовой точки относительно опорной по расстоянию D между ними, с тем чтобы это расстояние было всегда относительно малым. Однако процедура без перенормировки вполне годится для разделения регулярных и хаотических орбит в силу различия зависимостей $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$. Этот алгоритм в дальнейшем будем называть просто вероятностным, поскольку он разделяет ШС по принципу максимума вероятности принадлежности множеству ШС с регулярным или хаотическим движением.

Обозначения классификации ШС с регулярными (regular, R) и хаотическими (chaotic, C) движением, полученной вероятностным методом, даны в третьей колонке таблицы 1.

2.2. Вычисление МХПЛ с перенормировкой теневой орбиты

Для корректного вычисления МХПЛ была проведена перенормировка вектора смещения теневой фазовой точки от опорной на каждом небольшом интервале времени Δt таким образом, чтобы фазовая точка теневой орбиты сдвигалась по вектору, разделяющему фазовые точки опорной и теневой орбит, обратно к первоначальному значению модуля смещения D_0 (см., например, рис. 9.9 в Murrej and Dermott, 1999). Если сделано n_t шагов, то оценка МХПЛ дается модифицированной формулой (Murrej and Dermott, 1999; Morbidelli, 2014):

$$L(t) = \frac{1}{n_t \Delta t} \sum_{i=1}^{n_t} \ln \frac{D_i}{D_0}, \quad (3)$$

где $t = n_t \Delta t$ — суммарный интервал интегрирования.

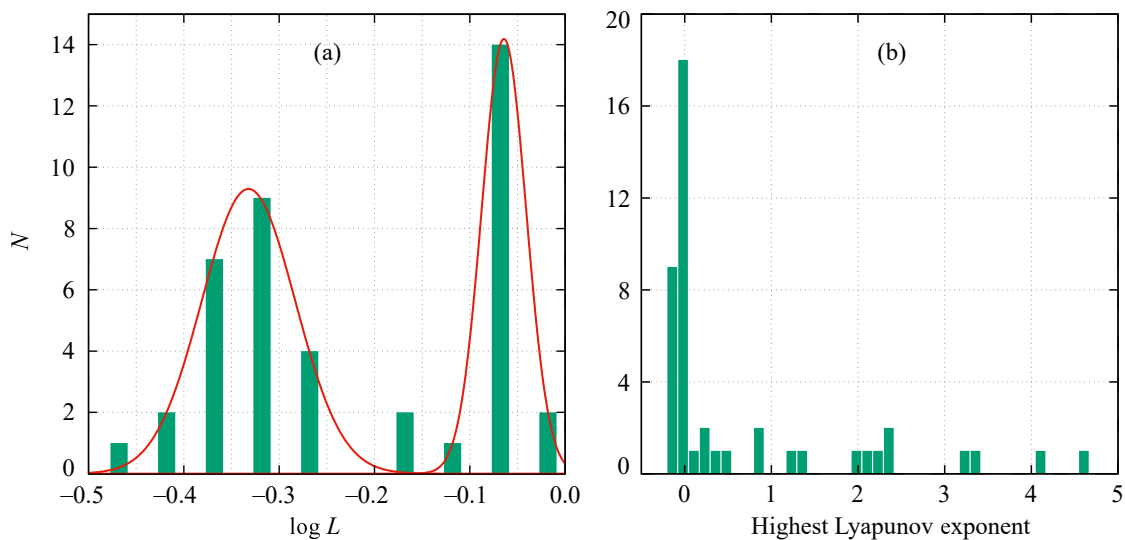


Рис. 2. Гистограмма распределения приближений МХПЛ: (a) — без перенормировки теневой орбиты для 45 ШС при $t = 12$ млрд лет; (b) — с перенормировкой теневой орбиты, на интервале 120 млрд лет. Аппроксимация гистограммы на панели (a) двумя гауссианами (красная линия) позволяет реализовать вероятностный метод разделения ШС с регулярными и хаотическими орбитами (левая и правая гауссианы соответственно).

Для ШС нашей выборки мы опытным путем установили, что оптимальным размером интервала перенормировки Δt является величина, равная $(30-50) \delta t$, где δt — шаг интегрирования орбиты по времени (см. также формулу (1)). В нашем случае $\delta t = 0.1$ млн лет для всех ШС. Величина Δt для каждого ШС подбиралась индивидуально из приведенного интервала. Полученные зависимости $f(n) = \ln \frac{D_t}{D_0}$ на интервале времени 120 млрд лет в случае перенормировки теневой орбиты приводятся в нижнем ряду панелей рис. 3 для NGC 6266 (c) и для NGC 6355 (d). Сравнение с аналогичными зависимостями, полученными без перенормировки теневой орбиты (рис. 3a и 3b), показывает, что перенормировка привела к существенному уменьшению расстояния между фазовыми точками опорной и теневой орбит. Это позволило корректно вычислять приближения МХПЛ, значения которых в случае перенормировки на избранном интервале времени 120 млрд лет составили -0.017 (меньше нуля) для NGC 6266 и 2.257 (больше нуля) для NGC 6355, что указывает на регулярность орбиты в первом случае и хаотичность во втором.

Мы вычислили приближения МХПЛ с перенормировкой теневой орбиты для всех 45 ШС нашей выборки. Соответствующая гистограмма распределения значений МХПЛ изображена на рис. 2b. В список ШС с регулярными орбитами вошли объекты со значениями приближений МХПЛ < 0 , с хаотическими орбитами — ШС со значениями МХПЛ > 0 . Значения приближений МХПЛ вместе с обозначениями орбит — регулярных (R) или хаотических (C) приведены в четвертой колонке

Таблица 2. Корреляционная матрица

Метод	I	II	III	IV	V	VI	VII
I	1.000	0.911	0.643	0.865	0.865	0.956	0.874
II	0.911	1.000	0.649	0.871	0.779	0.871	0.797
III	0.643	0.649	1.000	0.597	0.687	0.597	0.689
IV	0.865	0.871	0.597	1.000	0.910	0.910	0.825
V	0.865	0.779	0.687	0.910	1.000	0.910	0.825
VI	0.956	0.871	0.597	0.910	0.910	1.000	0.825
VII	0.874	0.797	0.689	0.825	0.825	0.825	1.000

таблицы 1. Отметим, что настоящая классификация несколько отличается от предыдущей, полученной вероятностным методом (см. также третью колонку таблицы 1). Коэффициент корреляции между результатами классификации орбит этими двумя методами (I и III) составляет $K_c = 0.643$ (см. таблицу 2). Подробное сравнение результатов анализа регулярности орбит ШС, полученных различными методами, будет дано ниже, в разделе 3.

2.3. MEGNO

Описание MEGNO (Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbits) можно найти в работах Morbidelli (2014) и Mel'nikov (2018). MEGNO является одним из наиболее широко распространенных методов для выявления хаоса в различных

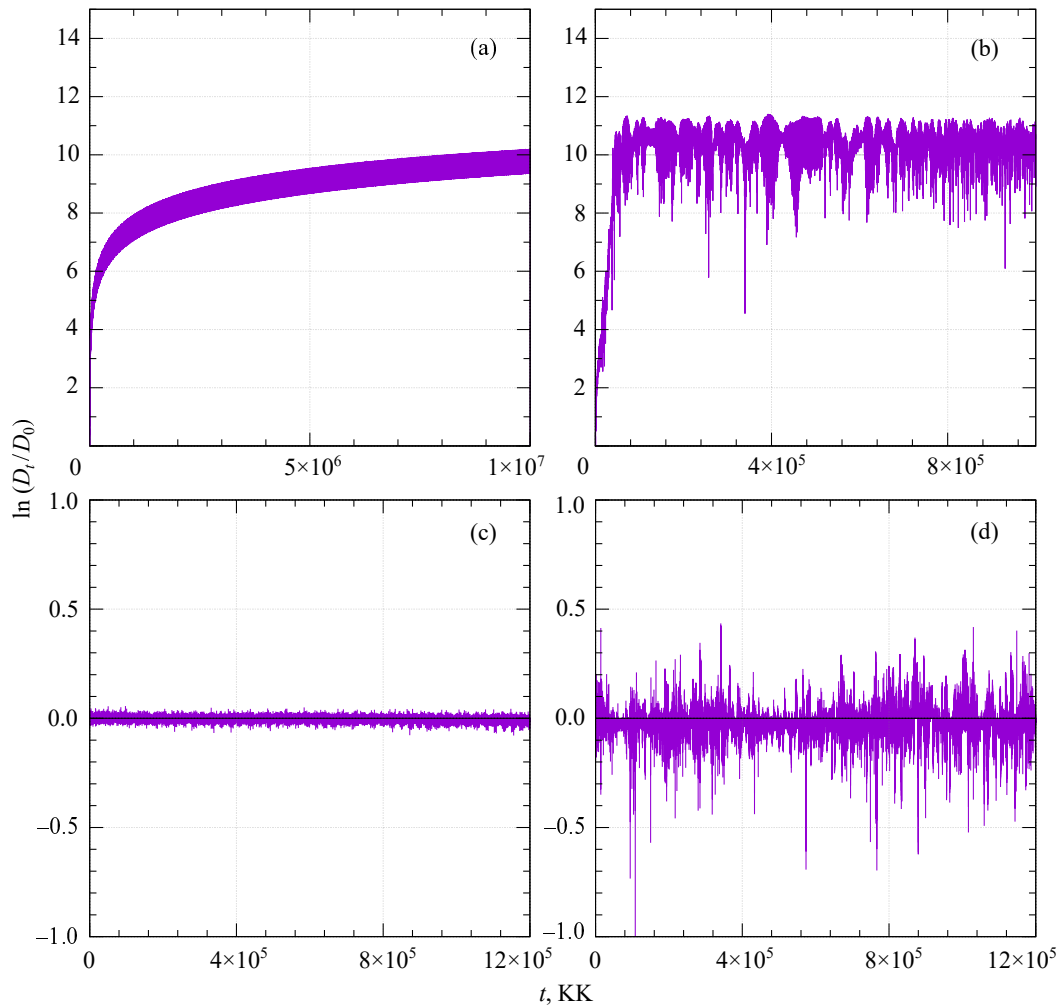


Рис. 3. Типичные примеры зависимости $\ln \frac{D_t}{D_0}$ для регулярных (a) и хаотических (b) орбит в случае вычисления МХПЛ без перенормировки теневой орбиты. Здесь в качестве времени t выступают дискретные отсчеты КК, величина шага по времени 0.1 млн лет, то есть $t = 0.1 \times \text{КК}$ млн лет. Приведены примеры для NGC 6266 (регулярная орбита) и NGC 6355 (хаотическая орбита). Зависимости $\ln \frac{D_t}{D_0}$ в случае перенормировки теневой орбиты приводятся на панели (c) для NGC 6266 и панели (d) для NGC 6355. Панели (a) и (b) приведены на интервале времени 100 млрд лет, панели (c) и (d) — 120 млрд лет.

задачах небесной механики, причем возможно его применение на существенно меньших временах по сравнению с МХПЛ. При анализе регулярности орбит мы используем то свойство MEGNO, что в случае регулярной траектории $M(t) \rightarrow 2$ при $t \rightarrow \infty$.

В настоящей работе мы используем метод, хорошо описанный Mel'nikov (2018) и предложенный в работе Breiter et al. (2005) для случая численного интегрирования с постоянным шагом. Суть метода заключается в следующем: величина параметра MEGNO на n -ом шаге интегрирования определяется по формуле:

$$m(n) = \frac{n-1}{n}m(n-1) + 2\ln \frac{D_n}{D_{n-1}}. \quad (4)$$

Для усредненной по времени величины MEGNO

имеем:

$$M(n) = \frac{1}{n}[(n-1)M(n-1) + m(n)], \quad (5)$$

полагая $m(0) = 0$ и $M(0) = 0$.

Для корректного вычисления значений MEGNO так же, как для корректного вычисления значений МХПЛ, требуется перенормировка положения теневой фазовой точки относительно опорной по расстоянию D между ними. Но поскольку оценки величины МХПЛ с помощью MEGNO характеризуются меньшей надежностью, чем непосредственное вычисление МХПЛ (см. Mel'nikov (2018) и ссылки там), то мы ограничились вычислением MEGNO без перенормировки теневой орбиты с целью получения лишь качественного результата, пригодного для разделения регулярных и хаотических орбит аналогично вероятностному

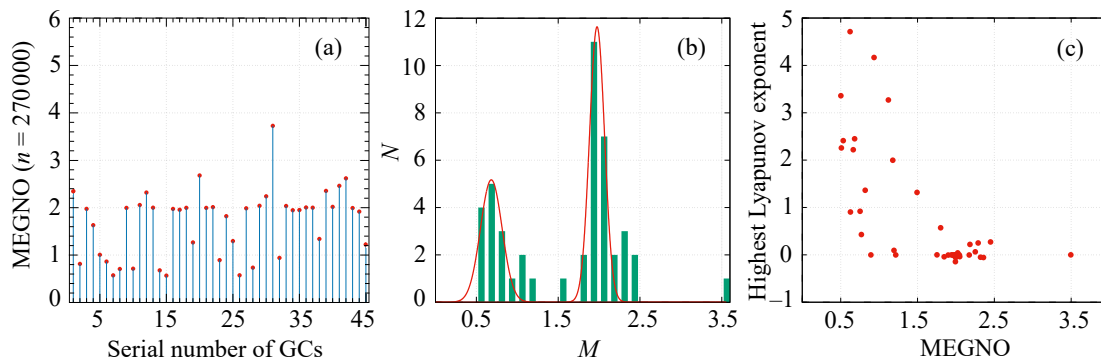


Рис. 4. Приближения MEGNO для 45 ШС на интервале времени 270 млрд лет (а). Гистограмма распределения приближений MEGNO и ее аппроксимация двумя гауссианами (красная линия), позволяющая реализовать вероятностный метод разделения ШС с регулярными и хаотическими орбитами (б). Диаграмма «MEGNO–МХПЛ» (с).

методу, основанному на вычислении МХПЛ без перенормировки (см. раздел 2.1).

Результат применения формул (4) и (5) к нашей выборке на интервале времени 270 млрд лет ($n = 270\,000$, $\delta t = 1$ млн лет) изображен на рис. 4. Значения приближений MEGNO для 45 ШС показаны на панели (а) (по оси абсцисс отложены порядковые номера ШС в соответствии с таблицей 1). Гистограмма распределения приближений MEGNO и ее аппроксимация двумя гауссианами (красная линия), позволяющая реализовать вероятностный метод разделения ШС с регулярными (правая гауссиана с центром в точке $M \approx 2$) и хаотическими (левая гауссиана) орбитами, приведены на рис. 4б.

Списки ШС с регулярными и хаотическими орбитами, полученные на основе MEGNO и МХПЛ без нормировки теневой орбиты, практически совпадают, за исключением NGC 6144 и NGC 6440 (см. четвертую колонку таблицы 1, где указаны значения приближений MEGNO для каждого ШС и обозначения классификации орбит — (R) или (C)). Коэффициент корреляции между этими результатами классификации составляет $K_c = 0.911$ (см. таблицу 2).

Диаграмма «MEGNO – МХПЛ» с перенормировкой теневой орбиты изображена на рис. 4с. Коэффициент корреляции между вычисленными значениями приближений MEGNO и МХПЛ составляет $K_c = 0.70$.

2.4. Сечения Пуанкаре

Одним из методов определения характера движения (регулярного или хаотического) является анализ сечений Пуанкаре (Murrej and Dermott, 1999). Алгоритм, использованный нами для построения отображений, заключается в следующем:

- 1) рассматриваем фазовое пространство (X, Y, V_x, V_y) ;
- 2) исключаем V_y , используя закон сохранения интеграла Якоби, и переходим в пространство (X, Y, V_x) ;
- 3) определяем плоскость $Y = 0$, точки пересечения с орбитой обозначим на плоскости (X, V_x) ; берем только те точки, в которых $V_y > 0$.

Аналогично может быть рассмотрено фазовое пространство (Y, Z, V_y, V_z) или (R, Z, V_R, V_z) . Тогда сечения Пуанкаре будут отражены на плоскости (Y, V_y) или (R, V_R) соответственно.

Если точки пересечения плоскости складываются в непрерывную гладкую линию (или несколько разделенных линий), то движение считается регулярным. В случае хаотического движения, вместо того чтобы располагаться на гладкой кривой, точки заполняют двумерную область фазового пространства, причем иногда возникает эффект прилипания точек к границам островов, соответствующих упорядоченному движению (Murrej and Dermott, 1999).

На рис. 5 приведен пример сечений Пуанкаре для регулярного (NGC 6266) и хаотического (NGC 6355) движения.

Мы вычислили сечения Пуанкаре (X, V_x) для всех 45 ШС и визуально определили характер их движения — (R) или (C). Результаты классификации отражены в шестой колонке таблицы 1, а графическое представление сечений — в Приложении на рис. 13 в четвертом (сверху) горизонтальном ряду панелей.

2.5. Частотный метод

Другой способ изучения регулярности/хаотичности орбит связан с использованием орбитальных частот. Valluri et al. (2010) и Nieuwmunster

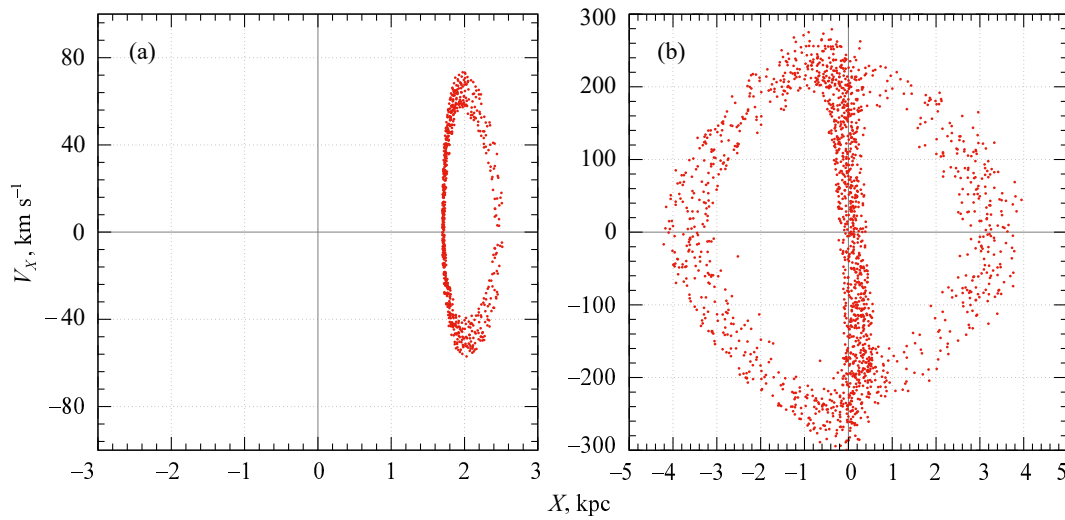


Рис. 5. Сечения Пуанкаре: (а) — для NGC 6266 (регулярная орбита); (б) — NGC 6355 (хаотическая орбита).

et al. (2024) (см. раздел 3.1 в последней работе) показали, что можно измерить стохастичность орбиты на основе сдвига фундаментальных частот, определенных в двух последовательных интервалах времени. Для каждой частотной компоненты f_i вычисляется параметр, который называется дрейфом частоты:

$$\lg \Delta f_i = \lg \left| \frac{\Omega_i(t_1) - \Omega_i(t_2)}{\Omega_i(t_1)} \right|, \quad (6)$$

где i определяет частотную составляющую в декартовых координатах (то есть $\lg \Delta f_x$, $\lg \Delta f_y$ и $\lg \Delta f_z$). Затем наибольшее значение этих трех параметров дрейфа частоты $\lg \Delta f_i$ приписывается параметру дрейфа частоты $\lg \Delta f$. Чем выше значение $\lg \Delta f$, тем хаотичнее орбита. При этом, как показали Valluri et al. (2010), точность частотного анализа требует не менее 20 периодов колебаний, чтобы избежать ошибок в классификации.

Мы определили параметр дрейфа частоты $\lg \Delta f$ для всех 45 ШС, по которому установили характер их движения — (R) или (C). Ряды $x(t_n)$, $y(t_n)$, $z(t_n)$ были определены на интервале времени $[0, 120]$ млрд лет. Первый амплитудный спектр каждого ШС был вычислен на интервале времени $[0, 60]$ млрд лет, второй — на $[60, 120]$ млрд лет. Затем определялись параметры дрейфа частоты для каждого временного ряда — $x(t_n)$, $y(t_n)$, $z(t_n)$ — по формуле (6), и наибольшее значение из них было принято в качестве параметра дрейфа частоты $\lg \Delta f$. В случае совпадения фундаментальных частот, $\Omega_i(t_1) = \Omega_i(t_2)$, мы искусственно полагали параметр дрейфа частоты равным -4 .

Результаты вычисления параметра дрейфа частоты и характер движения ШС — (R) или (C),

который был определен из совместного анализа значений параметров дрейфа частоты и визуального анализа амплитудных спектров, — отражены в седьмой колонке таблицы 1 (см. также Приложение рис. 13, шестой ряд). Оказалось, что для разделения регулярных и хаотических орбит пороговым является значение $\lg \Delta f = -2.14$. Меньшей или равной величине порога соответствуют регулярные орбиты, большей — хаотические.

На рис. 6 приведен пример спектров для регулярного (NGC 6266) и хаотического (NGC 6355) движения, где красным цветом показан амплитудный спектр первой половины временной последовательности, черным — второй половины. На рис. 7а построена гистограмма распределения параметра дрейфа частоты $\lg \Delta f$, на панели (b) приводится диаграмма «дрейф частоты — МХПЛ», показывающая хорошую корреляцию между значениями параметра дрейфа частоты и МХПЛ; коэффициент корреляции составляет $K_c = 0.76$ (см. также таблицу 2). Графическая иллюстрация метода для всех 45 ШС представлена на рис. 13 в шестом сверху горизонтальном ряду панелей. Коэффициенты корреляции результатов классификации с другими методами приводятся в таблице 2. Наименьшая корреляция ($K_c = 0.687$) наблюдается с результатами вычисления МХПЛ с перенормировкой, наибольшая (0.910) — с методом сечений Пуанкаре.

2.6. Визуальная оценка регулярности орбит

Наиболее информативной иллюстрацией расхождения между опорными и теневыми фазовыми точками является рис. 13 (см. Приложение), где показаны опорные и теневые орбиты для каждого ШС в том порядке (слева направо), как они даны в

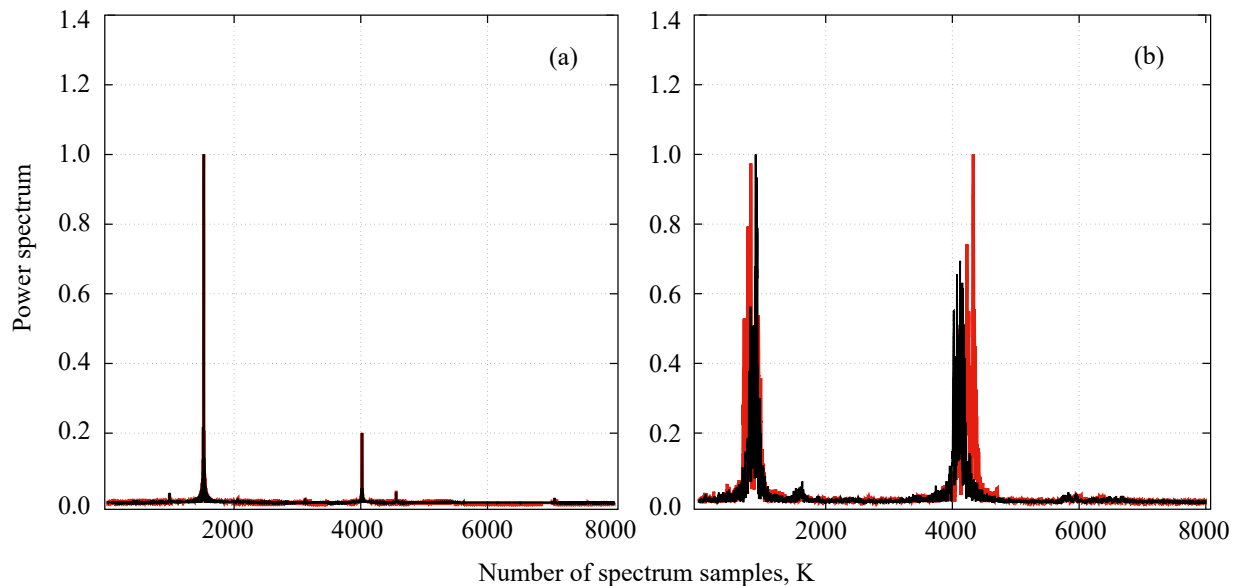


Рис. 6. Иллюстрация к частотному методу: красным цветом показан амплитудный спектр первой половины временной последовательности, черным — второй половины. Панель (a) относится к NGC 6266 с регулярной орбитой, панель (b) — к NGC 6355 с хаотической орбитой.

таблице 1. На самых верхних панелях приводятся радиальные значения орбиты в зависимости от времени на интервале $[-12, 0]$ млрд лет, сравнимом с возрастом как ШС, так и Вселенной; ниже, во втором и третьем горизонтальных рядах, приведены проекции орбит $X-Y$, $X-Z$ соответственно, построенных в системе вращающегося бара на интервале времени $[-12, -11]$ млрд лет. На всех указанных графиках желтым цветом показаны опорные орбиты, фиолетовым — теневые. У многих объектов на графиках присутствует только фиолетовый цвет, что означает практически полное совпадение теневой орбиты с опорной (желтые линии покрываются фиолетовыми). К таким объектам относятся ШС с регулярными орбитами. На графиках ШС с хаотическими орбитами видны как фиолетовые, так и желтые линии, что позволяет качественно судить о степени хаотичности орбит. Результаты визуальной оценки — (R) или (C) — приведены в восьмой колонке таблицы 1. На рис. 8 в качестве примера дана иллюстрация для ШС NGC 6266 с регулярной орбитой и NGC 6355 с хаотической орбитой.

2.7. Новый метод на основе спектрального анализа

В данном случае спектральный анализ орбит основывается на вычислении модуля дискретного преобразования Фурье (ДПФ) равномерного временного ряда радиальных расстояний точек орбит от центра Галактики r_n , вычисленного по их XYZ галактическим координатам $X(t_n)$, $Y(t_n)$, $Z(t_n)$ как функциям времени:

$$r(t_n) = \sqrt{X(t_n)^2 + Y(t_n)^2 + Z(t_n)^2},$$

где $n = 0, \dots, N - 1$ (N — длина ряда).

Так, формула для модуля ДПФ (амплитудного спектра) последовательности r_n будет выглядеть следующим образом:

$$R_k = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} r_n \exp \left(-j \frac{2\pi n k}{N} \right) \right|, \quad (7)$$

где $k = 0, \dots, N - 1$. При этом длина ряда выбирается $N = 2^\alpha$, где α — целое положительное значение, чтобы можно было применить для вычисления ДПФ алгоритм быстрого преобразования Фурье. Нужная длина ряда достигается путем дополнения реального ряда нулями.

В нашем случае длина реальных последовательностей равна 120 000, поскольку мы интегрируем орбиты на 120 млрд лет назад с интервалом интегрирования 1 млн лет. Перед вычислением ДПФ мы предварительно центрируем ряды координат (то есть избавляемся от постоянной составляющей), затем дополняем полученную последовательность r_n нулевыми отсчетами при $n > 120\,000$ до достижения длины всей анализируемой последовательности $N = 262\,144 = 2^{18}$. Отметим, что дополнение исходной последовательности нулями полезно также с точки зрения увеличения точности координат спектральных составляющих. Поскольку интервал между отсчетами последовательностей во времени $\Delta_t = 0.001$ млрд лет, то анализируемый частотный диапазон, который является периодической функцией, составляет $F = 1/\Delta_t = 1000$ млрд лет $^{-1}$. Дискрет по частоте составляет $\Delta_F = F/N \approx 0.03815$ млрд лет $^{-1}$. В

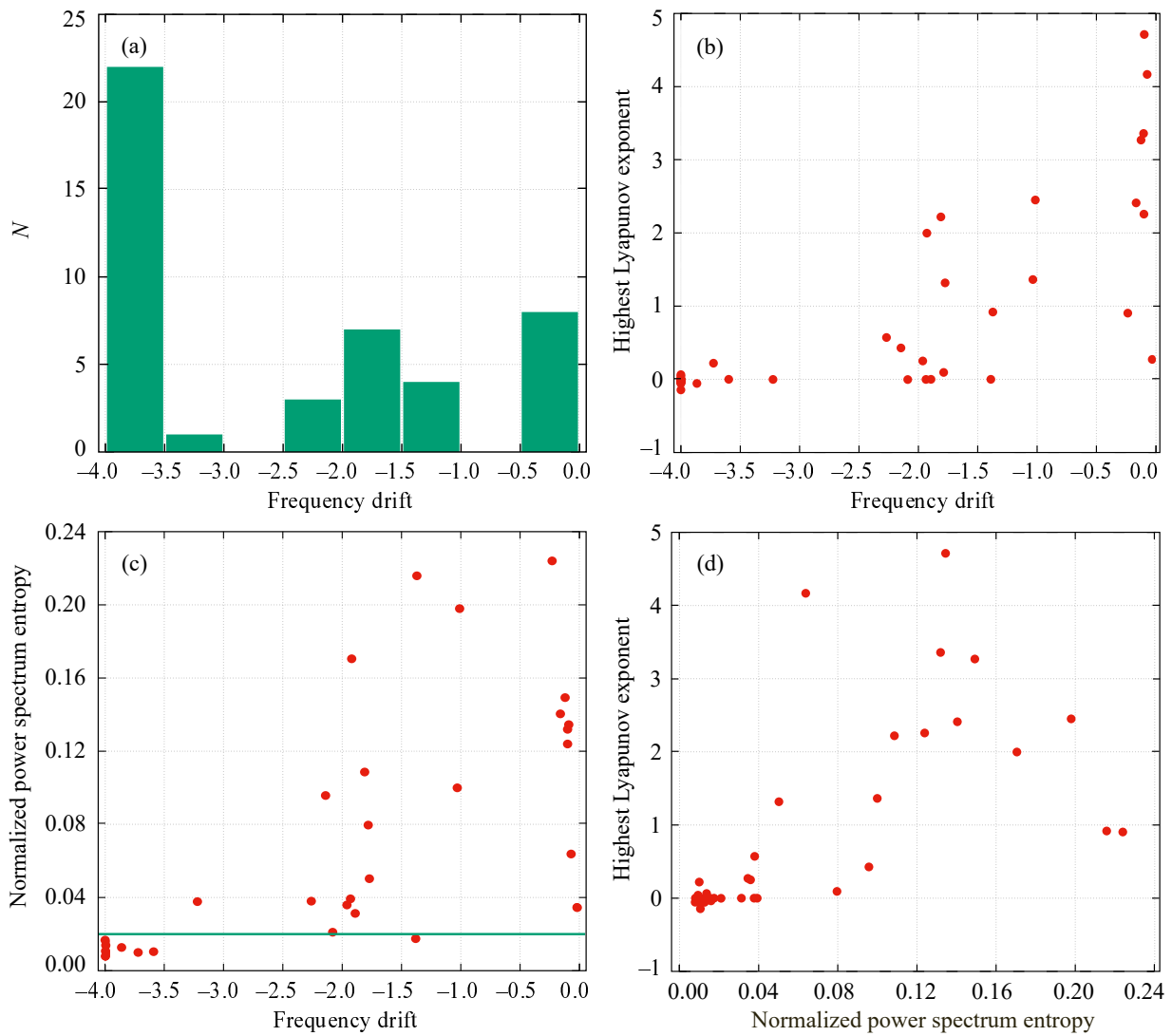


Рис. 7. Гистограмма распределения параметра дрейфа частоты $\lg \Delta f$ (a); диаграмма «дрейф частоты – МХПЛ» (b); диаграмма «дрейф частоты – энтропия нормализованного амплитудного спектра орбиты», зеленой линией отмечено пороговое значение энтропии (c); диаграмма «энтропия нормализованного амплитудного спектра орбиты – МХПЛ» (d).

дальнейшем для удобства мы на графиках будем указывать не физические частоты, а номера отсчетов k (или K) дискретного преобразования Фурье (формула (7)). Перейти от k к физической частоте можно по формуле: $f = k \times \Delta_F \approx 0.003815k$. Далее полученный амплитудный спектр орбиты ШС нормируется таким образом, чтобы максимальное значение было равно единице.

Решение о характере орбитальной динамики ШС определяется путем вычисления энтропии Шеннона нормализованного амплитудного спектра R_k как меры хаотичности (Chumak, 2011):

$$E_R = -\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{N-1} R_k \ln(R_k), \quad (8)$$

где M — масштабный коэффициент, который вво-

дится для удобства представления численных результатов.

Очевидно, чем больше значение энтропии, тем выше степень хаотичности орбиты. Поскольку мы анализируем как опорные орбиты, так и теньевые, полученные при возмущении начальной фазовой точки, то надо также обращать внимание не только на значение энтропии, но и на разницу значений энтропии спектров опорной и возмущенной орбит. В случае регулярной орбиты эта разница должна быть достаточно малой по аналогии с показателями Ляпунова. Кроме того, отметим, что по аналогии с показателями Ляпунова мы берем время интегрирования орбит достаточно большим. В нашем случае, как и в случае частотного метода, оно составляет 120 млрд лет, что, как уже говорилось, почти на порядок превышает возраст Вселенной.

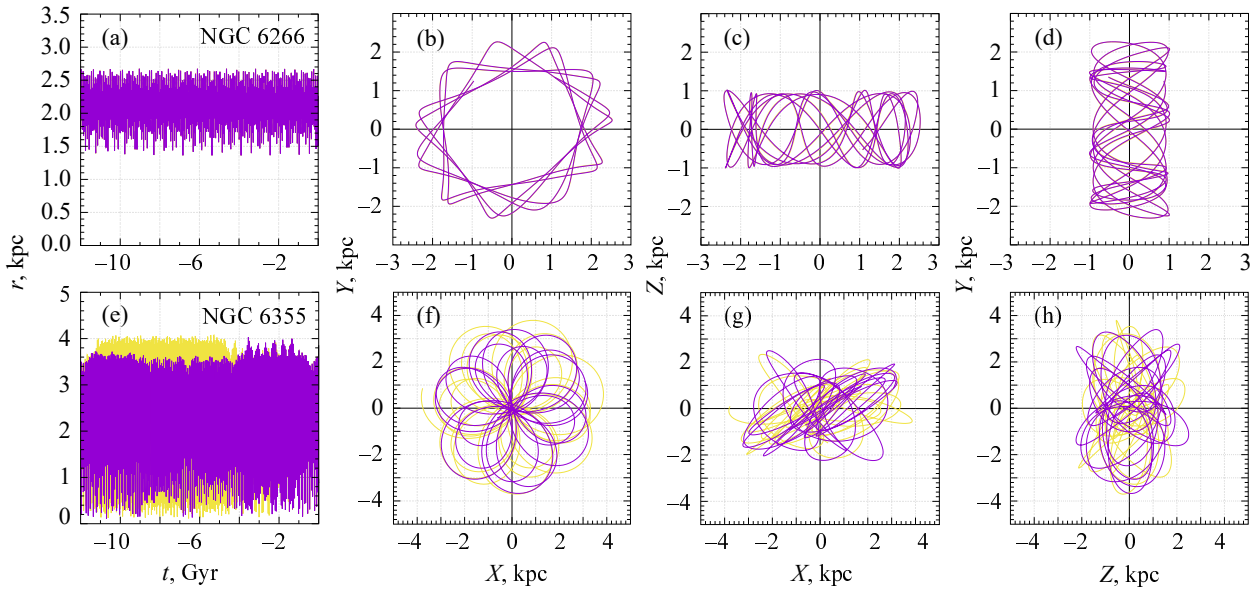


Рис. 8. Орбиты шаровых скоплений NGC 6266 (R) (a–d), NGC 6355 (C) (e–h). На панелях слева направо: радиальные значения орбит в зависимости от времени на интервале $[-12, 0]$ млрд лет; XY -, XZ -, ZY -проекции орбит, построенных в системе вращающегося бара на интервале времени $[-12, -11]$ млрд лет (желтым цветом показана опорная орбита, фиолетовым — теньевая).

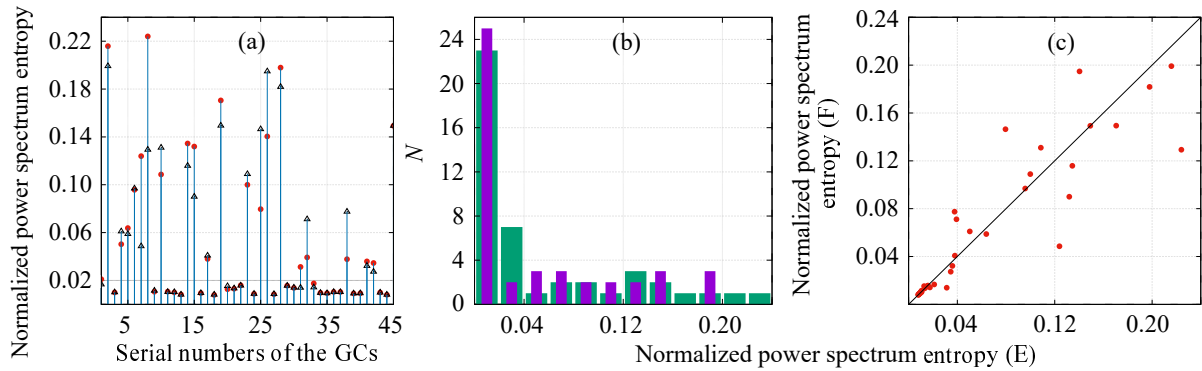


Рис. 9. Панель (a): значения энтропии нормализованных амплитудных спектров 45 ШС (порядковый номер по оси абсцисс) для опорных (красные точки) и теньевых (черные треугольники) орбит. Панель (b): гистограммы для энтропии нормализованных амплитудных спектров опорных (зеленый цвет) и теньевых (фиолетовый цвет) орбит 45 ШС. Панель (c): диаграмма сравнения значений энтропии нормализованных амплитудных спектров опорных (E) (ось абсцисс) и теньевых (F) (ось ординат) орбит.

Предложенный метод был применен как для опорных, так и для теньевых орбит при возмущении фазовой начальной точки аналогично алгоритму, реализованному в разделе 2.1.

На рис. 13 (см. Приложение) в нижнем ряду представлены нормализованные амплитудные спектры радиальных значений опорных и теньевых орбит как функций времени на интервале $[-120, 0]$ млрд лет, показанные черным и красным цветом соответственно. Отметим сразу, что они имеют характер линейчатых спектров у ШС с регулярной динамикой и широких спектров у ШС с хаотической динамикой, что приводит к заметному увеличению энтропии в последнем случае.

Результаты применения нового метода наглядно продемонстрированы также на рис. 9.

Как можно видеть на рис. 9a, шаровые скопления со значениями энтропии менее 0.02 имеют практически равные значения для опорных и теньевых орбит, то есть возмущение начальной точки почти не привело к изменению энтропии. Это следует также из рис. 9c. С ростом энтропии увеличивается разница между ее значениями для опорных и теньевых орбит. Поэтому ШС со значением энтропии менее 0.02, которое взято за пороговое при принятых условиях интегрирования орбит и значениях масштабного коэффициента M (отмечено зеленым цветом на рис. 7c), мы относим

к шаровым скоплениям с регулярной динамикой (R), а остальные — к ШС с хаотической динамикой (C). Как следует из гистограммы распределения энтропии для опорных и теневого орбит (рис. 9b), в результате возмущения начальной точки у части шаровых скоплений значение энтропии уменьшилось и стало менее 0.02, но при вынесении решения о характере динамики мы смотрим также на приращение энтропии. У ШС с регулярной динамикой оно должно быть достаточно малым (как правило, оно на порядок и более ниже, чем у ШС с хаотической динамикой). По существу, сказанное представляет собой алгоритм вынесения решения о динамическом характере ШС — (R) или (C) — в результате применения предложенного метода, основанного на спектральном анализе радиальных значений орбит как функции времени на интервале 120 млрд лет и вычислении энтропии полученных нормализованных спектров с использованием масштабного коэффициента $M = 10\,000$. Как показало дополнительное моделирование, при разумном изменении времени интегрирования и масштабного коэффициента M изменяется лишь пороговое значение энтропии, которое практически не влияет на результаты классификации. Принятые параметры в данной работе мы считаем оптимальными.

По результатам применения нашего метода к первой группе объектов с регулярной динамикой (R) мы отнесли следующие ШС:

NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380,
Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9,
NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637,
NGC 6717, NGC 6723, NGC 6304, Pismis 26,
NGC 6569, ESO 456-78, NGC 6540, Djorg 2,
NGC 6171, NGC 6539, NGC 6553.

Ко второй группе объектов с хаотической динамикой (C) — шаровые скопления:

NGC 6144, ESO 452-11, NGC 6273, NGC 6293,
NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229,
NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453,
NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642,
Terzan 3, NGC 6256, NGC 6325, NGC 6316,
NGC 6388, NGC 6652.

Первая группа насчитывает 23 ШС, вторая — 22.

3. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КЛАССИФИКАЦИИ ШС С РЕГУЛЯРНОЙ И ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКОЙ

Результаты классификации 45 ШС по признаку регулярности/хаотичности орбит, полученные в предыдущем разделе семью различными методами, сведены в таблицу 1. Определение вероятности

итогового решения $P(R)$ по новому методу, основанному на вычислении энтропии нормализованного амплитудного спектра орбиты как функции времени, считаем седьмым методом. Графическая иллюстрация к методам анализа регулярности орбит применительно к каждому ШС дается в Приложении на рис. 13.

С целью сравнения результатов классификации ШС на основе данных таблицы 1 была вычислена корреляционная матрица по результатам классификации, полученным семью методами, когда решению (R) присваивается число «1», а решению (C) — число «0». Полученная корреляционная матрица представлена в виде таблицы 2.

Проведем анализ корреляционной матрицы. Видим, что вероятностный метод дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ($K_c = 0.643$) и наибольшую с MEGNO ($K_c = 0.910$) и визуальным методом ($K_c = 0.965$). MEGNO дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ($K_c = 0.649$) и наибольшую с вероятностным методом ($K_c = 0.911$). МХПЛ дает наименьшую корреляцию с визуальным методом и методом сечений Пуанкаре ($K_c = 0.597$) и наибольшую с новым методом ($K_c = 0.689$). Метод сечений Пуанкаре дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ($K_c = 0.597$) и наибольшую с частотным и визуальным методами ($K_c = 0.91$). Частотный метод дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ($K_c = 0.687$) и наибольшую с методом сечений Пуанкаре и визуальным методом ($K_c = 0.910$). Визуальный метод дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ($K_c = 0.597$) и наибольшую с вероятностным методом ($K_c = 0.911$). Новый метод дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ($K_c = 0.689$) и наибольшую с вероятностным методом ($K_c = 0.874$). В результате можем заключить, что наименьшая корреляция с другими методами наблюдается у МХПЛ, а наибольшая — у визуального метода. Метод сечений Пуанкаре по принятию решений близок к частотному методу, оба эти метода хорошо коррелируют друг с другом и другими методами. Корреляция методов МХПЛ, частотного метода и нового метода также хорошо отражена на диаграммах рис. 7.

В целом можем заключить, что все методы хорошо коррелируют друг с другом. В качестве окончательного решения о классификации ШС с регулярной (R) и хаотической (C) динамикой примем результаты классификации на основе принципа «голосования». В результате в список ШС с регулярной динамикой вошли 24 объекта:

NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380, Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9, NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637, NGC 6717, NGC 6723, Terzan 3, Pismis 26, NGC 6569, ESO 456-78, NGC 6540, Djorg 2, NGC 6171, NGC 6316, NGC 6539, NGC 6553.

Список с хаотической динамикой состоит из 21 объекта:

NGC 6144, ESO 452-11, NGC 6273, NGC 6293, NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, Pal 6, NGC 6401, NGC 6440, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6256, NGC 6304, NGC 6325, NGC 6388, NGC 6652.

Отметим, что окончательные списки отличаются от первоначальных, полученных вероятностным методом (см. раздел 2.1), двумя объектами: NGC 6304 и NGC 6388, которые из первого списка объектов с регулярным движением переключались в список объектов с хаотическим движением. Обратим внимание, что новый метод дал достаточно высокую корреляцию ($K_c = 0.825$) с частотным методом, методом сечений Пуанкаре и визуальным методом. При этом ШС Terzan 3, NGC 6304, NGC 6316 изменили классификацию на противоположную. Мы полагаем, что ШС Terzan 3 и NGC 6316 можно отнести к слабохаотическим. Но этот вопрос классификации требует отдельного изучения, что запланировано на будущее.

Чтобы определить причину хаотизации движения ШС, мы провели также сравнение таких параметров, как апоцентрическое расстояние, перицентрическое расстояние и эксцентриситет опорной и теневой орбит для всех 45 ШС на шкале времени 12 млрд лет назад (рис. 10). Очевидно, что ШС с регулярными орбитами должны иметь отклонения от диагональной линии сравнения, близкие к нулю, что следует также из визуального анализа орбит. Как видно из рис. 10, ШС с хаотическими орбитами дают уже ощутимые отклонения от линии сравнения, особенно в области малых значений перицентрического расстояния (менее 0.4 кпк) и больших значений эксцентриситета (более 0.8) из-за более сильного влияния центрального бара на орбитальное движение ШС именно в области, наиболее близкой к центру Галактики. Апоцентрические расстояния максимально отклоняются от линии сравнения в районе 2.5–3.5 кпк. Особенно четко степень отклонений орбитальных параметров видна на рис. 11, где показаны относительные отклонения параметров теневой орбиты от опорной. При этом надо заметить, что относительные отклонения апоцентрических расстояний невелики. Наибольшие относительные отклонения испытывают перицентрические расстояния. Отметим, что

корреляция между отклонениями перицентрических расстояний и эксцентриситетов от соответствующих линий сравнения довольно большая и составляет 0.85. Эти два признака могут служить своеобразными индикаторами хаотичности орбит ШС. Так, шаровыми скоплениями с перицентрическими расстояниями меньше 0.4 кпк и относительными отклонениями перицентрических расстояний $|Peri_E/Peri_F - 1| > 0.01$, где индекс E относится к опорной орбите, а индекс F — к теневой, являются:

ESO 452-11, NGC 6273, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6256, NGC 6652,

а ШС с эксцентриситетами более 0.8 —

ESO 452-11, NGC 6273, NGC 6293, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6652.

Пересечение этих двух множеств составляет 13 объектов. Все перечисленные ШС входят в установленный нами окончательный список ШС с хаотической динамикой.

Таким образом, можно сделать вывод, что в список ШС с хаотической динамикой вошли преимущественно шаровые скопления с вытянутыми радиальными орбитами, малыми перицентрическими расстояниями (менее 0.4 кпк) и большими эксцентриситетами (более 0.8). В целом же полученный нами результат согласуется с выводами Machado and Manos (2016) о том, что хаотические орбиты занимают в основном область бара.

На рис. 12 представлены распределения полной энергии в начальный момент времени в зависимости от порядкового номера ШС (a) и диаграмма «компонента углового момента L_z — полная энергия» (b). Видно, что распределения по энергии почти не отличаются для регулярных и хаотических орбит. Однако ШС с регулярными орбитами обладают более высокими значениями момента L_z .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые исследована регулярность/хаотичность орбитальной динамики выборки из 45 шаровых скоплений в центральной области Млечного Пути радиусом 3.5 кпк в неосесимметричном гравитационном потенциале (Bajkova et al., 2023a) с вытянутым вращающимся баром. Использована модель бара в виде трехосного эллипсоида с массой $10^{10} M_\odot$, длиной большой полуоси 5 кпк, углом наклона к галактической оси X 25° и скоростью вращения $40 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$. Для построения орбит использованы самые точные на сегодняшний день

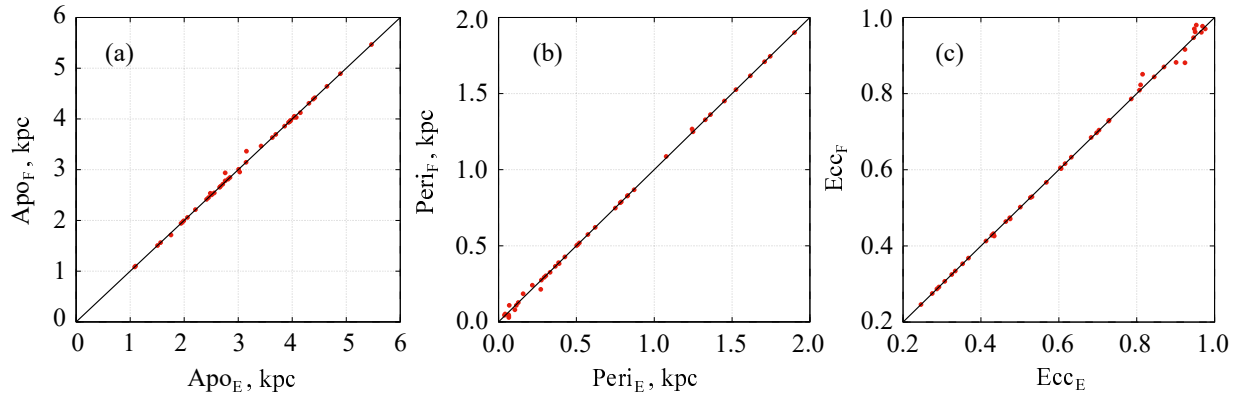


Рис. 10. Сравнение параметров опорной (Е) и теневой (F) орбит для 45 ШС апоцентрического расстояния (а), перигирического расстояния (b), эксцентриситета орбит (с).

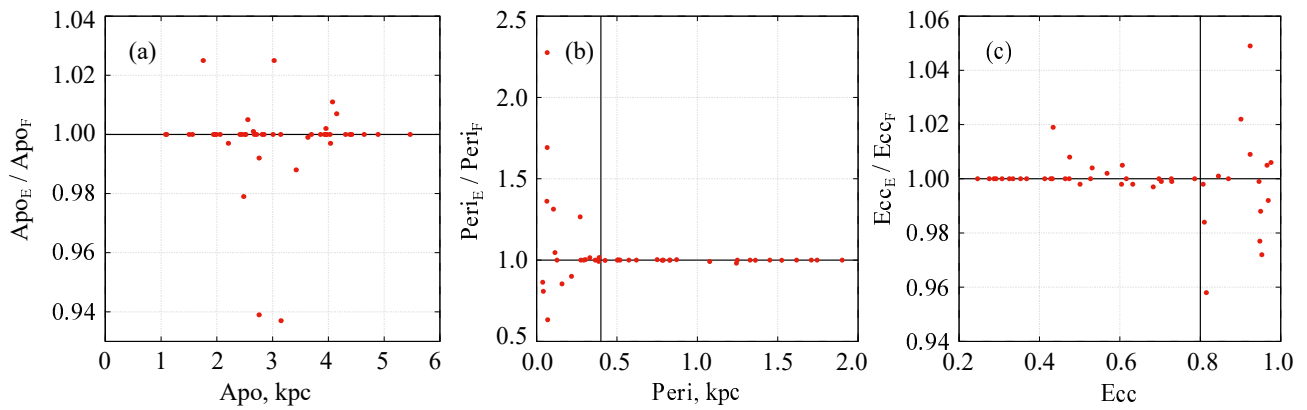


Рис. 11. Относительные отклонения параметров теневой (F) орбиты от опорной (Е) 45 ШС апоцентрического расстояния (а), перигирического расстояния (b), эксцентриситета орбит (с).

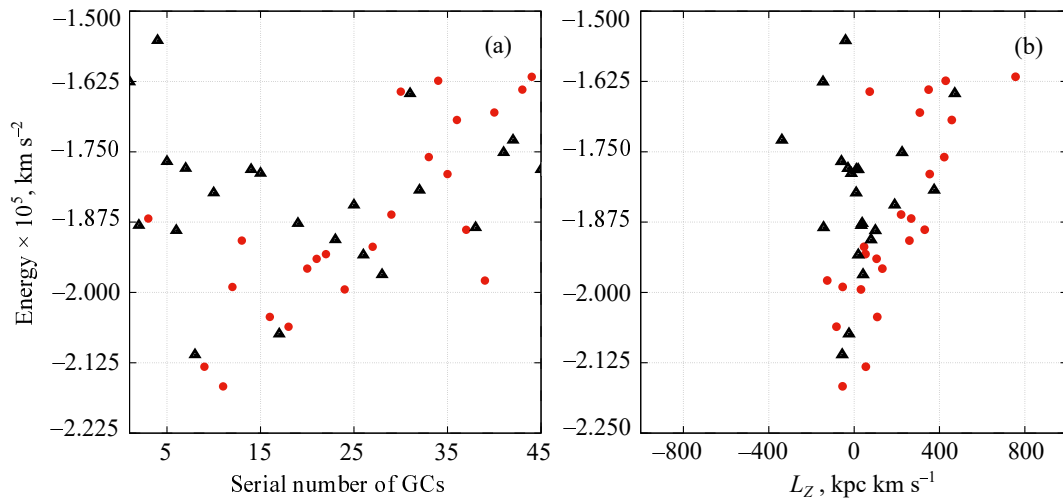


Рис. 12. Полная энергия в начальный момент времени в зависимости от порядкового номера ШС (а) и диаграмма «момент L_z — полная энергия» (b). Красными кружками обозначены ШС с регулярными орбитами и черными треугольниками — с хаотическими орбитами.

астрометрические данные со спутника Gaia EDR3 (Vasiliev and Baumgardt, 2021), а также новые уточненные средние расстояния до шаровых скоплений (Vasiliev and Baumgardt, 2021).

В результате первоначального вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова прямым способом (то есть без перенормировки теневой траектории ШС) обнаружена бимодальность в гистограмме распределения приближений показателей Ляпунова. С использованием метода, основанного на аппроксимации гистограммы двумя гауссовыми распределениями вероятностей, проведено разделение выборки ШС на объекты с регулярной и хаотической динамикой. Дано объяснение обнаруженной бимодальности. Предложенный метод назван вероятностным и по существу представляет собой новый подход.

В дополнение к вероятностному методу для анализа ШС на регулярность/хаотичность было привлечено несколько других хорошо известных методов, а именно: вычисление МХПЛ с перенормировкой теневой орбиты, MEGNO, метод сечений Пуанкаре, частотный метод, основанный на оценке параметра дрейфа фундаментальных частот, а также метод визуальной оценки орбит на длительных интервалах времени, сравнимых с возрастом Вселенной. Показано, что все использованные методы хорошо коррелируют друг с другом. Итоговое решение по классификации ШС как объектов с регулярной или хаотической динамикой было принято по принципу «голосования» с учетом результатов анализа всех использованных методов. Таким образом, были сформированы два списка шаровых скоплений:

- 1) 24 объекта с регулярной динамикой:
NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380,
Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9,
NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637,
NGC 6717, NGC 6723, Terzan 3, Pismis 26,
NGC 6569, ESO 456-78, NGC 6540, Djorg 2,
NGC 6171, NGC 6316, NGC 6539, NGC 6553;
- 2) 21 объект с хаотической динамикой:
NGC 6144, ESO 452-11, NGC 6273, NGC 6293,
NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229,
NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453,
NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642,
NGC 6256, NGC 6304, NGC 6325, NGC 6388,
NGC 6652.

Предложен новый простой метод определения характера орбитального движения (хаотического или регулярного), основанный на вычислении амплитудного спектра орбиты как функции времени и

энтропии амплитудного спектра как меры хаотичности орбит. На основе нового метода определен список из 23 ШС с регулярной динамикой:

NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380,
Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9,
NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637,
NGC 6717, NGC 6723, NGC 6304, Pismis 26,
NGC 6569, ESO 456-78, NGC 6540, Djorg 2,
NGC 6171, NGC 6539, NGC 6553, а также
список из 22 ШС с хаотической динамикой:
NGC 6144, ESO 452-11, NGC 6273, NGC 6293,
NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229,
NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453,
NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642,
Terzan 3, NGC 6256, NGC 6325, NGC 6316,
NGC 6388, NGC 6652.

Сравнение результатов классификации ШС, полученных предложенным методом и известными методами, выявило высокую корреляцию, равную 0.825.

Как показал анализ параметров опорных и теневых орбит на интервалах времени, сравнимых с возрастом Вселенной, в список ШС с хаотической динамикой вошли преимущественно шаровые скопления с вытянутыми радиальными орбитами с апоцентрическими расстояниями в районе 2.5–3.5 кпк, с малыми периферическими расстояниями (менее 0.4 кпк) и большими эксцентриситетами (более 0.8) (корреляция между последними орбитальными параметрами составила 0.85), что объясняется влиянием на динамику таких ШС вращающегося бара в наибольшей степени, приводящим в итоге к хаотическому движению.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны А. В. Мельникову за обсуждение проблемы устойчивости орбит. Авторы благодарны анонимным рецензентам за внимательное прочтение статьи и интересные замечания, которые послужат стимулом для дальнейших исследований.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Данная работа финансировалась за счет средств бюджета института. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

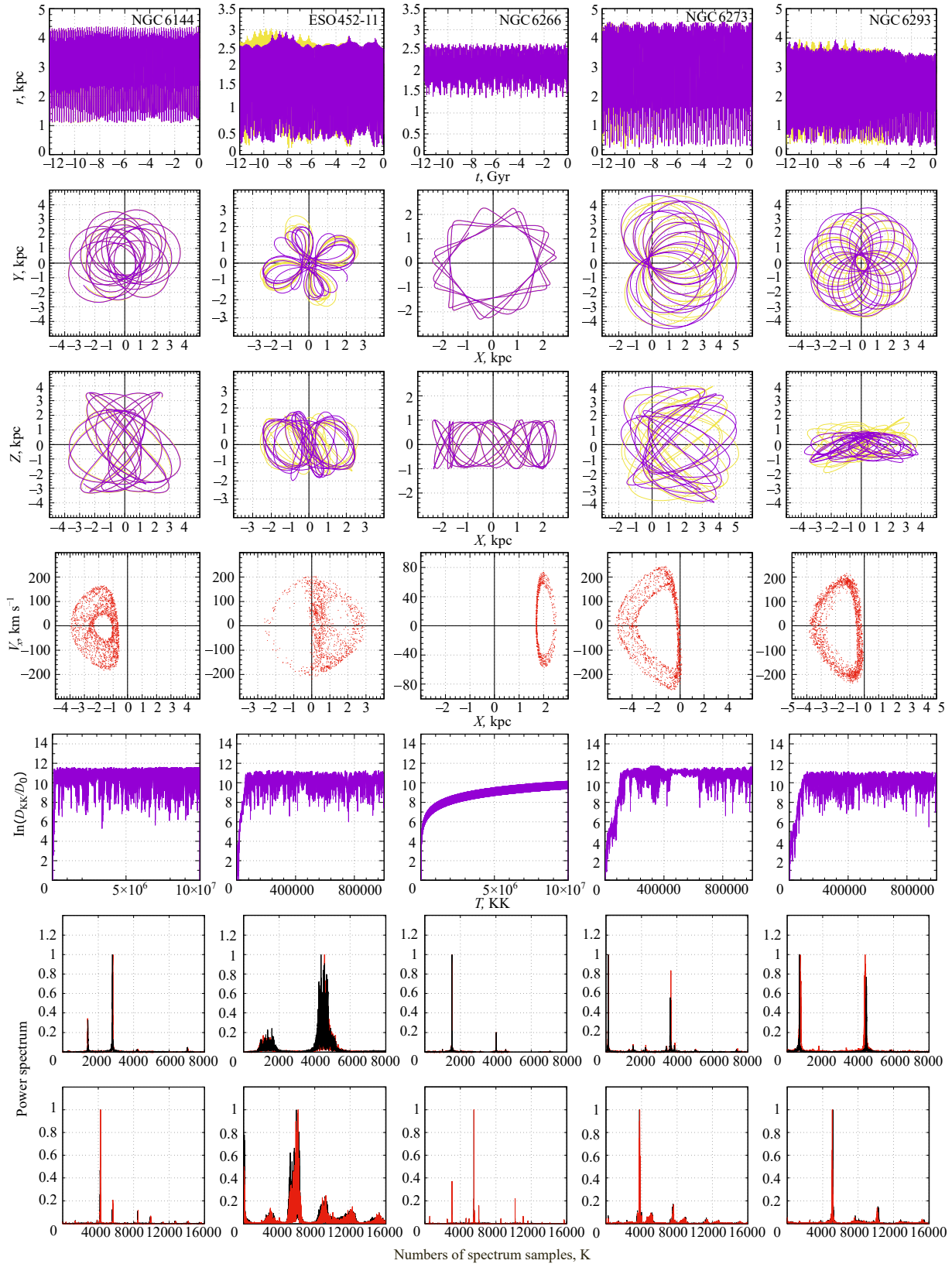


Рис. 13. Орбиты шаровых скоплений. На панелях сверху вниз: радиальные значения орбиты в зависимости от времени, XY - и XZ -проекции (желтым цветом показана опорная орбита, фиолетовым — теньевая); сечение Пуанкаре (X , V_x); иллюстрация к вероятностному методу; иллюстрация к частотному методу (красным цветом показан амплитудный спектр первой половины временной последовательности, черным — второй половины); нормализованные амплитудные спектры радиальных значений опорных и теньевых орбит как функций времени, показанные черным и красным цветом соответственно. Наименования ШС указаны на панелях верхнего ряда.

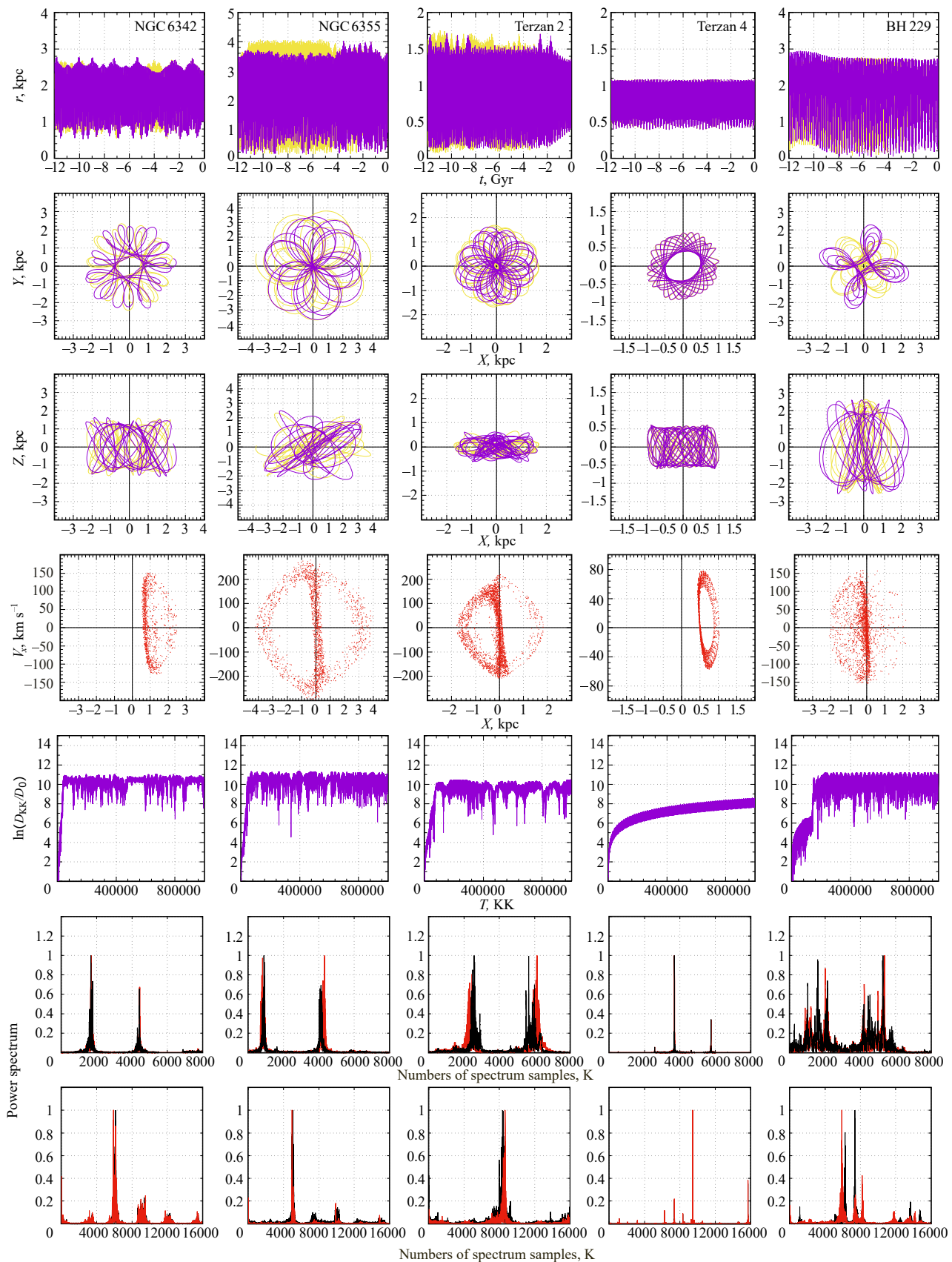


Рис. 13. Продолжение.

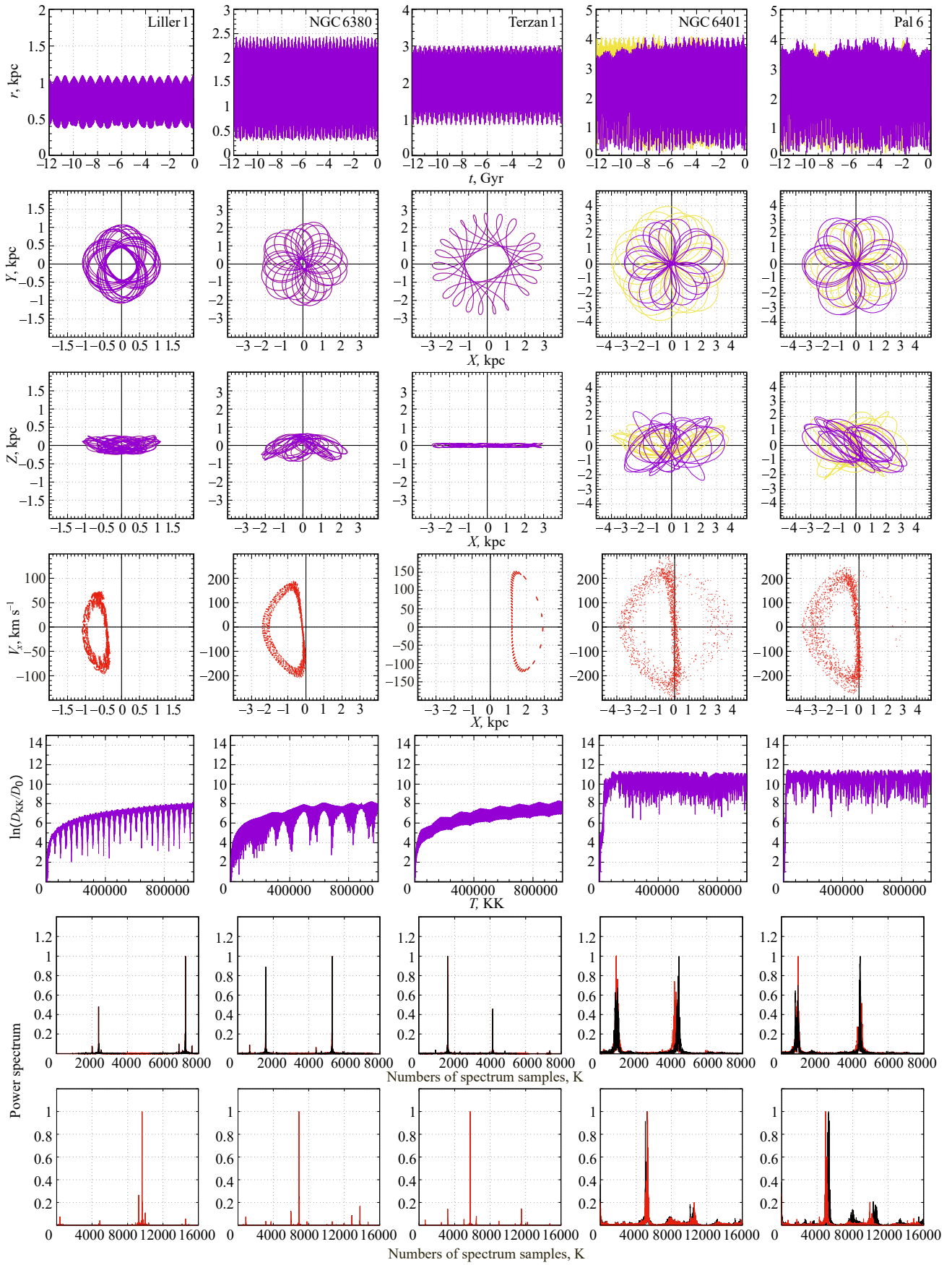


Рис. 13. Продолжение.

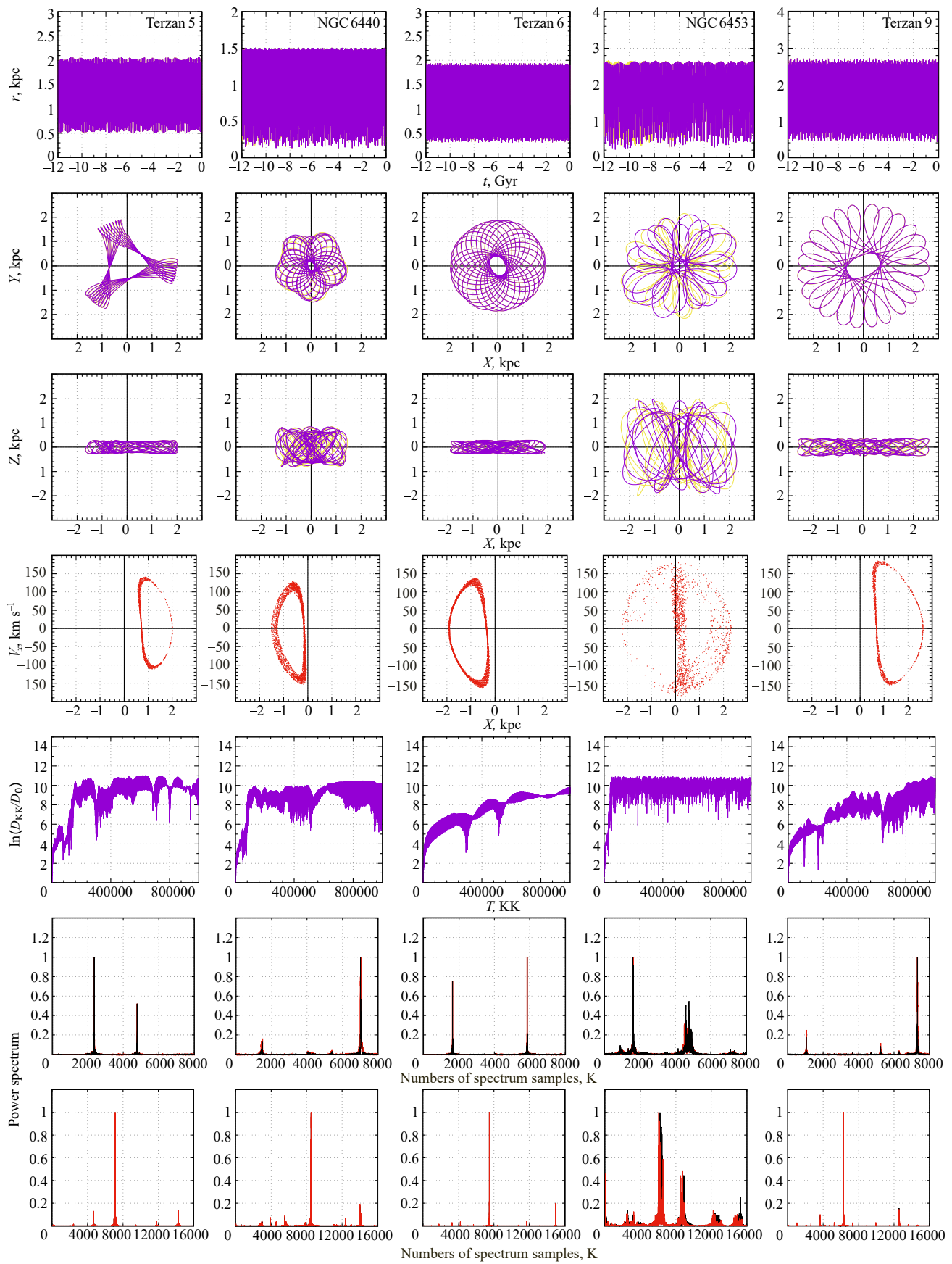


Рис. 13. Продолжение.

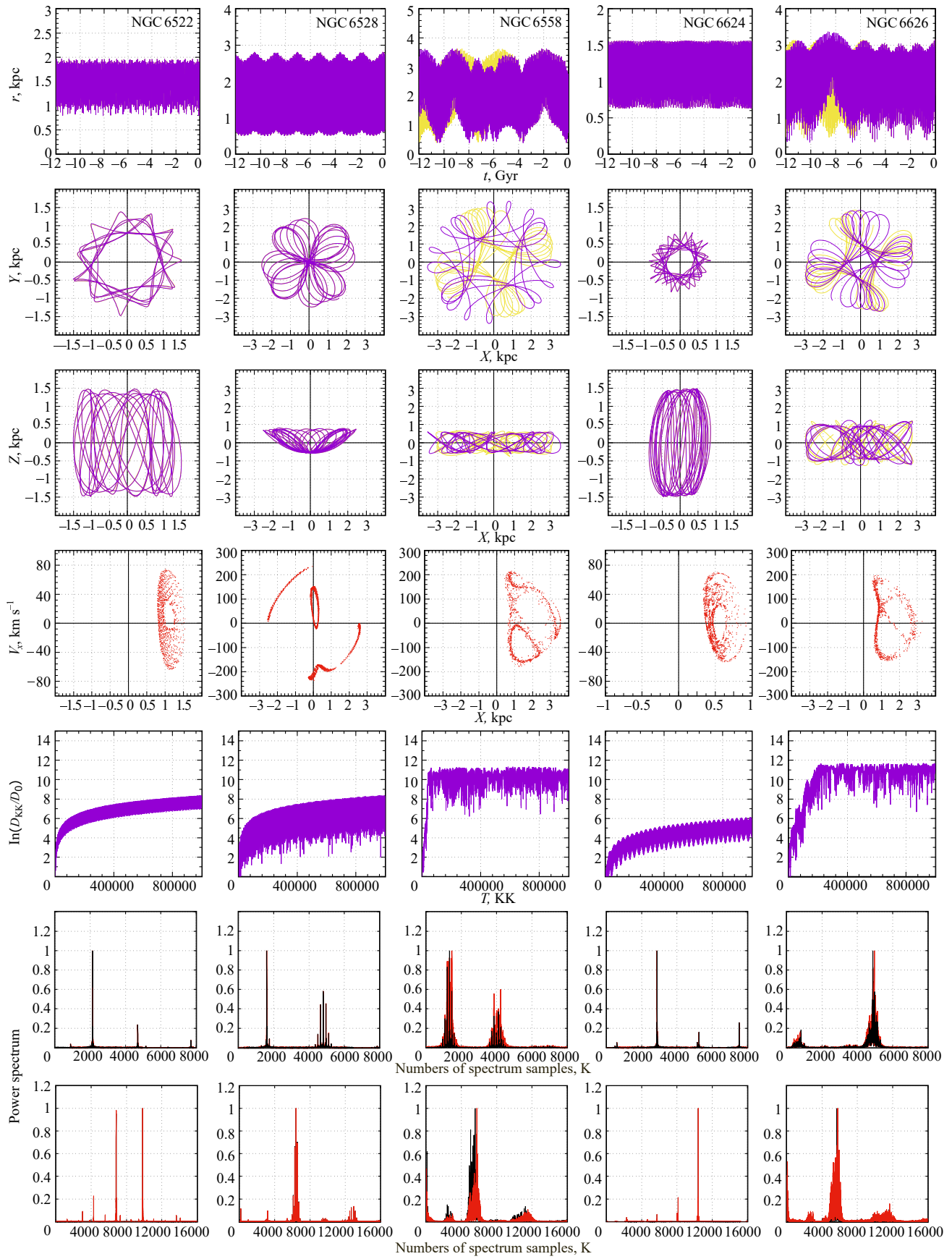


Рис. 13. Продолжение.

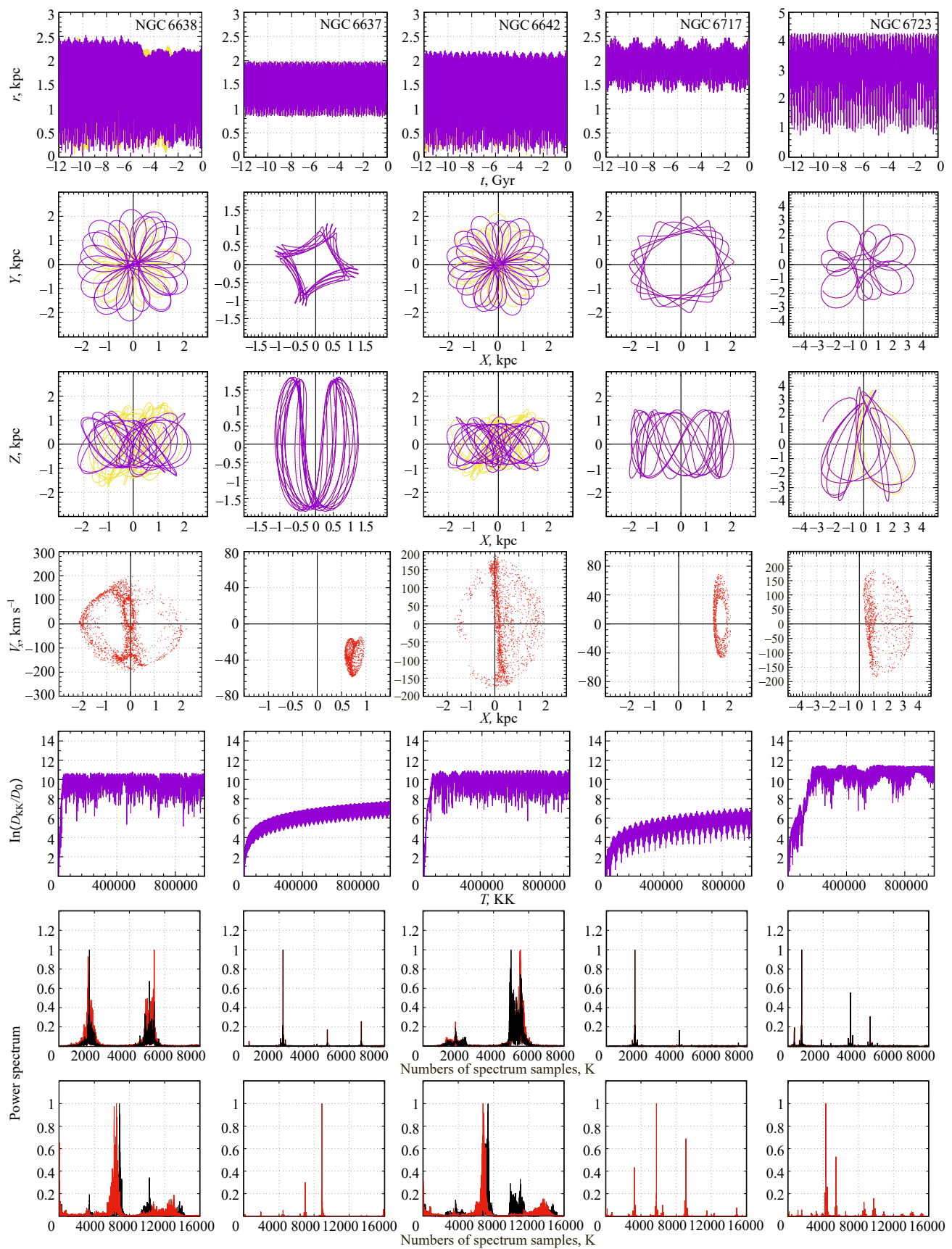


Рис. 13. Продолжение.

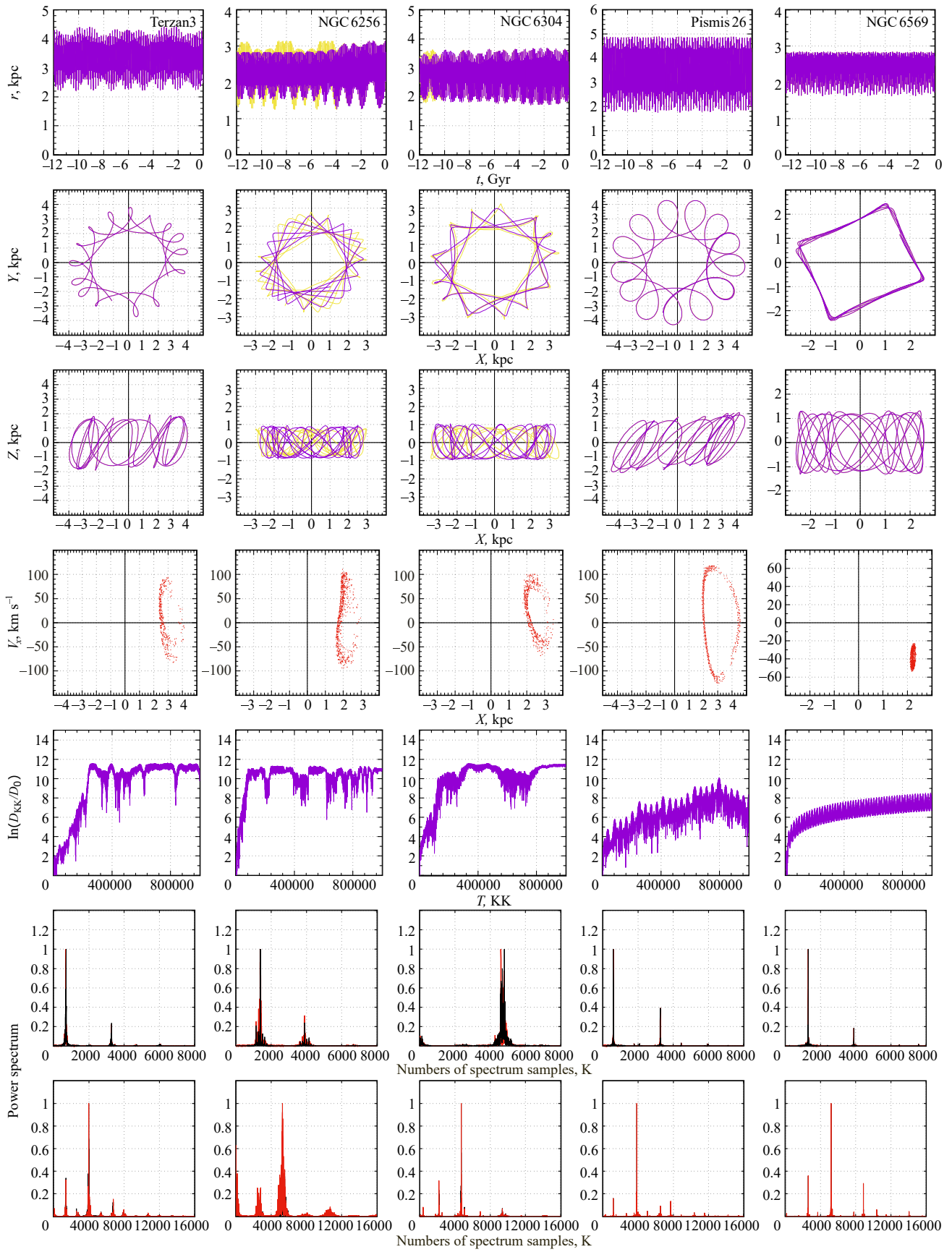


Рис. 13. Продолжение.

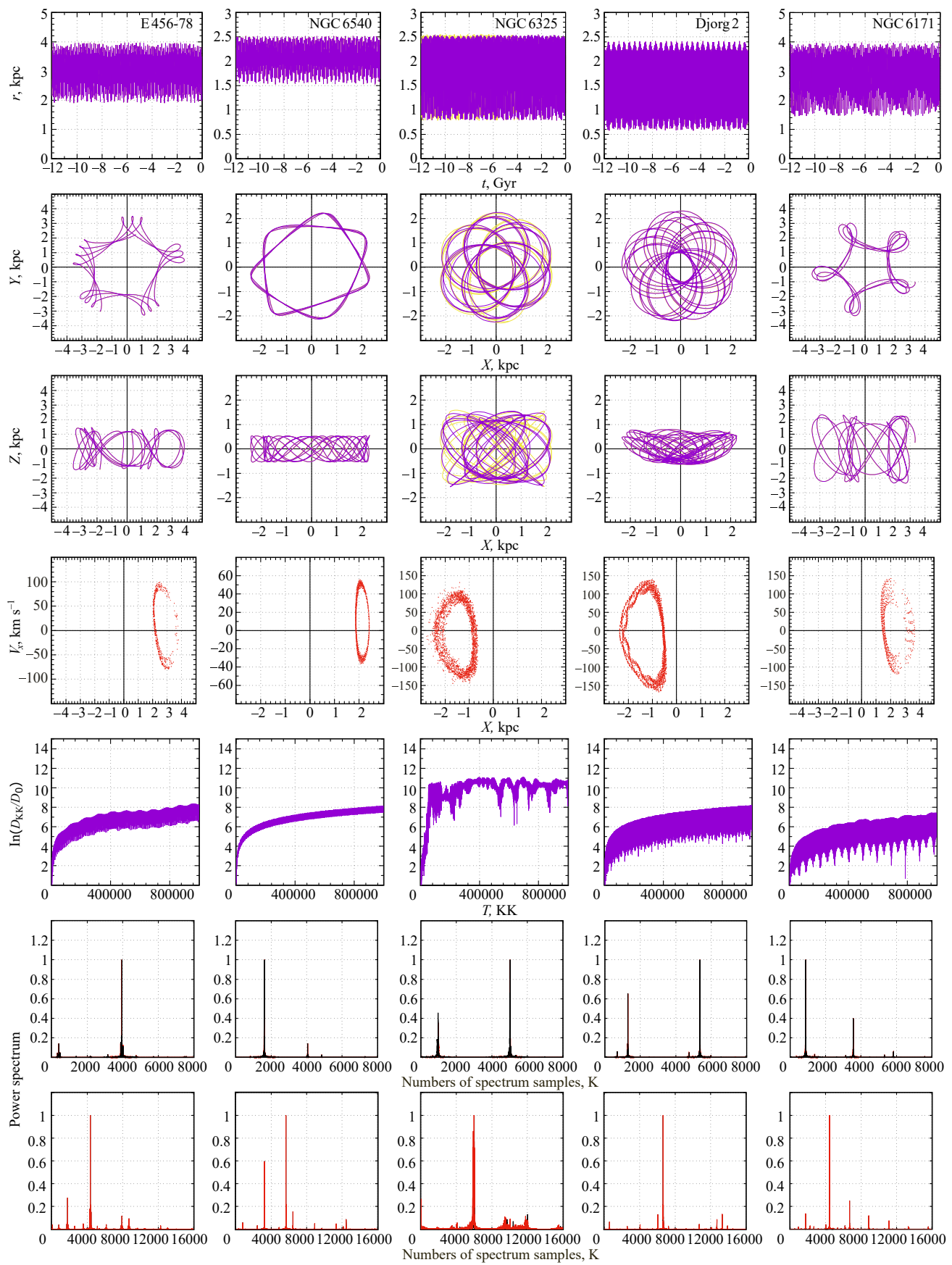


Рис. 13. Продолжение.

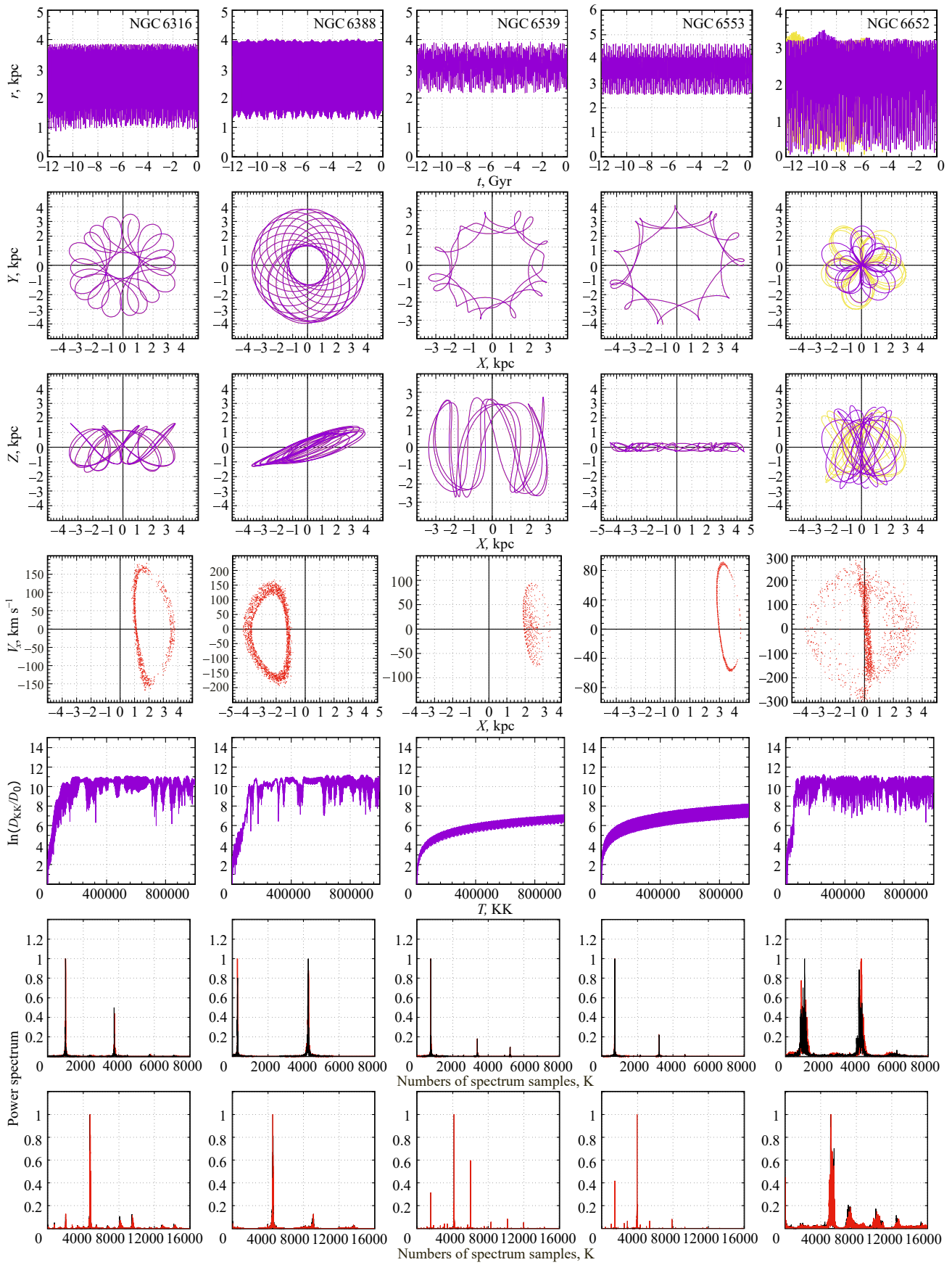


Рис. 13. Окончание.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. T. Bajkova, A. A. Smirnov, and V. V. Bobylev, Publications of the Pulkovo Observatory **228**, 1 (2023a). DOI:10.31725/0367-7966-2023-228-1
2. A. T. Bajkova, A. A. Smirnov, and V. V. Bobylev, Astrophysical Bulletin **78** (4), 499 (2023c). DOI:10.1134/S199034132360028X
3. H. Baumgardt and E. Vasiliev, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **505** (4), 5957 (2021). DOI:10.1093/mnras/stab1474
4. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, Publications of the Pulkovo Observatory **227**, 36 (2022). DOI:10.31725/0367-7966-2022-227-3
5. S. Breiter, B. Melendo, P. Bartczak, and I. Wytrzyszczak, Astron. and Astrophys. **437** (2), 753 (2005). DOI:10.1051/0004-6361:20053031
6. O. V. Chumak, *Entropies and Fractals in Data Analysis* (Moscow–Izhevsk, Institute of Computer Science, R & C Dynamics, 2011) [in Russian]. DOI:10.13140/2.1.4739.6800
7. R. E. G. Machado and T. Manos, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **458** (4), 3578 (2016). DOI:10.1093/mnras/stw572
8. A. V. Mel'nikov, Solar System Research **52** (5), 417 (2018). DOI:10.1134/S0038094618050064
9. A. Morbidelli, *Modern Celestial Mechanics. Aspects of Solar System Dynamics* (Institute of Computer Science, Moscow–Izhevsk, 2014) [in Russian].
10. K. Murrej and S. Dermott, *Solar System Dynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999). DOI:10.1017/CBO9781139174817
11. N. Nieuwmunster, M. Schultheis, M. Sormani, et al., Astron. and Astrophys. **685**, id. A93 (2024). DOI:10.1051/0004-6361/202349000
12. J. Palous, B. Jungwiert, and J. Kopecky, Astron. and Astrophys. **274**, 189 (1993).
13. J. L. Sanders, L. Smith, and N. W. Evans, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **488** (4), 4552 (2019). DOI:10.1093/mnras/stz1827
14. M. Valluri, V. P. Debattista, T. Quinn, and B. Moore, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **403** (1), 525 (2010). DOI:10.1111/j.1365-2966.2009.16192.x
15. E. Vasiliev and H. Baumgardt, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **505** (4), 5978 (2021). DOI:10.1093/mnras/stab1475

Analysis of Orbital Dynamics of Globular Clusters in the Central Region of the Milky Way

A. T. Bajkova¹, A. A. Smirnov¹, and V. V. Bobylev¹

¹Central (Pulkovo) Astronomical Observatory RAS, St. Petersburg, 196140 Russia

The regularity/chaoticity of orbits of 45 globular clusters in the central region of the Galaxy with a radius of 3.5 kpc, which are subject to the greatest influence of the elongated rotating bar, is analyzed. Various methods of analysis are used, namely, the methods of calculating the maximum characteristic Lyapunov exponents (MCLE), MEGNO (Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbits), the Poincaré section method, the frequency method based on calculating fundamental frequencies, and a new method is proposed based on calculating the orbit amplitude spectrum as a function of time and calculating the entropy of the amplitude spectrum as a measure of orbital chaos. Bimodality is found in the histogram of the distribution of positive Lyapunov exponents calculated in the classical version, without renormalizing the shadow orbit, which allows implementing a probabilistic method for GC classification, which is also a new approach. To construct the orbits of globular clusters, we used the gravitational potential model with a bar in the form of a triaxial ellipsoid. The following bar parameters were adopted: mass $10^{10} M_{\odot}$, length of the semi-major axis 5 kpc, angle of rotation of the bar axis 25° , rotation velocity 40 km s^{-1} kpc $^{-1}$. To form the 6D phase space required for integrating the orbits, we used the most accurate astrometric data to date from the Gaia satellite (EDR3), as well as new refined average distances to globular clusters. Globular clusters with regular and chaotic dynamics were classified. As the analysis showed, globular clusters with small pericentric distances and large eccentricities are most susceptible to the influence of the bar and demonstrate the greatest chaos. It is shown that the results of the classification of globular clusters by the nature of their orbital dynamics, obtained using the various analysis methods considered in the work, correlate well with each other.

Keywords: *Galaxy: bar, bulge—globular clusters: general*