

УДК 524.68:524.4-325

# О ДВИЖЕНИИ РАССЕЯННЫХ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЙ В ГАЛАКТИКЕ ПО ДАННЫМ GAIA DR3

© 2026 В. М. Данилов<sup>1\*</sup>, М. Э. Попова<sup>1\*\*</sup><sup>1</sup> Коуровская астрономическая обсерватория им. К. А. Бархатовой Уральского федерального университета им. первого Президента России Б. Н. Ельцина, Екатеринбург, 620000 Россия

Поступила в редакцию 27 мая 2025 года; после доработки 7 октября 2025 года; принята к публикации 3 ноября 2025 года

В статье выполнены оценки средних компонент скоростей  $V_R$ ,  $V_\theta$ ,  $V_z$ , удельных кинетических энергий  $T_k$  и дисперсий  $\sigma_V^2$  скоростей движения рассеянных звездных скоплений (РЗС) в окрестностях Солнца по данным Gaia DR3. Построены зависимости дисперсий величин  $T_k$  и скоростей РЗС от расстояния  $R$  скоплений до оси вращения Галактики. Отмечен ряд локальных максимумов и минимумов в этих зависимостях. Выполнено численное моделирование траекторий движения РЗС в силовом поле осесимметричной части Галактики (трехкомпонентная модель Miyamoto, Nagai) и четырехрукавного спирального узора. Сравнение величин  $T_k$ , амплитуд колебаний  $T_k$  и цилиндрических галактоцентрических координат  $(R, \theta, z)$  РЗС со временем и кинематических данных о движении скоплений приводит к оценке отношения потенциалов спиральных рукавов и осесимметричной части Галактики  $Q = 0.0010-0.0012$ . В рамках рассмотренной модели Галактики получено: (1) отношение массы диска к общей массе трех компонент Галактики (в интервале расстояний от ее центра от 0 до  $r$ ), равное 0.4, достигается при  $r = r_b \simeq 14.69$  кпк; (2) вклад потенциала гало в общий потенциал Галактики равен 0.778, 0.708 и 0.667 при  $r = r_b$ , 9 и 7 кпк соответственно. В этой области значений  $r$  влияние гало на движение РЗС в Галактике примерно в три раза больше, чем влияние диска. Поэтому радиальные колебания гало могут вносить существенный вклад в движение РЗС в Галактике; (3) получена формула для частоты малых колебаний гало, период таких колебаний равен  $7.135 \times 10^9$  лет; (4) получена формула для времени свободного падения  $\tau_{\text{ff}}$  звезды с расстояния  $r_0$  на центр гало; (5) с использованием  $\tau_{\text{ff}}$  и данных, полученных в 2022 году Bird et al. о скоростях  $\sigma_V$  звезд гало Галактики для гало получена оценка радиуса Джинса:  $r_J = 26.7_{-2.9}^{+4.1}$  кпк. Для центральной части Галактики, заключенной внутри сферы радиуса  $r_0 = 35$  кпк, с использованием  $\tau_{\text{ff}}$  из нашей работы 2024 года для однородного гравитирующего шара получена оценка  $r_J = 33.83 \pm 1.41$  кпк, указывающая на гравитационную неустойчивость областей Галактики с расстояниями  $r$  от  $r = 0$  до  $r > r_J$ .

Ключевые слова: *звезды: кинематика и динамика — Галактика: гало — Галактика: кинематика и динамика — рассеянные скопления и ассоциации: общие сведения — Галактика: окрестности Солнца*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение кинематики Галактики и ее подсистем, выполненное во многих работах (см., например, Shatsova, 1965a,b; Wielen, 1974; Kaplan and Shatsova, 1975; Binney and Tremaine, 1987; Bobylev and Bajkova, 2014; Dambis et al., 2015; Junqueira et al., 2015; Loktin and Popova, 2019; Popova, 2023), тесно связано с оценками угловых и линейных скоростей движения подсистем на разных расстояниях  $R$  от центра Галактики (в галактоцентрической системе координат  $(R, \theta, z)$ ), дисперсий скоростей движения объектов подсистем, а также параметров спиральных рукавов и спирального узора в целом.

В ряде работ исследовалось влияние спиральных рукавов на динамику звезд и рассеянных звездных скоплений в Галактике (см., например, работы Lin and Shu, 1964; Lynden-Bell and Kalnajs, 1972; Sellwood and Binney, 2002; Junqueira et al., 2015 и ссылки в них).

В работе Junqueira et al. (2015) для оценки постоянной угловой скорости  $\Omega_p$  движения спирального узора по данным о скоростях и координатах объектов двух выборок (РЗС и звезды-гиганты галактического диска) предложен метод, использующий интеграл Якоби  $E_J$  (Lynden-Bell and Kalnajs, 1972). Этот интеграл позволяет контролировать движение объектов по  $R$  в окрестностях коротационного радиуса  $R_c$  во вращающейся с угловой скоростью  $\Omega_p$  системе координат, связанной с галак-

\*E-mail: Vladimir.Danilov@urfu.ru

\*\*E-mail: Maria.Popova@urfu.ru

тическим рукавом, моделируемым в Lynden-Bell and Kalnajs (1972) в виде стационарной спиральной волны плотности (в этом случае общий потенциал  $\Phi$  системы не зависит от времени  $t$ , что и позволяет записать интеграл Якоби (Lynden-Bell and Kalnajs, 1972); подробный вывод см. также в Binney and Tremaine (1987), формулы (3-82)–(3-88)). Так как обычно в выборках объектов, используемых для исследований кинематики подсистем Галактики, диапазон расстояний  $|R - R_c|$  может достигать нескольких килопарсек и более (см. рис. 4 из Junqueira et al., 2015, рис. 1 из Loktin and Popova, 2019, рис. 3–5 из Popova, 2023), соответствующие значения угловых скоростей движения объектов  $\Omega = \Omega(R)$  могут заметно отличаться от  $\Omega_p$ . Поэтому представляет интерес нахождение и использование дополнительного уравнения для энергии  $E_c$  движения РЗС, значения которой позволяют контролировать полученные численно значения  $E$  из уравнений движения скопления на произвольных  $R$  в суммарном силовом поле невозмущенного ротационно-симметричного потенциала Галактики  $\Phi_0(R, z)$  и потенциала возмущения от спиральных рукавов  $\Phi_1(R, \theta, z, t)$ . Интересно также сравнить между собой возможности контроля движения РЗС с помощью интеграла  $E_J$  и выражения 
$$\varepsilon = \left| \frac{E - E_c}{E + E_c} \right|.$$

Увеличение точности и объема наблюдательных данных о движении РЗС в настоящее время позволяет анализировать особенности кинематики подсистем РЗС разного возраста в интервале расстояний  $R$  от 6 до 13 кпк (Popova, 2023). Поэтому желательно повысить точность интегрирования нелинейных уравнений движения РЗС в достаточно сложных для этого силовых полях (см. ниже). Сравнение полученных численно значений удельной кинетической энергии  $T_k$  движения РЗС, амплитуд колебаний  $T_k$  и расстояний скопления от центра и плоскости Галактики с данными наблюдений  $T_k$ , дисперсий скоростей РЗС и их расстояний от плоскости Галактики позволяет уточнить и заново определить соотношение  $Q$  потенциала модели силового поля спиральных рукавов и потенциала модели ротационно-симметричной Галактики.

В связи с наличием неоднородностей (субструктур и потоков звезд), наблюдаемых в гало Галактики, в разделах 3, 3.1–3.3 работы Bird et al. (2022) высказываются сомнения в вириальном равновесии галактического гало. Интересно было бы оценить динамические параметры гало Галактики по данным Bird et al. (2022) о дисперсиях скоростей звезд гало, массе и радиусе гало, так как влияние силового поля нестационарного гало на движение объектов диска (РЗС и других) может быть значительным (см. ниже).

Целями данной работы являются:

1. Исследование кинематических параметров РЗС по данным Gaia DR3 (Prusti et al., 2016; Vallenari et al., 2023b), а также оценка параметров спиральных рукавов Галактики, положения РЗС разного возраста в спиральных рукавах и межрукавном пространстве, компонент скоростей и стандартных отклонений скоростей РЗС различного возраста на разном расстоянии от оси вращения Галактики.

2. Обсуждение причин формирования зависимостей удельных кинетических энергий  $T_k$ , дисперсий скоростей РЗС от расстояния до центра Галактики. Исследование ряда траекторий движения РЗС в суммарном силовом поле Галактики и спиральных рукавов. Анализ уравнения для скорости изменения удельной полной энергии движения скопления в таком внешнем силовом поле.

3. Оценка амплитуд и частот колебаний в движении РЗС и использование этих параметров для оценки колебаний величин  $T_k$  в движении РЗС. Сравнение этих оценок с данными наблюдений  $T_k$  и дисперсий скоростей РЗС для обсуждения динамики подсистемы РЗС в Галактике.

4. Оценка частоты малых колебаний гало Галактики, времени свободного падения звезды на центр гало и радиуса Джинса для гало и центральных частей Галактики. Полученные оценки позволят более определенно судить о динамическом состоянии Галактики, о влиянии гало на диск и на движение РЗС в Галактике.

## 2. ДАННЫЕ, ОПИСАНИЕ ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ВЫБОРКИ СКОПЛЕНИЙ

В последние годы основной базой наблюдательной базой является каталог точечных источников Gaia, на основе которого создаются каталоги параметров РЗС. Точность и глубина фотометрии Gaia в сочетании с астрометрическими измерениями позволяют надежно определять параметры для большой выборки скоплений. В 2022 году был выпущен третий релиз Gaia DR3 (Prusti et al., 2016; Vallenari et al., 2023b), содержащий сведения почти о двух миллиардах звезд. Он считается беспрецедентным, так как включает большой массив данных с высокой астрометрической точностью. В рамках настоящей работы используется каталог РЗС, составленный Hunt and Reffert (2024) на основе последнего релиза DR3 космической миссии Gaia. Авторы провели самый масштабный на сегодняшний день поиск рассеянных скоплений и составили единый однородный каталог, содержащий астрометрические, кинематические и фотометрические сведения для 7167 объектов, из которых 5647 —

рассеянные звездные скопления; 4472 из них имеют оценки возраста, компонент собственных движений и лучевых скоростей.

Из каталога были исключены РЗС с логарифмом возраста  $\lg T > 8.75$  как слишком старые для исследования кинематики диска Галактики. Кроме того, исключены РЗС с расстояниями от центра Галактики ближе 5.0 кпк и дальше 12.0 кпк как определенные недостаточно надежно. Рассматривались РЗС с галактоцентрическим углом  $\theta$  в пределах  $-10^\circ < \theta < 10^\circ$ . Положение всех скоплений выборки в плоскости Галактики показано на рис. 1а.

На рис. 1б представлено положение этих скоплений в плоскости  $\ln R - \theta$ . Штриховыми линиями обозначены положения ветвей Киля–Стрельца, Ориона и Персея. Углы наклона со средней погрешностью  $\pm 1^\circ$  получены по молодым ( $\lg T < 8.0$ ) РЗС:  $i_0 = 39^\circ$  для ветви Киля–Стрельца,  $i_0 = 30^\circ$  для ветви Ориона и  $i_0 = 48^\circ$  для ветви Персея. Для их определения область, занятая скоплениями в координатах  $\ln R - \theta$ , сканировалась по горизонтали прямыми линиями с разными углами наклона. Угол наклона определялся по наиболее глубокому минимуму суммы квадратов отклонений положений скоплений от сканирующей прямой (алгоритм определения углов наклона подробно описан в Poroova and Loktin, 2005). Согласно рисунку, величина  $\theta$  для отмеченных штриховыми линиями рукавов Галактики возрастает с уменьшением  $R$ , что соответствует закручивающимся (отстающим) спиральным рукавам (см. Marochnik and Suchkov, 1984, с. 278).

Далее для оценки кинематических параметров в работе использовались только те РЗС, для которых лучевые скорости получены по трем и более звездам-членам РЗС, а также те, чьи ошибки лучевых скоростей не превышали  $10 \text{ км с}^{-1}$  (что в 2–4 раза меньше типичных оценок тепловых скоростей  $\sigma_V = \sqrt{\sigma_V^2}$ , где  $\sigma_V$  — стандартное отклонение,  $\sigma_V^2$  — дисперсия остаточных скоростей).

В результате используемый каталог содержит высокоточные данные о положениях, расстояниях, компонентах собственных движений, лучевых скоростях и возрастах для 1263 РЗС.

### 3. ОЦЕНКИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ СКОПЛЕНИЙ

Угловая скорость вращения Солнца вокруг центра Галактики относительно каждого РЗС оценивалась по положению в Галактике, лучевой скорости и компонентам собственного движения объекта

с исключением кривой вращения Галактики из формул Боттлингера для лучевой и тангенциальной составляющих скорости (Loktin and Beshenov, 2003):

$$\Omega_0 = \frac{V_r(R_\odot \cos l - r \cos b)}{(R_\odot r \sin l \cos^2 b)} - \frac{V_l}{r \cos b}, \quad (1)$$

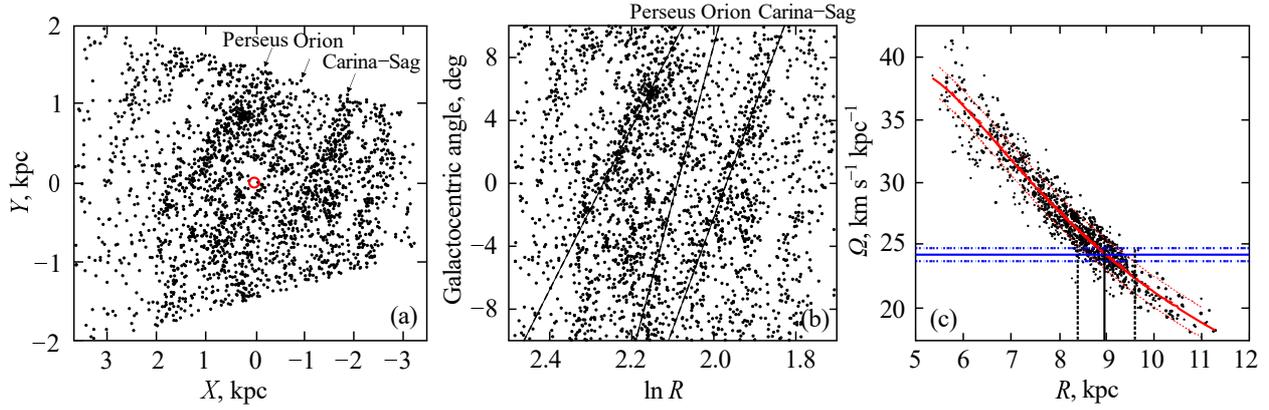
где  $\Omega_0$  — угловая скорость вращения Солнца вокруг центра Галактики;  $V_r$ ,  $V_l$  — соответственно лучевая и тангенциальная компоненты скорости, приведенные к локальному стандарту покоя согласно работе Bobylev and Vajkova (2019);  $r$  — гелиоцентрическое расстояние;  $l$ ,  $b$  — галактические координаты РЗС. Расстояние Солнца от оси вращения Галактики  $R_\odot$  принято равным 8.32 кпк (Gillessen et al., 2017). Рассматривались только РЗС, находящиеся на расстоянии не более 1 кпк от Солнца. Средневзвешенная угловая скорость вращения Солнца определялась с использованием весов  $P |\sin l|$ , где множитель  $P$  — величина, обратно пропорциональная сумме квадратов ошибок радиальной и тангенциальной составляющих скорости. Множитель  $|\sin l|$  компенсирует влияние малого знаменателя в первом слагаемом выражения. Согласно правилу  $3\sigma$  из выборки были исключены 61 РЗС, угловые скорости которых резко отклоняются от полученных средних значений  $\omega_0$ .

Величина средней угловой скорости вращения Галактики в окрестностях Солнца, определенная по данным о молодых РЗС и РЗС среднего возраста,  $\Omega_0 = 26.6 \pm 0.4 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ , что несколько ниже оценки  $\Omega_0 = 29.20 \pm 0.18 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ , полученной в работе Bobylev et al. (2022) по данным о скоростях ОБ-звезд.

Для изучения кинематики диска Галактики осуществлен переход от гелиоцентрических ( $V_r$ ,  $V_l$ ,  $V_b$ ) к галактоцентрическим ( $V_R$ ,  $V_\theta$ ,  $V_Z$ ) компонентам скорости согласно работе Johnson and Soderblom (1987). Радиальная компонента  $V_R$  направлена к антицентру Галактики, тангенциальная компонента  $V_\theta$  — в сторону вращения диска Галактики, вертикальная компонента  $V_Z$  — к Северному полюсу Галактики.

Для всех скоплений выборки построена кривая угловых скоростей вращения, приближенная полиномом обратных степеней вида  $\Omega(R) = \frac{A}{R} + \frac{B}{R^2} + \frac{C}{R^3}$ , где  $R$  — расстояние от оси вращения Галактики,  $\Omega_i(R) = V_{\theta i} R^{-1}$  — угловая скорость вращения  $i$ -ого РЗС. Все РЗС учитывались с весами, описанными выше. Приближающий полином имеет вид:

$$\Omega(R) = \frac{85.8(\pm 11.9)}{R} + \frac{1998.4(\pm 177.8)}{R^2} - \frac{7275.9(\pm 651.5)}{R^3}.$$



**Рис. 1.** Панель (а) — положение скоплений выборки с  $\lg T < 8.75$  в плоскости  $X$ – $Y$ . Красным кружком с координатами  $(0, 0)$  обозначено положение Солнца. Панель (б) — положение скоплений выборки с  $\lg T < 8.75$  в плоскости  $\ln(R)$ – $\theta$ . Штриховые линии — положения ветвей Киля–Стрельца, Ориона и Персея. На панелях (а) и (б) центр Галактики справа, направление вращения вдоль оси ординат вверх. Панель (с) — зависимость от  $R$  угловой скорости вращения РЗС. Размер точек соответствует весу, величина которого обратно пропорциональна сумме квадратов ошибок радиальной и тангенциальной компонент скорости. Приближающий полином отмечен красной линией. Синей горизонтальной линией показана скорость вращения спирального узора (Bobylev and Bajkova, 2023). Вертикальные линии — положение области коротации с доверительным интервалом.

На рис. 1с показаны угловые скорости РЗС в зависимости от расстояния  $R$ , приближающий полином, а также скорость вращения спирального узора из работы Bobylev and Bajkova (2023). Область коротации диска находится на расстоянии  $R = 8.5$ – $9.5$  кпк.

Было определено среднее расстояние между скоплениями в плоскости  $z = 0$ :

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N d_{i,j}}{C_N^2},$$

а также стандартное отклонение  $\sigma_d$  в области спиральных рукавов и в межрукавном пространстве для РЗС разного возраста (здесь  $N$  — число скоплений в рассматриваемой части выборки,  $C_N^2$  — число сочетаний скоплений (пар РЗС, отличающихся хотя бы одним скоплением),  $d_{i,j}$  — расстояние в плоскости  $z = 0$  между скоплениями  $i$  и  $j$ ). Результаты приведены в таблице 1. Для РЗС с  $\lg T < 8.0$  заметна их концентрация к спиральным рукавам; скопления с  $\lg T > 8.0$  теряют связь с местом рождения, концентрация к рукавам не наблюдается. В областях спиральных рукавов наблюдается уменьшение  $\sigma_d$ , особенно это заметно для молодых РЗС.

По данным о лучевых скоростях и компонентах собственных движений мы имеем возможность исследовать не только тангенциальную компоненту  $V_\theta$ , но также радиальную  $V_R$ - и вертикальную  $V_Z$ -компоненты скорости РЗС в зависимости от галактоцентрического расстояния.

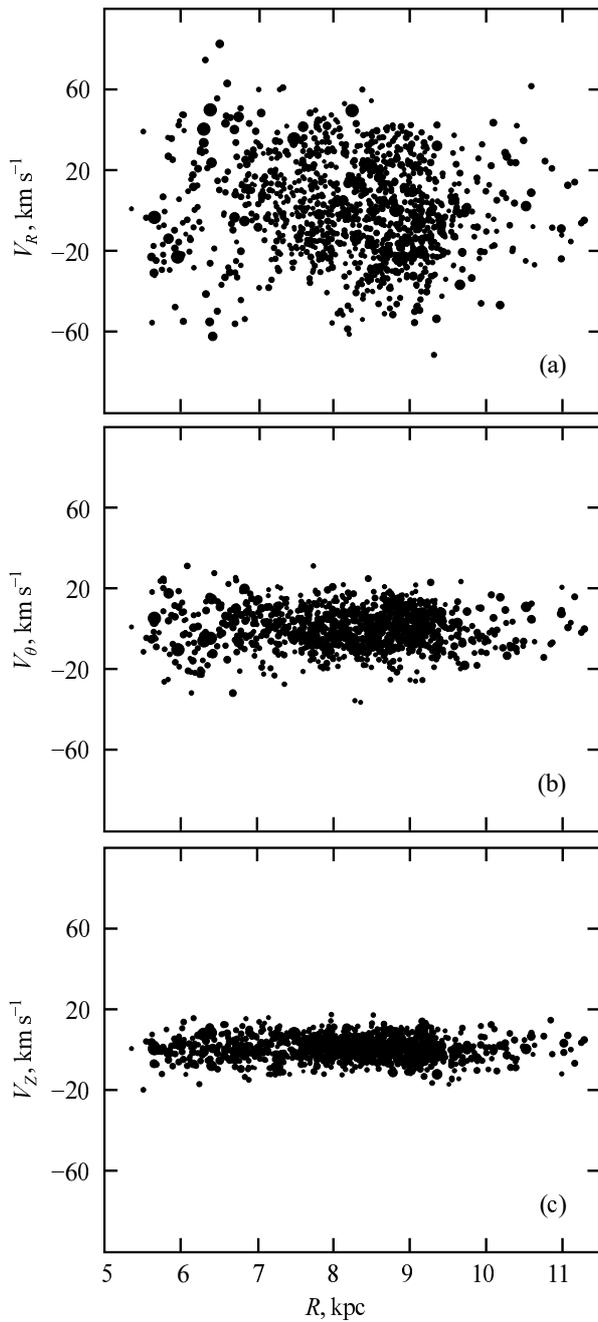
На рис. 2 показаны распределения компонент скорости РЗС в зависимости от галактоцентрического расстояния на интервале  $R$  от 5.0 до

12.0 кпк. Радиальная компонента демонстрирует максимальный разброс, она дает основной вклад в общее стандартное отклонение скорости. Вклад вертикальной компоненты минимален.

На рис. 3 приведены усредненные значения компонент скорости РЗС, вычисленные как средневзвешенные по всем скоплениям, попадающим в интервал расстояний  $\Delta R = 0.4$  кпк. Усреднение проводилось только в том случае, если в интервал расстояний попадало не менее 10 РЗС. Смещение интервалов осуществлялось с шагом 0.2 кпк. Ошибки для каждого интервала  $R$  определялись как  $\sigma_V / \sqrt{n}$ , где  $\sigma_V$  — стандартное отклонение,  $n$  — число скоплений в интервале. Наблюдается увеличение ошибок с ростом расстояния от Солнца, что связано с уменьшением точности, а также малочисленностью данных об РЗС на больших расстояниях. Для радиальной компоненты выявлена ярко выраженная гармоническая зависимость с амплитудой около  $20 \text{ км с}^{-1}$ .

На панелях (а)–(с) рис. 4 показаны стандартные отклонения каждой из компонент скорости на разных  $R$ . На рис. 4д представлено  $\sigma_V = \sqrt{\sigma_{V_R}^2 + \sigma_{V_\theta}^2 + \sigma_{V_Z}^2}$ , основной вклад в которое вносит  $\sigma_{V_R}$ . Наблюдается увеличение  $\sigma_V$  в областях  $R = 6.5, 8.2$ – $8.8$  и  $10.5$  кпк с общей тенденцией к уменьшению при росте  $R$ ;  $\sigma_{V_\theta}$  (см. рис. 4б) показывает близкое к монотонному уменьшению с увеличением  $R$ , начиная от максимума в области внутреннего резонанса Линдблада.

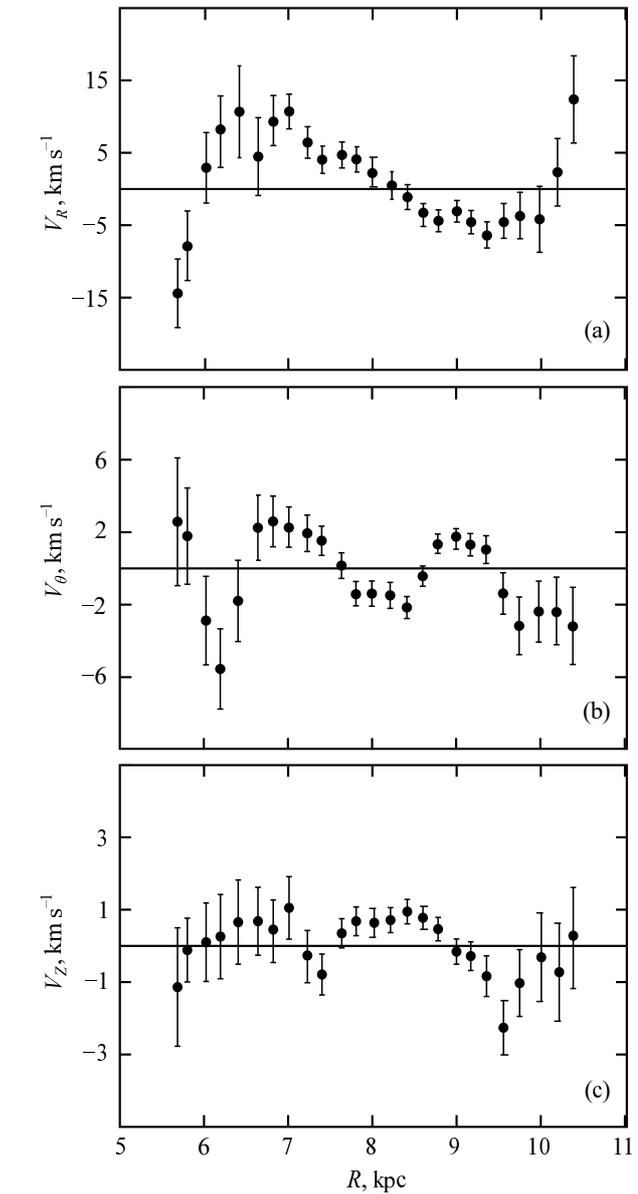
На рис. 5а дана зависимость от  $R$  удельной кинетической энергии  $T_k = \bar{V}^2/2$ , где  $\bar{V}^2 = \bar{V}_R^2 + \bar{V}_\theta^2 + \bar{V}_Z^2$



**Рис. 2.** Радиальная (а), тангенциальная (за вычетом кривой вращения) (b) и вертикальная (с) компоненты скорости РЗС в зависимости от  $R$ . Размер точек соответствует весу, указанному выше.

для каждого интервала галактоцентрических расстояний,  $\overline{V_R^2} = (\sum_{i=1}^n V_{Ri}^2)/n$ ,  $\overline{V_\theta^2} = (\sum_{i=1}^n V_{\theta i}^2)/n$ ,  $\overline{V_Z^2} = (\sum_{i=1}^n V_{Zi}^2)/n$ ,  $n$  — число скоплений в интервале.

Зависимость  $\sigma_V$  от  $R$  для скоплений разного возраста показана на рис. 5б. Диапазон возрастов указан на вкладке. Поведение кривых может говорить об увеличении тепловой удельной кинетической энергии РЗС с возрастом, хотя кривая для самых молодых РЗС ( $\lg T < 7.3$ ) построена по не очень большому числу скоплений — от 15 до 70 РЗС для каждого интервала расстояний. Положения локальных максимумов и минимумов на кривых для РЗС разного возраста вполне согласуются между собой.



**Рис. 3.** Усредненные радиальная (а), тангенциальная (за вычетом кривой вращения) (b) и вертикальная (с) компоненты скорости РЗС в зависимости от  $R$ .

Наблюдаемые старые РЗС формировались раньше молодых. В процессе эволюции Галактики в окрестностях Солнца подсистема скоплений сжимается по  $z$ -координате к галактической плоскости  $z = 0$  (согласно таблице 2), ускоряет свое вращение относительно центра Галактики (см. Ророва, 2023, рис. 4) и «охлаждается» с

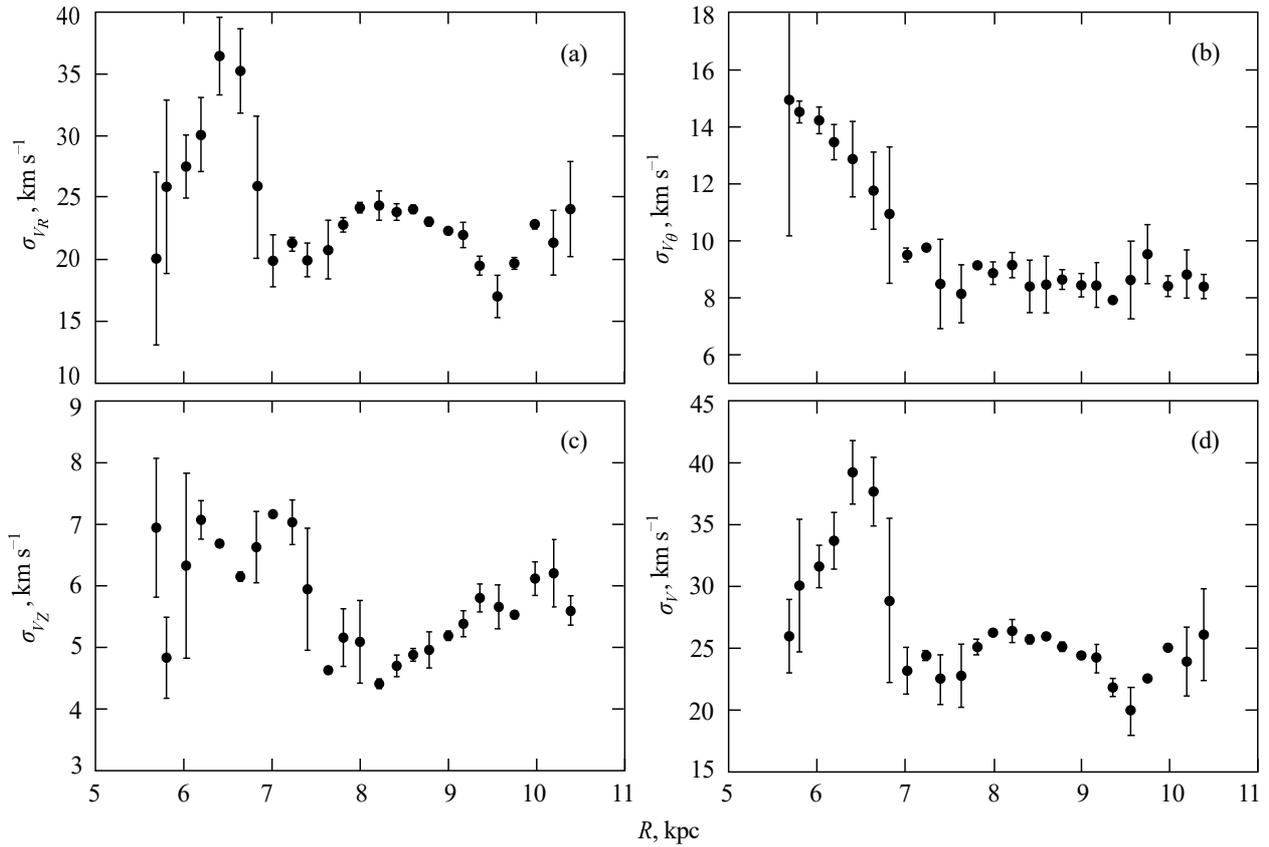


Рис. 4. Стандартное отклонение радиальной (a), тангенциальной (b) и вертикальной (c) компонента скорости РЗС в зависимости от расстояния от центра Галактики, (d) — суммарное  $\sigma_V$ .

уменьшением  $\sigma_V$  (и, следовательно, с уменьшением  $\sigma_V^2$ ), согласно рис. 5b. Возможно, так эволюционирует и диск Галактики. Вероятным механизмом «разогрева» старой подсистемы диска может быть, к примеру, влияние гигантских молекулярных облаков (см., например, раздел 16, формулу (16.2.5) из Marochnik and Suchkov, 1984). Согласно оценке Martinez-Medina et al. (2015), влияние спиральных рукавов Млечного Пути на динамический вертикальный нагрев диска Галактики пренебрежимо мало.

#### 4. ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ СКОПЛЕНИЙ

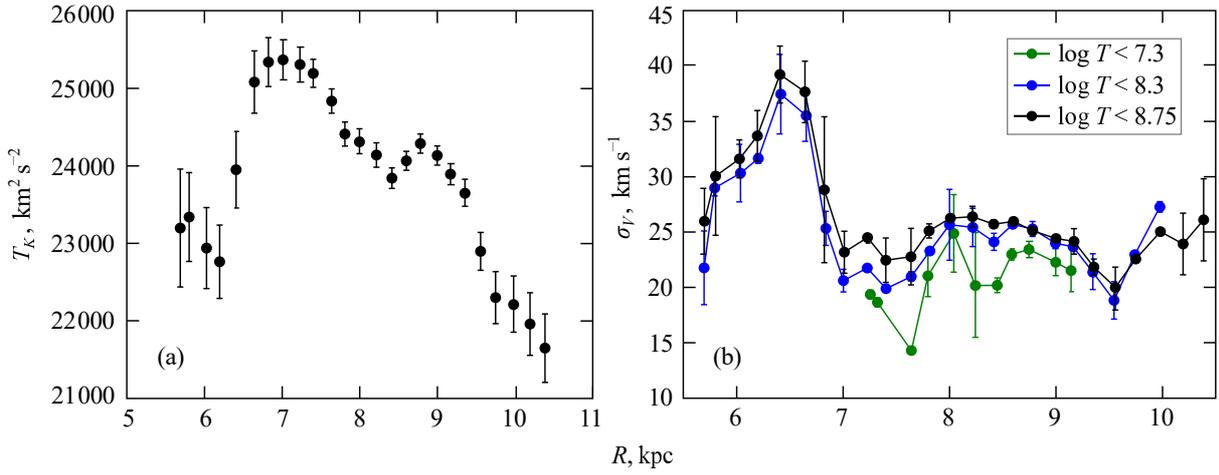
Отмеченное выше увеличение  $\sigma_V$  РЗС вблизи  $R = 6.5, 8.25, 10.5$  кпк вполне может быть связано с локальным сжатием подсистемы РЗС в рукавах Галактики вследствие отрицательной удельной энтропии гравитирующих систем (Saslaw, 1985). Сжатие подсистемы РЗС может происходить как за счет уменьшения ее размеров по  $z$ , так и по  $R$ -координатам (см. таблицу 1 для средних расстояний  $\bar{d}$  между парами РЗС при  $T < 10^8$  лет; согласно таблице 1, прохождение скоплениями

спирального рукава Галактики в некоторой степени синхронизирует движение РЗС и приводит к сближению фаз колебаний скоплений в плоскости  $z = 0$ ). Для обсуждения динамики прохождений РЗС через спиральные рукава запишем, следуя формуле (1) из Lynden-Bell and Kalnajs (1972), уравнения движения РЗС в суммарном поле невозмущенного ротационно-симметричного потенциала  $\Phi_0$  Галактики и потенциала возмущения  $\Phi_1$  от спиральных рукавов  $\Phi = \Phi_0(R, z) + \Phi_1(R, \theta, z, t)$ :

$$\begin{cases} \ddot{R} = R\dot{\theta}^2 + \frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial R}, \\ \frac{d}{dt}(R^2\dot{\theta}) = \frac{\partial\Phi_1}{\partial\theta}, \\ \ddot{z} = \frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial z}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\dot{R} = \frac{dR}{dt}$ ,  $\ddot{R} = \frac{d^2R}{dt^2}$ ; к двум уравнениям системы (1) из Lynden-Bell and Kalnajs (1972) добавлено уравнение движения РЗС по  $z$ -координате,  $\Phi_0 > 0$ ,  $\Phi_0 \gg \Phi_1$ .

Вычисление интеграла энергии для системы (1)



**Рис. 5.** Панель (а) — зависимость от  $R$  величины  $T_k = \overline{V^2}/2$ . Панель (б) — зависимость  $\sigma_V$  от  $R$  для скоплений разного возраста.

приводит к уравнению:

$$\frac{d}{dt}E = \frac{d}{dt} \left( \frac{\dot{R}^2 + R^2\dot{\theta}^2 + \dot{z}^2}{2} - \Phi \right) = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial t}, \quad (3)$$

где  $E$  — энергия на единицу массы скопления. При выводе уравнения (3) удобно использовать следующие соотношения:

$$\dot{\theta} \frac{d}{dt}(R^2\dot{\theta}) = \frac{1}{2R^2} \frac{d}{dt}(R^2\dot{\theta})^2 \text{ и}$$

$$\frac{d}{dt}(R^2\dot{\theta}^2) = \dot{\theta}^2 \frac{d}{dt}R^2 + R^2 \frac{d}{dt}\dot{\theta}^2.$$

Уравнение, связывающее между собой полную производную по времени  $t$  от полной энергии частицы и частную производную по  $t$  от ее потенциальной энергии, записанное в системе координат  $(\mathbf{x}, t)$ , где  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  — радиус-вектор точки, а  $(x, y, z)$  — ее декартовы координаты, также можно найти в Приложении D книги Binney and Tremaine (2008), формула (D.10).

Пусть  $\Phi_0(R, z) = q\Phi_{MN}(R, z)$ , где  $q < 1$ , а  $\Phi_{MN}(R, z)$  — модель галактического потенциала, предложенная в Miyamoto and Nagai (1975) и записанная для случая трехкомпонентной Галактики, как и в работе Just et al. (2023). В этом случае

$$\Phi_0(R, z) = \sum_{i=1}^3 \frac{qGM_i}{\sqrt{R^2 + \left(a_i + \sqrt{b_i^2 + z^2}\right)^2}}, \quad (4)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная, индексы  $i = 1, 2, 3$  отвечают параметрам балджа, диска и гало Галактики соответственно;  $M_i$  — масса  $i$ -го компонента. Для обсуждения особенностей движения РЗС мы использовали значения параметров

$M_i$ ,  $a_i$  и  $b_i$ , приведенные в таблице 1 из Just et al. (2023).

В свете дискуссии на с. 364–367 в книге Marochnik and Suchkov (1984) о соотношении (21.7.10) силы притяжения частицы к спиральным рукавам и к центру Галактики в окрестностях Солнца, для оценки влияния спиральных рукавов на движение РЗС в качестве начального приближения примем  $q = 0.95$ . Обозначим  $Q = 1 - q$ . Рассмотрим потенциал возмущения  $\Phi_1$  в виде

$$\Phi_1 = Q\Phi_{MN}(R, z) \cos(m[\Omega_p t - \theta + \text{ctg } i \ln(R/R_\odot)]),$$

где  $i < 0$  — угол закрутки спиральных рукавов,  $\Omega_p = \text{const} > 0$  — угловая скорость вращения спирального узора (Lin and Shu, 1964; Lin et al., 1969),  $R_\odot$  — расстояние Солнца от оси вращения Галактики; при  $\Omega = \frac{d\theta}{dt} > \Omega_p$  рассматриваются отстающие спиральные рукава (см. пояснение к рис. 16 в разделе 5 книги Marochnik and Suchkov, 1996 и в (17.3.40) из Marochnik and Suchkov, 1984). Здесь принято  $m = 4$  — число рукавов спирального узора Галактики (Bobylev and Vajkova, 2014; Dambis et al., 2015).

Пусть  $\Omega(R)$  и  $\kappa(R)$  — круговая и эпициклическая частоты движения РЗС в поле сил потенциала  $\Phi_{MN}$ . Согласно формулам (3.79с) и (3.79а) из Binney and Tremaine (2008), с учетом знака  $\Phi_{MN} > 0$ , запишем:

$$\begin{cases} \Omega^2(R) = -\frac{1}{R} \left( \frac{\partial \Phi_{MN}}{\partial R} \right) \Big|_{z=0}, \\ \kappa^2(R) = -\left( \left( \frac{\partial^2 \Phi_{MN}}{\partial R^2} \right) \Big|_{z=0} + \frac{3}{R} \left( \frac{\partial \Phi_{MN}}{\partial R} \right) \Big|_{z=0} \right). \end{cases} \quad (5)$$

Зависимости от  $R$  частоты  $\Omega(R)$  и частот  $\Omega \pm \kappa/m$  при  $m = 2, 4$ , полученные согласно (5), приведены на рис. 6.

Модель потенциала  $\Phi_{MN}$  (см. рис. 6) достаточно хорошо описывает использованные в Porova (2023) данные Brown et al. (2018) и Loktin and Porova (2019) о движении РЗС в Галактике. Следующие ограничения на величину  $\Omega_p$  позволяют определить, в какой области диска могут существовать волны плотности (см. формулу (17.3.59) из Marochnik and Suchkov, 1984):

$$\Omega(R) - \frac{\kappa}{m} < \Omega_p < \Omega(R) + \frac{\kappa}{m}. \quad (6)$$

Отметим, что зависимость от  $R$  величины  $\Omega(R)$ , полученной согласно модели потенциала (4), удастся привести в соответствие с «наблюдаемой» кривой вращения (см. рис. 6) при уменьшении в  $q_M$  раз ( $q_M = 0.8263$ ) параметров масс  $M_i$  (и общей массы) Галактики, используемых в формуле (4) и указанных в работе Just et al. (2023). В этом случае величина  $\Omega_p = 25 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$  при  $R \simeq 8.7 \text{ кпк}$ .

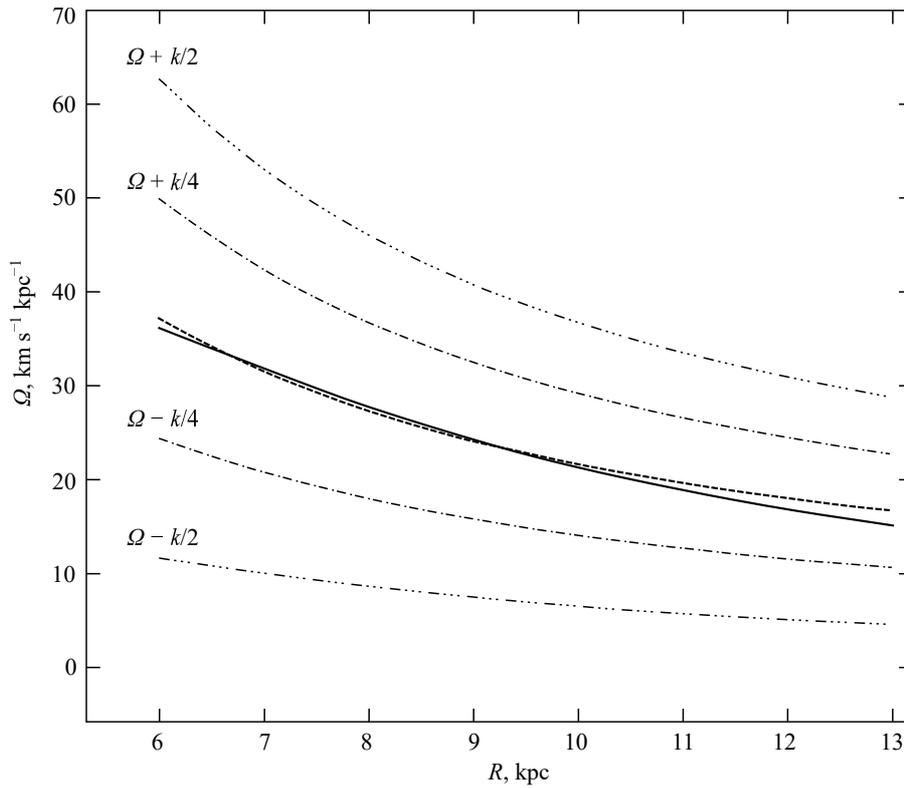
Пусть  $R_0$ ,  $\theta_0 = \Omega(R_0)t_0$  и  $z_0 = 0$  — начальные координаты  $R, \theta, z$  РЗС при  $t = t_0$ . Обозначим  $V_{R,0} = v_{R,0} + v'_{R,0}$ ,  $V_{\theta,0} = R_0\Omega(R_0) + v'_{\theta,0}$ ,  $V_{z,0} = v_{z,0} + v'_{z,0}$  — начальные компоненты вектора скорости РЗС в радиальном, тангенциальном и вертикальном (по  $z$ ) направлениях соответственно. Величины  $V_{R,0} = 0$ ,  $V_{\theta,0} = R_0\Omega(R_0)$ ,  $V_{z,0} = 0$  при  $q = 1$  и равных нулю  $v'_{R,0}$ ,  $v'_{\theta,0}$ ,  $v'_{z,0}$  обеспечивают круговое движение РЗС в плоскости Галактики, а при  $q < 1$  величины  $v'_{R,0}$ ,  $v'_{\theta,0}$ ,  $v'_{z,0}$  (некоторые из них могут быть не равны нулю) и величины  $V_{R,0}$ ,  $V_{\theta,0}$ ,  $V_{z,0}$  обеспечивают близкие к наблюдаемому движения РЗС в силовом поле потенциала  $\Phi_0 + \Phi_1$  Галактики при соответствующем выборе величины  $Q$ .

Отметим, что вычисления траекторий РЗС при значениях  $Q = 0.01\text{--}0.05$  приводят к изменениям  $\Delta T_k$  удельной кинетической энергии  $T_k$  движения РЗС в поле Галактики, в 15.9–28.7 раза превышающим наблюдаемые изменения  $T_k$  при увеличении  $R$  в окрестностях рукавов (см., например, рис. 5а при  $R \simeq 6.5 \text{ кпк}$ ), а вдоль вычисленных траекторий РЗС изменения  $\Delta R$  величины  $R$  в 5.7–7.7 раза превышают наблюдаемые изменения величины  $R$  даже для траектории с начальными параметрами круговой орбиты с  $R_0 = 7.0 \text{ кпк}$ . Для траекторий с начальными параметрами некруговой орбиты изменения величин  $T_k$  и  $R$  при движении РЗС в поле Галактики возрастают еще в несколько раз по сравнению с  $\Delta T_k$  и  $\Delta R$ , указанными выше. Значения  $z$ , близкие к наблюдаемым для РЗС в

окрестностях спиральных рукавов Галактики, удастся получить лишь при вычислении траекторий РЗС в случае  $Q = 0.0010\text{--}0.0012$  (см. таблицу 2 для молодых РЗС с  $\lg T < 8$  и таблицу 3 для траекторий 2, 7, 12, 17).

В основном различия моделей силового поля Галактики, используемых в нашей работе и в Lin and Shu (1964); Lin et al. (1969), приводят к различиям в оценках величин  $Q$ . Кроме того, сходимость асимптотических рядов, применяемых для интегрирования уравнения Пуассона, соответствующего поверхностному распределению плотности в плоскости  $z = 0$  в работе Lin and Shu (1964), и для решения уравнения (A10) в работе Lin et al. (1969) при оценке амплитуды возмущения функции фазовой плотности, не обсуждается; количество членов асимптотического разложения, необходимых для оценки суммы ряда с требуемой точностью, не приведено (см., например, Olver, 2014). Кроме того, в работах Lin and Shu (1964), Lin et al. (1969) отсутствует оценка влияния вклада в погрешность полученных решений от использования приближения тугой закрутки спиральных рукавов. Поэтому использование формулы (21.7.10) из Marochnik and Suchkov (1984) для оценки параметра  $F$  (см. выше) может приводить к неточности как из-за учета только одного или двух (см. пояснение к формуле (17.3.42) в цитируемой работе) первых членов асимптотических рядов искомым функций, так и из-за погрешностей в наблюдательных данных о фазовых координатах РЗС (для оценки величины  $Q = 0.0012$  эти погрешности должны быть достаточно малыми). Вероятно, на оценку величины  $Q$  может повлиять учет колебаний силового поля и нестационарность гало Галактики (см. ниже).

В данной работе уравнения (1), (3) интегрировались совместно и численно методом Рунге–Кутты 4-го порядка на промежутках времени  $\Delta t = 800$  млн лет для нескольких начальных условий (см. таблицу 3). С целью контроля точности вычислений использовались относительные погрешности  $\varepsilon_J = \left| \frac{E_J - E_{J,0}}{E_{J,0}} \right|$  и  $\varepsilon = \left| \frac{E - E_c}{E + E_c} \right|$ , где  $E_J = E(t) - \Omega_p L(t)$  — интеграл Якоби (см. Lynden-Bell and Kalnajs, 1972),  $E_{J,0}$  — начальное значение  $E_J$ ,  $E = E(t)$  и  $E_c = E_c(t)$  — удельные полные энергии движения РЗС, полученные из уравнений системы (1) и из системы (1)–(3) соответственно;  $L(t) = R^2\dot{\theta}$  — удельный угловой момент движения РЗС. Величины  $\varepsilon_J$  и  $\varepsilon$  для рассмотренных траекторий РЗС приведены на рис. 7 для траектории 7 (см. таблицу 3). Величины  $q_M$ , указанные в этой таблице, позволяют привести найденные для траекторий 1, 6, 11, 16 (с начальными параметрами круговых орбит) величины  $T_k$  в соответствие со



**Рис. 6.** Зависимости от  $R$  величин  $\Omega$ ,  $\Omega \pm \kappa/2$  и  $\Omega \pm \kappa/4$  для модели  $\Phi_{MN}(R, 0)$  регулярного потенциала Галактики. Сплошной линией показана зависимость  $\Omega(R)$ , построенная согласно приближающему данные наблюдений полиному (2). Пунктирной линией приведена зависимость  $\Omega(R)$  для модели  $\Phi_{MN}(R, 0)$ .

**Таблица 1.** Среднее расстояние  $\bar{d}$  между РЗС в плоскости Галактики и стандартное отклонение  $\sigma_d$  расстояния  $d$  между двумя скоплениями от  $\bar{d}$ .  $N$  — число РЗС, участвующих в определении параметров  $\bar{d}$  и  $\sigma_d$

Область	$T < 10^8$ , лет			$T > 10^8$ , лет		
	$\bar{d}$ , пк	$\sigma_d$ , пк	$N$	$\bar{d}$ , пк	$\sigma_d$ , пк	$N$
Carina–Sagittarius	$35.25 \pm 1.71$	$22.29 \pm 2.04$	169	$47.73 \pm 2.42$	$25.23 \pm 2.88$	109
Между Car–Sag–Ori	$64.14 \pm 6.32$	$47.27 \pm 7.55$	56	$49.35 \pm 3.11$	$32.50 \pm 3.71$	109
Orion	$45.10 \pm 2.95$	$31.82 \pm 3.52$	116	$50.27 \pm 2.93$	$31.51 \pm 3.19$	116
Между Ori–Per	$45.27 \pm 3.77$	$42.67 \pm 4.49$	128	$48.10 \pm 2.04$	$25.27 \pm 2.43$	153
Perseus	$37.57 \pm 2.43$	$33.02 \pm 2.90$	184	$46.59 \pm 1.98$	$27.89 \pm 2.35$	199

значениями  $T_k$ , полученными по данным наблюдений (см. рис. 5а).

Случайная составляющая величин  $\varepsilon_J$  и  $\varepsilon$ , представленных соответственно на панелях (а) и (б) рис. 7, достаточно мала (см. ниже); величины  $\varepsilon_J$  и  $\varepsilon$  формируются в условиях действия на движение скопления периодической вынуждающей силы со стороны спиральных волн плотности (вероятно, величины  $\varepsilon_J$ ,  $\varepsilon$  можно называть вынужденными относительными вариациями величин  $E_J$  и  $E$ ). Согласно рис. 7 (см. панели (а) и (б)), три наиболее высоких и три наименее высоких локальных

максимума величин  $\varepsilon_J$  и  $\varepsilon$  соответствуют эпизодическим колебаниям в движении скопления в радиальном и тангенциальном направлениях по  $R$ - и  $\eta$ -координатам (см. панели (b), (e) на рис. 8), а локальные максимумы промежуточных величин  $\varepsilon_J$  и  $\varepsilon$  соответствуют колебаниям в движении скопления по  $z$ -координате. При движении скопления на рассмотренном интервале времени локальные максимумы величин  $\varepsilon_J$ ,  $\varepsilon$ , связанные с движением по  $R$  и  $z$ , меняются между собой по высоте (см. панели (а) и (б) на рис. 7). Так как величины  $E_J$ ,  $E$  и  $L$  не являются интегралами такого движения РЗС,

Таблица 2. Среднеквадратичные расстояния  $\sigma_z$  РЗС от плоскости Галактики

$R$ , кпк	$T < 10^8$ , лет		$T = 10^8-10^9$ , лет		$T > 10^9$ , лет	
	$\sigma_z$ , пк	$N$	$\sigma_z$ , пк	$N$	$\sigma_z$ , пк	$N$
6.8–7.8	$56.9 \pm 1.6$	464	$87.9 \pm 2.5$	459	$225.8 \pm 24.9$	44
7.8–8.8	$82.4 \pm 2.0$	654	$104.1 \pm 2.7$	597	$424.6 \pm 49.6$	42
8.8–9.8	$97.7 \pm 3.5$	336	$136.1 \pm 3.9$	580	$355.9 \pm 31.1$	54
9.8–10.8	$115.1 \pm 4.3$	352	$163.1 \pm 4.9$	533	$87.0 \pm 31.5$	57

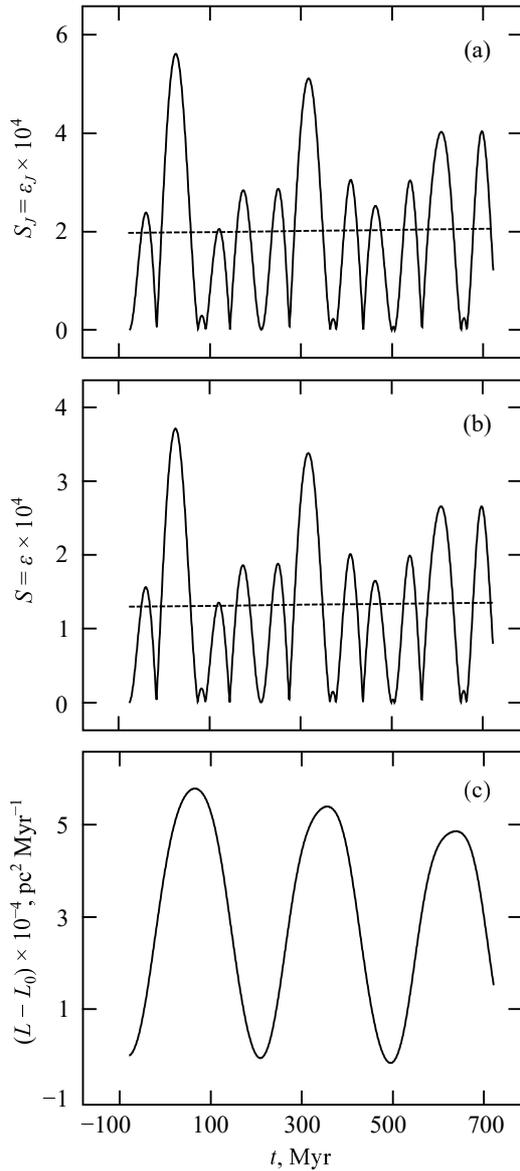
Таблица 3. Начальные параметры  $R_0$ ,  $\theta_0$ ,  $z_0 = 0$ ,  $v'_{R,0}$ ,  $v'_{\theta,0}$ ,  $V_{z,0} = v_{z,0}$  и результирующие параметры  $\langle \Delta T_k \rangle$ ,  $2\langle \Delta T_k \rangle / \sigma_V^2$ ,  $\alpha = \langle \Delta R \rangle / 2$ ,  $\langle |z|_{\max} \rangle$  для траекторий РЗС при  $Q = 0.0012$  (для траекторий 1–10 принято  $q_M = 0.81$ ; для траекторий 11–20 принято  $q_M = 0.83$ )

No.	$-i_0$ , град.	$R_0$ , кпк	$\theta_0$ , град.	$v'_{R,0}$ , км с $^{-1}$	$v'_{\theta,0}$ , км с $^{-1}$	$v_{z,0}$ , км с $^{-1}$	$\langle \Delta T_k \rangle$ , км $^2$ с $^{-2}$	$\frac{2\langle \Delta T_k \rangle}{\sigma_V^2}$	$\alpha$ , пк	$\langle  z _{\max} \rangle$ , пк
1	13.7	7.0	-138.60	0.0	0.0	0.0	$7781.82 \pm 748.18$	$29.10 \pm 4.73$	$549.28 \pm 77.03$	0.0
2	—	—	—	0.0	0.0	4.89	$9903.93 \pm 956.04$	$37.04 \pm 6.02$	$680.96 \pm 107.95$	$56.48 \pm 0.09$
3	—	—	—	10.0	2.0	1.0	$4858.43 \pm 782.93$	$18.17 \pm 3.77$	$413.00 \pm 33.59$	$11.65 \pm 0.11$
4	—	—	—	20.0	0.0	0.0	$7859.65 \pm 392.46$	$29.39 \pm 4.12$	$668.31 \pm 5.50$	0.0
5	—	—	—	0.0	9.5	0.0	$6610.22 \pm 955.38$	$24.72 \pm 4.82$	$536.38 \pm 82.68$	0.0
6	30.0	—	—	0.0	0.0	0.0	$2996.11 \pm 224.53$	$11.21 \pm 1.69$	$261.47 \pm 12.23$	0.0
7	—	—	—	0.0	0.0	4.89	$3345.90 \pm 283.49$	$12.51 \pm 1.95$	$284.18 \pm 18.08$	$55.59 \pm 0.39$
8	—	—	—	10.0	2.0	1.0	$2932.24 \pm 277.21$	$10.97 \pm 1.77$	$566.38 \pm 30.89$	$11.38 \pm 0.01$
9	—	—	—	20.0	0.0	0.0	$4947.05 \pm 527.84$	$18.50 \pm 3.12$	$447.91 \pm 60.53$	0.0
10	—	—	—	0.0	9.5	0.0	$5168.35 \pm 414.47$	$19.33 \pm 2.97$	$531.24 \pm 26.53$	0.0
11	13.7	9.0	-107.36	0.0	0.0	0.0	$1083.31 \pm 218.13$	$3.65 \pm 0.74$	$84.90 \pm 8.58$	0.0
12	—	—	—	0.0	0.0	6.346	$1082.92 \pm 224.02$	$3.65 \pm 0.76$	$80.72 \pm 10.66$	$93.76 \pm 0.07$
13	—	—	—	-3.5	1.8	-0.1	$649.72 \pm 169.73$	$2.34 \pm 0.58$	$57.72 \pm 6.50$	$1.455 \pm 0.001$
14	—	—	—	-22.5	0.0	0.0	$6734.30 \pm 132.26$	$22.67 \pm 0.89$	$544.30 \pm 49.76$	0.0
15	—	—	—	0.0	8.5	0.0	$4321.05 \pm 201.80$	$14.55 \pm 0.84$	$369.88 \pm 28.74$	0.0
16	30.0	—	—	0.0	0.0	0.0	$679.86 \pm 111.17$	$2.29 \pm 0.38$	$57.57 \pm 6.13$	0.0
17	—	—	—	0.0	0.0	6.346	$672.36 \pm 101.93$	$2.26 \pm 0.35$	$57.89 \pm 7.58$	$93.65 \pm 0.06$
18	—	—	—	-3.5	1.8	-0.1	$847.19 \pm 59.11$	$2.85 \pm 0.22$	$64.22 \pm 6.70$	$1.457 \pm 0.001$
19	—	—	—	-22.5	0.0	0.0	$6509.71 \pm 190.39$	$21.91 \pm 0.99$	$528.01 \pm 46.55$	0.0
20	—	—	—	0.0	8.5	0.0	$3790.34 \pm 420.28$	$12.76 \pm 1.48$	$317.27 \pm 26.04$	0.0

представляет интерес использование линейных регрессионных зависимостей  $\epsilon_J(t)$ ,  $\epsilon(t)$  от времени величин  $\epsilon_J(t)$  и  $\epsilon(t)$  для обсуждения точности вычисления траекторий РЗС. При достаточно точных вычислениях траекторий РЗС величины  $\epsilon_J(t_0)$  и  $\epsilon(t_0)$  довольно малы; модули угловых коэффициентов наклона регрессионных линий  $\epsilon_J(t_0)$  и  $\epsilon(t_0)$  к оси  $t$  также весьма малы или равны нулю.

Для указанных в таблице 3 траекторий находим:

$\bar{\epsilon}_J \simeq (0.23-0.73) \times 10^{-3}$  и  $\bar{\epsilon} \simeq (0.16-0.49) \times 10^{-3}$ , где  $\bar{\epsilon}_J$  и  $\bar{\epsilon}$  — средние величины  $\epsilon_J$  и  $\epsilon$  на рассмотренных интервалах времени. Погрешности  $\delta\epsilon_J$  и  $\delta\epsilon$  величин  $\bar{\epsilon}_J$  и  $\bar{\epsilon}$  характеризуют разброс значений  $\epsilon_J(t)$  и  $\epsilon(t)$  относительно  $\bar{\epsilon}_J$  и  $\bar{\epsilon}$  и, следовательно, характеризуют точность вычисления траектории РЗС на интервале  $\Delta t$ . Величины  $\delta\epsilon_J$  и  $\delta\epsilon$ , соответственно, заключены в интервалах:  $\delta\epsilon_J \simeq (0.65-1.85) \times 10^{-5}$  и



**Рис. 7.** Панели (a) и (b) — зависимости от  $t$  величин  $S_J = \varepsilon_J \times 10^4$ ,  $S = \varepsilon \times 10^4$ ; панель (c) —  $L - L_0$  для модели  $\Phi_{MN}(R, z)$  потенциала Галактики при наличии его возмущений с  $Q = 0.0012$ ,  $q_M = 0.81$ ,  $\Omega_p = 25 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ ;  $i = -30^\circ$  (см. Bobylev and Vajkova, 2014),  $t_0 = -77.5$  млн лет, начальные координаты РЗС:  $R_0 = 7.0$  кпк,  $\theta_0 \simeq -138^\circ 60'$ ,  $z_0 = 0$ ; начальные приращения компонент скорости РЗС:  $v'_{z,0} = 4.89 \text{ км с}^{-1}$ ,  $v'_{\theta,0} = v'_{R,0} = 0$ . Пунктирными линиями на панелях (a), (b) приведены зависимости  $S_J(t) = \varepsilon_J(t) \times 10^4$  и  $S(t) = \varepsilon(t) \times 10^4$ , где  $\varepsilon_J(t)$  и  $\varepsilon(t)$  — линейные регрессионные зависимости величин  $\varepsilon_J(t)$  и  $\varepsilon(t)$ .

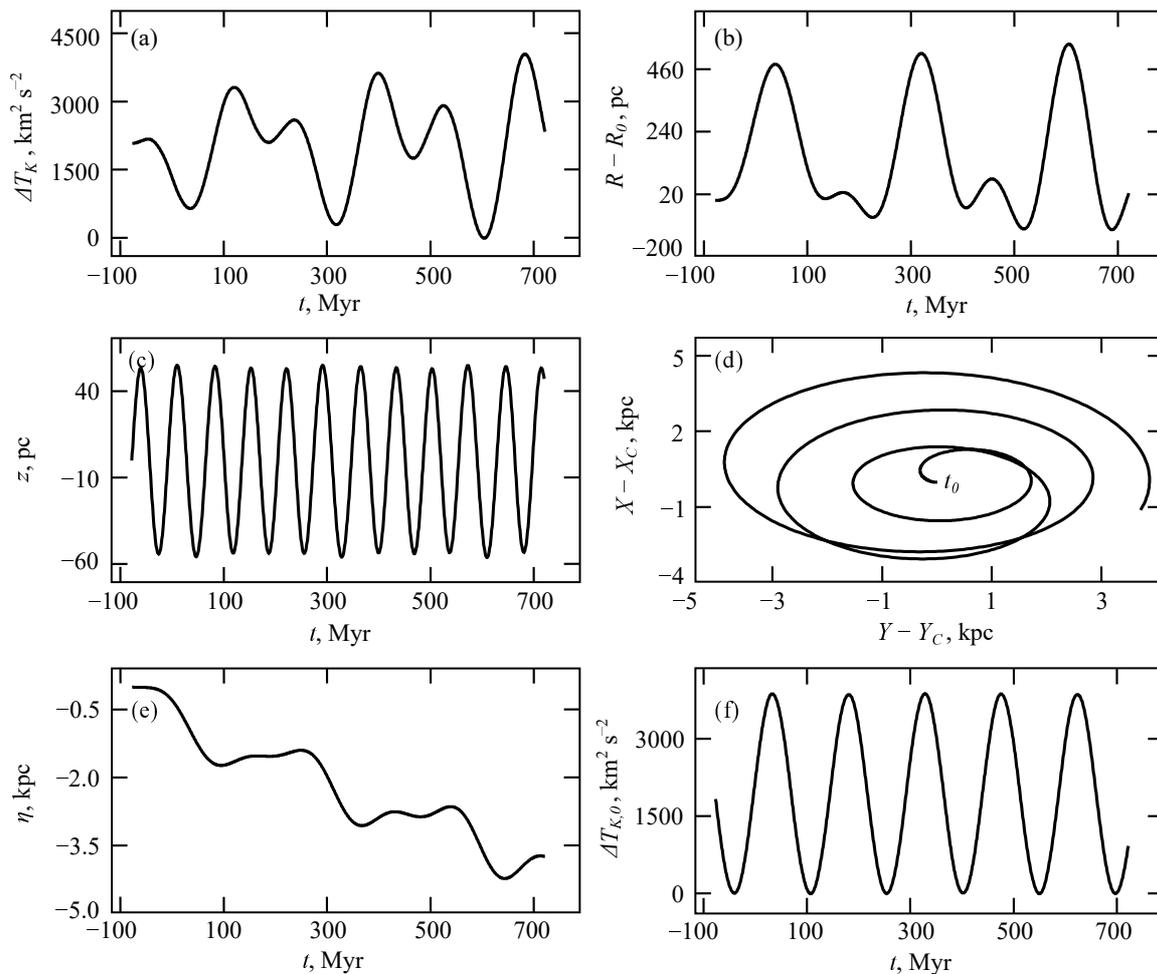
$\delta\varepsilon \simeq (0.42-1.22) \times 10^{-5}$ . Так как лишь часть разброса величин  $\varepsilon_J(t)$  и  $\varepsilon(t)$  относительно  $\bar{\varepsilon}_J$  и  $\bar{\varepsilon}$  определяется погрешностями численного интегрирования уравнений движения РЗС, величины  $\delta\varepsilon_J$  и  $\delta\varepsilon$  являются верхними оценками погрешностей

вычисления траектории скопления. Интегрирование уравнений движения РЗС проводилось с шагом по времени  $h_t = 10$  лет и  $h_t = 5$  лет. Для траектории 7 (см. таблицу 3, рис. 7 и 8) различие величин  $\varepsilon_J(t_f)$ , полученных в конце интервала интегрирования  $t_f = 722.5$  млн лет при  $h_t = 10$  лет и  $h_t = 5$  лет, равно  $0.634 \times 10^{-5}$ ; аналогичная оценка для  $\varepsilon(t_f)$  приводит к  $0.416 \times 10^{-5}$ . Эти оценки вполне согласуются с верхними на промежутке времени  $\Delta t$  оценками величин  $\delta\varepsilon_J$  и  $\delta\varepsilon$  (см. выше). В рассмотренных вариантах траекторий РЗС  $(\varepsilon_J/\varepsilon) \simeq 1.402-1.526$ . Согласно рис. 7с, амплитуда колебаний отклонений  $L - L(t_0)$  удельного углового момента от его начального значения слабо убывает при увеличении  $t$  на рассмотренном интервале времени.

На рис. 8 приведены дополнительные зависимости от  $t$  параметров движения РЗС по траектории 7. Согласно панелям (a), (b) рис. 8, амплитуды колебаний величин  $\Delta T_k$  и  $\Delta R = R - R_0$  возрастают с увеличением  $t$ , при этом средняя величина  $\langle \Delta T_k \rangle$  наибольших отклонений удельных кинетических энергий  $\Delta T_k = T_k - \min T_k$  от минимального значения  $T_k$  на интервале времени  $\Delta t = 800$  млн лет достигает приблизительно  $3345.9 \text{ км}^2 \text{ с}^{-2}$ , а средняя амплитуда  $\alpha = \langle \Delta R \rangle / 2$  колебаний величины  $\Delta R$  возрастает до значения  $284.18$  пк, см. также таблицу 3 для траектории 7 (величина  $\langle \Delta R \rangle$  определяется по нескольким локальным максимумам и минимумам значений  $R - R_0$ , см. рис. 8b). Отметим, что линейное нарастание со временем амплитуды вынужденных колебаний было ранее отмечено при обсуждении резонанса таких колебаний в одномерных системах (см. формулу (22.5) из Landau and Lifshitz, 1988).

Удвоенная величина  $\langle \Delta T_k \rangle$  для этой траектории приблизительно в 12.5 раза (см. таблицу 3) превышает величину дисперсии скоростей  $\sigma_V^2$  для РЗС на расстоянии около 7.0 кпк от центра Галактики (см. рис. 8b), но величина  $\langle |z|_{\max} \rangle \simeq 56.5$  пк вполне согласуется с характерным среднеквадратическим значением  $\sigma_z \simeq 56.6$  пк для РЗС с возрастом  $T < 10^8$  лет на расстояниях  $R \simeq 6.8-7.8$  кпк от центра Галактики, см. таблицу 2 (здесь средние величины  $\langle \Delta T_k \rangle$  и  $\langle |z|_{\max} \rangle$  получены по нескольким наиболее высоким локальным максимумам и наиболее низким локальным минимумам величин  $\Delta T_k$  и  $|z|$  (см. панели (a) и (c) на рис. 8)).

Отмеченное здесь превышение величины  $2\langle \Delta T_k \rangle / \sigma_V^2$  в 12.5 раза по сравнению с 1.0, а также протяженная по  $R \in (6.6, 7.4)$  кпк область больших значений  $T_k$  указывает на то, что подсистема РЗС в области спирального рукава Carina-Sagittarius вблизи  $R \simeq 7.0$  кпк находится в стадии сильного сжатия по  $R$ -координате.



**Рис. 8.** Панели (а), (b), (с), (е) — зависимости от  $t$  величин  $\Delta T_k$ ,  $R - R_0$ ,  $z$  и  $|\eta|$  для модели  $\Phi_{MN}(R, z)$  потенциала Галактики при  $Q = 0.0012$  и  $\Omega_p = 25 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ ; (d) — траектория движения РЗС в плоскости  $(Y - Y_c, X - X_c)$ ; (f) — то же, что и (а), но зависимость (f) получена с помощью упрощенной аналитической модели (8). Параметры возмущений потенциала Галактики, начальные координаты и приращения компонент скорости РЗС такие же, как и на рис. 7.

Судя по области пониженных значений  $T_k$  вблизи  $R \simeq 8.4$  кпк (см. рис. 5а), имеет место локальное и более слабое сжатие подсистемы РЗС в межруканном пространстве в окрестностях Солнца.

Наиболее близки к единице отношения  $2\langle\Delta T_k\rangle/\sigma_V^2$  для траекторий 13, 16, 17 и 18 при  $R_0 = 9.0$  кпк (см. таблицу 3). Средние амплитуды колебаний  $\alpha$  для этих траекторий по  $R$ -координате заключены в интервале от 57.6 до 64.2 пк. Отметим, что эти траектории при значениях  $\Delta t > 800$  млн лет отклоняются в область существенно меньших значений  $R$ , неоднократно пересекают область коротации и имеют как малые амплитуды,  $\alpha \simeq 50\text{--}65$  пк, так и большие,  $\alpha \simeq 1.1$  кпк, с периодами колебаний  $P \simeq 1900$  млн лет. Подобные траектории и их влияние на галактический диск подробно описаны в работе Sellwood and Binney (2002) и цитируемых в ней статьях.

Начальные условия для траекторий РЗС, указанные в таблице 3, соответствуют:

- (а) нулевым отклонениям от плоских круговых орбит (траектории 1, 6, 11, 16);
- (b) наблюдаемым отклонениям РЗС от плоских круговых орбит по  $z$ -координате (таблица 2, траектории 2, 7, 12, 17);
- (с) отклонениям величин компонент скоростей от их значений в случае плоских круговых орбит, соответствующим средним значениям компонент скоростей РЗС (см. рис. 3, траектории 3, 8, 13, 18);
- (d) отклонениям величин  $v'_{R,0}$ - и  $v'_{\theta,0}$ -компонент вектора скорости РЗС в радиальном и тангенциальном направлениях РЗС от их значений в случае плоских круговых орбит (см. рис. 4, панели (а) и (b), траектории 4, 9, 14, 19 и 5, 10, 15, 20 соответственно; в этом случае величины  $v'_{R,0}$  и  $v'_{\theta,0}$  приняты равными  $\sigma_{V_R}$  и  $\sigma_{V_\theta}$  и взяты с тем же знаком, что и знак соответствующей

компоненты средней скорости скопления для данного значения  $R_0$ ).

Из таблицы 3 следует, что величины  $\alpha$  линейно зависят от  $2\langle\Delta T_k\rangle/\sigma_V^2$  и от  $\langle\Delta T_k\rangle$  ( $\alpha \simeq (50.9598 \pm 34.4813) + (0.0738 \pm 0.0070)\langle\Delta T_k\rangle$  и  $(58.0491 \pm 34.0439) + (19.8106 \pm 1.8106) \times 2\langle\Delta T_k\rangle/\sigma_V^2$ ). Лишь параметры траектории 8 заметно выпадают из этих зависимостей. На рис. 3 средние компоненты скоростей РЗС, принятые во внимание при расчете траектории 8, определяются несколькими скоплениями из окрестностей  $R_0 \simeq 7.0$  кпк. Поэтому параметры траектории 8 могут отличаться от характерных для РЗС вблизи  $R_0 \simeq 7.0$  кпк.

Согласно данным таблицы 3, при изменении угла закрутки спиральных рукавов от  $i_0 = -13^\circ 7'$  до  $-30^\circ 0'$  величины  $\langle\Delta T_k\rangle$  и  $2\langle\Delta T_k\rangle/\sigma_V^2$  убывают в среднем в  $1.91 \pm 0.46$  раза, а величины  $\alpha$  убывают в  $1.36 \pm 0.24$  раза в случае  $R_0 = 7.0$  кпк; при  $R_0 = 9.0$  кпк величины  $\langle\Delta T_k\rangle$ ,  $2\langle\Delta T_k\rangle/\sigma_V^2$  и  $\alpha$  в среднем убывают в  $1.11 \pm 0.70$  раза. Таким образом, в рамках рассмотренных нами моделей потенциала  $\Phi$  Галактики и его возмущения  $\Phi_1$  на промежутках времени  $\Delta t = 800$  млн лет влияние спиральных рукавов на движение РЗС в окрестностях Солнца в среднем уменьшается при указанных выше изменениях  $i_0$  и  $R_0$ .

В окрестностях коротационного радиуса ( $R_c \simeq 8.7$  кпк при  $\Omega_p = 25 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ , см. выше) дисперсия угловых скоростей движения РЗС не равна нулю (см. рис. 1с). Поэтому даже в этой окрестности для многих скоплений  $\Omega(R) \neq \Omega_p$  и  $E_J \neq \text{const}$ . Эти неравенства выполняются и для РЗС в протяженных областях диска, расположенных между резонансами (см. рис. 6). Согласно нашим вычислениям, величина  $E_J$  для скоплений с  $R_0 = 7.0$  и  $9.0$  кпк при увеличении  $t$  испытывает сложного вида колебания относительно средней величины  $\overline{E_J}$ , близкой к начальной  $E_J(0)$ . При этом моделируемые РЗС с  $R_0 = 9.0$  кпк пересекают по  $R$  область коротации (иногда несколько раз при достаточно больших  $\Delta t$ ), а скопления с  $R_0 = 7.0$  кпк находятся довольно далеко от этой области. Согласно таблице 3, сравнение величин  $\langle\Delta T_k\rangle$  при  $R_0 = 7.0$  и  $9.0$  кпк показало, что величины  $\langle\Delta T_k\rangle$  при  $R_0 = 7.0$  кпк в среднем в  $5.30 \pm 0.70$  раза больше, чем при  $R_0 = 9.0$  кпк и  $i_0 = -13^\circ 7'$  и в  $2.99 \pm 0.25$  раза больше, чем при  $R_0 = 7.0$  кпк и  $i_0 = -30^\circ 0'$ . Аналогичное сравнение, выполненное для амплитуд  $\alpha$  эпициклического движения РЗС по координате  $R$ , показывает, что в среднем величины  $\alpha$  при  $R_0 = 7.0$  кпк больше величин  $\alpha$  при  $R_0 = 9.0$  кпк в  $4.95 \pm 0.46$  раза (при  $i_0 = -13^\circ 7'$ ) и в  $4.16 \pm 0.28$  раза при  $i_0 = -30^\circ 0'$ .

Отсутствие ограничения  $E_J = \text{const}$  в межрезонансных областях диска указывает на нестационарность регулярного поля системы и приводит к увеличению числа вариантов возможных движений РЗС при фазовом размешивании траекторий скоплений и к возрастанию роли взаимодействий типа «волна—частица», «волна—волна», а также к бурной релаксации нестационарного бесстолкновительного диска Галактики (согласно Saslaw, 1985 (раздел 38.1), в таких системах время бурной релаксации значительно меньше времени столкновительной («парной») релаксации). В этом случае спиральная волна передает энергию скоплениям (см. уравнение (5)), амплитуды колебаний величин  $\langle\Delta T_k\rangle$  и  $\alpha$  возрастают, что становится одной из причин уменьшения величины  $Q$  при согласовании амплитуды возмущения гравитационного потенциала системы  $\Phi$  в уравнениях (4) и (5) с данными наблюдений о величинах  $T_k$  и  $\Delta T_k$  (см. выше).

На рис. 8d приведена траектория 7 движения РЗС в плоскости  $(Y - Y_c, X - X_c)$ , где  $(X, Y)$  и  $(X_c, Y_c)$  — галактоцентрические декартовы координаты скопления и точки  $c$ , движущейся в Галактике по круговой орбите радиуса  $R_0$  с постоянной угловой скоростью  $\Omega(R_0)$ . Согласно рис. 8d, движение РЗС в плоскости  $(Y - Y_c, X - X_c)$  происходит по заметно возмущенной спирали. На рис. 8е показана зависимость от времени тангенциального линейного отклонения  $\eta$  скопления от точки  $c$  в плоскости  $z = 0$  и в координатах  $(X, Y)$ . Вероятно, на промежутке времени  $\Delta t = 800$  млн лет в плоскости  $z = 0$  имеет место формирование эпициклического эллипса, возмущенного влиянием спиральной волны плотности (параметры такого эллипса зависят от времени).

В этом процессе величина  $|\eta|$  за время  $\Delta t$  достигает значений  $|\eta| \simeq 4.221$  кпк (при  $t = 644.9$  млн лет), что почти в 13 раз превышает максимальную амплитуду колебаний значений  $R - R_0$  на рис. 8b. Зависимость  $\eta = \eta(t)$ , представленная на рис. 8е, может быть аппроксимирована суммой линейной и периодической функций времени. Согласно King (2002), в этом случае имеет место дрейф центра эпициклического эллипса в тангенциальном направлении вдоль круговой траектории точки  $c$  (подобное указанному на рис. 8е решению (4.18) в King (2002) для величины  $\eta(t)$  записано с помощью линеаризованных уравнений движения звезды и без учета влияния на звезду спиральной волны плотности). Согласно Landau and Lifshits (1988), влияние внешнего периодического возмущения в одномерных системах должно приводить к появлению в решениях дополнительных периодических членов с частотой вынуждающих колебаний (см. (22.4) из Landau and Lifshits, 1988), а вблизи резонанса — колебаний с частотой, равной разности  $\delta\omega$

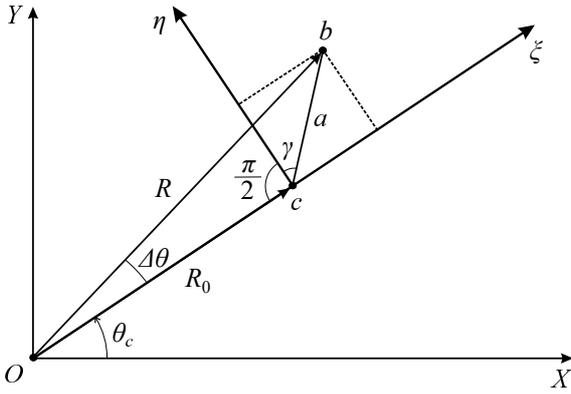


Рис. 9. К выводу формулы для величины  $\gamma$ .

частот свободных и вынуждающих колебаний, а также биений (колебаний амплитуды решений с частотой  $\delta\omega$ ). В нашем случае при  $R_0 = 7.0$  пк и  $\Omega(R_0) - \Omega_p \simeq 6.5267 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$  период колебаний с такой частотой составляет приблизительно 962.68 млн лет. Возможно, рассмотренный интервал  $\Delta t = 800$  млн лет мал для обнаружения указанных выше эффектов. Однако колебания величин  $T_k$  и  $\Delta T_k$  с частотой  $\Omega - \Omega_p$  на промежутках времени  $\Delta t > 800$  млн лет вполне могут быть рассмотрены с помощью уравнения (3) (см. ниже).

Достаточно сложная форма зависимости от времени величины  $\Delta T_k$  на рис. 8а определяется суммарным влиянием на эту величину колебаний со временем значений  $R$  и  $|\eta|$  (влияние колебаний  $z$  на величину  $\Delta T_k$  в этом случае очень мало из-за малых амплитуд колебаний  $z$ ).

При выводе формулы для  $\eta$  обозначим  $\Delta X = X - X_c$ ,  $\Delta Y = Y - Y_c$ , вычислим модуль  $a = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$  вектора  $\mathbf{a} = (\Delta X, \Delta Y)$  и спроектируем  $\mathbf{a}$  на тангенциальное (вдоль траектории точки  $c$ ) направление. Согласно рис. 9, по теореме синусов для плоского треугольника  $Ocb$  (буквой  $b$  обозначено положение скопления) запишем:

$$\sin(\gamma + \pi/2) = R \sin(\Delta\theta)/a,$$

$$\gamma + \pi/2 = \arcsin(R \sin(\Delta\theta)/a),$$

$$\eta = a \cos \gamma, \xi = a \sin \gamma.$$

Проанализируем амплитуды колебаний величины  $\Delta T_k$  на промежутках времени  $\Delta t$ , больших, чем периоды колебаний в траекториях РЗС с частотами  $\Omega(R_0) - \Omega_p$ . В рассмотренных численно траекториях РЗС величина  $R(t)/R_\odot$  отличается от  $R_0/R_\odot$  не более чем на (2.5–5.0)% при  $i_0 = -30^\circ$  и на (2.7–6.9)% при  $i_0 = -13^\circ 7'$ . Поэтому в качестве приближения примем величину

$$\chi_c = m \operatorname{ctg} i \ln(R/R_\odot) \simeq m \operatorname{ctg} i \ln(R_0/R_\odot) = \operatorname{const}$$

(см. выше формулу для возмущения потенциала  $\Phi_1$ ). В случае кругового движения РЗС производная  $\frac{d\delta\theta}{dt} \ll \Omega$ , где отклонение величины  $\theta$  от  $\Omega(R_0)t$ :  $\delta\theta = -\vartheta \sin \kappa(t - t_0) - c_0(t - t_0)$  (см. (4.7), (4.18) из King, 2002,  $\vartheta$ ,  $c_0$ ,  $t_0$  — постоянные величины). Поэтому в качестве приближения запишем:  $\theta \simeq \Omega(R_0)t$ . Обозначим  $\Delta\Omega = \Omega_p - \Omega$  и  $\chi = m\Delta\Omega t + \chi_c$ . С учетом этих обозначений уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{dE}{dt} = Q \Phi_{MN}(R, z) m\Delta\Omega \sin \chi.$$

Интегрируя его по времени, получаем:

$$E - E_0 = Qm\Delta\Omega \int_{t_0}^t \Phi_{MN}(R, z) \sin(\chi(t)) dt, \quad (7)$$

где  $E_0 = E(t_0)$ . Согласно уравнениям (14.5.4), (14.5.5), (14.5.9) из Marochnik and Suchkov (1984) в линейном приближении

$$R \simeq R_0 + \alpha \sin(\kappa(t - t_0)), z \simeq \beta \sin(\nu(t - t_0)),$$

где  $\nu^2 = -\left(\frac{\partial^2 \Phi_{MN}}{\partial z^2}\right)|_{R_0, z=0}$  (см., например, (3.79b)

из Binney and Tremaine, 2008),  $\nu$  — частота вертикальных колебаний РЗС относительно галактической плоскости ( $\Phi_{MN} > 0$ ),  $\alpha$  и  $\beta$  — амплитуды соответствующих колебаний в движении РЗС; одинаковые значения  $t_0$  в аргументах синусов для  $R$  и  $z$  указаны в связи с тем, что в рассмотренных вариантах траекторий РЗС увеличение от нуля значений  $\delta R = R - R_0$  и  $z$  происходит одновременно.

Подставив в  $\Phi_{MN}(R, Z)$  величины  $R$  и  $z$ , полученные в рамках линейного приближения, запишем:  $\Phi_{MN}(R, Z) = U(t; R_0, \kappa, \nu, t_0, \alpha, \beta)$ ; далее для краткости обозначим  $U(t; R_0, \kappa, \nu, t_0, \alpha, \beta) = U$  (или  $U(t)$ ). Подставим величины  $U$  в уравнение (7).

Отметим, что величина  $U$  лишь незначительно меняется при движении РЗС вдоль своей траектории в Галактике (например, величина  $(\sigma_U/\bar{U}) \times 10^4$  для траекторий 6–10 из таблицы 3 равна 0.841–1.375; здесь  $\sigma_U$  стандартное отклонение  $U$  от среднего значения  $\bar{U}$  на интервале  $\Delta t = 800$  млн лет). Поэтому величина  $U \simeq \bar{U} = \operatorname{const}$  на этом интервале времени в (7) в качестве приближения может быть вынесена из-под знака интеграла. После интегрирования в (7) по  $t$  функции  $\sin \chi(t)$  и перехода от разности косинусов двух углов к удвоенному произведению синусов полусуммы и полуразности этих углов

находим:

$$T_{k,0}(t) = T_{k,0}(t_0) + q\Delta U + Q\Delta(U \cos \chi) + 2Q\bar{U} \sin\left(\chi_c + \frac{m\Delta\Omega}{2}(t+t_0)\right) \sin\left(\frac{m\Delta\Omega}{2}(t-t_0)\right), \quad (8)$$

где  $T_{k,0}$  — приближенное значение  $T_k$ , полученное согласно (7) с использованием указанных выше допущений, упрощающих вычисления. Обозначим  $\Delta T_{k,0} = T_{k,0}(t) - \min T_{k,0}$ , где  $\min T_{k,0}$  — минимальное значение  $T_{k,0}(t)$  на рассмотренном интервале времени,  $\Delta U = U(t) - U(t_0)$ ,  $\Delta(U \cos \chi) = U(t) \cos(\chi(t)) - U(t_0) \cos(\chi(t_0))$ .

На рис. 8f приведена зависимость от времени величины  $\Delta T_{k,0}$ , полученная по формуле (8) для траектории 7 из таблицы 3. При этом использовались значения:  $R_0 = 7.0$  кпк,  $\alpha = \langle \Delta R \rangle / 2 = 284.175$  пк,  $\beta = \langle |z|_{\max} \rangle = 55.585$  пк,  $Q = 0.0012$ ,  $q_M = 0.81$  и  $\bar{U} = 147\,380.667 \text{ км}^2 \text{ с}^{-2}$ , полученные для этой траектории при численном решении уравнений (1).

Сравнение рис. 8a и 8f показывает согласие средних на интервале  $\Delta t$  величин колебаний  $\Delta T_{k,0}(t)$  и  $\Delta T_k(t)$  в пределах погрешностей «наблюдаемых» величин  $T_k$  вблизи  $R = 7.0$  кпк на рис. 5a. Различие начальных фаз колебаний  $T_k$  и  $T_{k,0}$  обусловлено различием на  $\pi/2$  фаз радиальных и тангенциальных колебаний в движении РЗС, которое в уравнении (8) не учитывается (см. формулы (4.13) и (4.18) из King, 2002); это слабо влияет на оценки максимальных по амплитуде колебаний величин  $T_k$  и  $T_{k,0}$ , которые для этой траектории дают близкие значения  $\langle \Delta T_k \rangle = 3345.90 \pm 283.49 \text{ км}^2 \text{ с}^{-2}$  (см. таблицу 3) и  $\langle \Delta T_{k,0} \rangle = 3872.02 \pm 4.04 \text{ км}^2 \text{ с}^{-2}$ . Различие в  $526.12 \pm 283.52 \text{ км}^2 \text{ с}^{-2}$  между этими оценками вполне сравнимо с погрешностями  $407.41 \text{ км}^2 \text{ с}^{-2}$  значений  $T_k$  в окрестностях  $R = 7.0$  кпк (см. рис. 5a).

Таким образом, колебания с малой частотой  $\Delta\Omega$  в движениях РЗС присутствуют; также имеют место и колебания с частотами  $\kappa$  (см. панели (a) и (f) на рис. 8); колебания с частотами  $\nu$  на этом рисунке не заметны из-за малых значений  $\beta$  для этой траектории.

Как видно из уравнения (8), величины  $\Delta T_{k,0}$  и  $\alpha$ ,  $\beta$  связаны между собой, вследствие чего это уравнение может быть полезным и при оценке величин  $\Delta T_k$  по данным наблюдений РЗС с возрастными от самых молодых до  $10^8$  лет без использования численного интегрирования уравнений (1) движения РЗС, но при использовании модели потенциала (4) и поправочного коэффициента  $q_M$ . Амплитуды  $\alpha$  и  $\beta$  могут быть вычислены по данным о

дисперсиях компонент скоростей движения РЗС (см. рис. 4) о величинах  $\sigma_z$ ,  $\langle \Delta R \rangle$  и  $\langle |z|_{\max} \rangle$  (из таблиц 2, 3). Средние параметры эллиптического эллипса, характерные для подсистемы таких скоплений, можно вычислить по дисперсии скоростей молодых РЗС (Rastorguev and Dambis, 2010), учитывая данные о дисперсиях скоростей скоплений, полученные в нашей работе (см. рис. 4).

Пусть  $T_{k,w}(R) = \sigma_V^2/2$  и  $T_k(R)$  — удельные тепловая и общая кинетическая энергии движения скопления на расстоянии  $R$  от центра Галактики. Согласно рис. 4d и 5a, при увеличении  $R$  от 7.0 кпк до 9.0 кпк отношение  $T_{k,w}(R)/T_k(R)$  изменяется в интервале от 0.0104 до 0.0129, то есть в окрестностях Солнца величина  $T_{k,w}(R)$  составляет 1–1.3% от общей кинетической  $T_k(R)$ , которая практически полностью (на 98.7–99.0%) равна удельной кинетической энергии вращения скопления относительно центра Галактики. Такой результат можно рассматривать как аргумент в пользу того, что в галактическом диске имеет место барообразующая неустойчивость и формируется бар (см. также Ostriker and Peebles, 1973). Структурные и кинематические параметры бара Галактики, полученные по данным наблюдений ОВ-звезд и звезд ветви красных гигантов в центральной области Галактики (при  $R < 5$ ,  $|z| < 0.3$ –1.0 кпк), обсуждаются в ряде работ (см., например, Wegg et al., 2015; Drimmel et al., 2023a, а также цитируемые в них статьи с оценками параметров бара Галактики).

Согласно полученным в нашей работе оценкам величин  $\sigma_{V_R}$ ,  $\kappa$  и  $\mu$ , предложенный в Toomre (1964) параметр  $Q_w = \kappa \sigma_{V_R} / (3.36 G \mu) < 1$  при  $R = 7.0$  и 9.0 кпк (при таких  $R$  параметр  $Q_w = 0.183$  и 0.175 соответственно), что указывает на локальную неустойчивость дифференциально вращающегося звездного диска Галактики к осесимметричным возмущениям (Toomre, 1964; Binney and Tremaine, 2008). В формуле для  $Q_w$  величина  $\mu = \Delta M(R, \delta R) / S$  — поверхностная плотность массы Галактики в окрестностях круговых орбит с  $R = 7.0$  и 9.0 кпк (при  $z = 0$ ),

$$\Delta M(R, \delta R) = 4\pi \sum_{i=1}^3 \int_0^{z_{\max}} dz \int_{R-\delta R}^{R+\delta R} \rho_i(R, z) R dR$$

и  $S = \pi((R+\delta R)^2 - (R-\delta R)^2)$ ,  $z_{\max} = 200.0$  кпк — радиус гало,  $\delta R = 100$  пк, распределения  $\rho_i(R, z)$  определены в (9). Однако при использовании массы  $\Delta M(R, \delta R)_2$ , полученной с учетом лишь распределения  $\rho_2(R, z)$  для оценки  $Q_w$ , приходим к  $Q_w = 46.569$  и 107.284 при  $R = 7.0$  и 9.0 кпк соответственно. Оценки  $Q_w \gg 1$  свидетельствуют

о локальной устойчивости к указанным выше возмущениям плотности диска. Согласно Magochnik and Suchkov (1984) (раздел 18.3), локальная устойчивость диска при  $Q_w \geq 1$  не означает устойчивости диска в целом по отношению к глобальным колебаниям, например в случае крупномасштабной барообразующей неустойчивости (Ostriker and Peebles, 1973; Hohl, 1975). Согласно Hohl (1975), невращающееся гало с массой более 60% от массы всей системы может подавить развитие неустойчивости, формирующей бар во вращающемся диске.

## 5. О ДИНАМИКЕ ГАЛО ГАЛАКТИКИ

Для обсуждения динамики гало Галактики нам потребуется ряд оценок. Согласно Miyamoto and Nagai (1975), решение уравнения Пуассона для гравитационного потенциала (4) можно записать в виде:

$$\rho(R, z) = \sum_{i=1}^3 \rho_i(R, z),$$

$$\rho_i(R, z) = \frac{b_i^2 M_i a_i R^2 + [a_i + 3\Psi_i(z)][a_i + \Psi_i(z)]^2}{4\pi \{R^2 + [a_i + \Psi_i(z)]^2\}^{5/2} \Psi_i(z)^3}, \quad (9)$$

где  $\Psi_i(z) = \sqrt{z^2 + b_i^2}$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Для гало Галактики  $i = 3$ . Согласно Just et al. (2023),  $a_1 = a_3 = 0$ ,  $a_2 = 3.3$  кпк,  $b_1 = b_2 = 0.3$  кпк,  $b_3 = 25.0$  кпк,  $M_1 = 1.4 \times 10^{10} M_\odot$ ,  $M_2 = 9.0 \times 10^{10} M_\odot$ ,  $M_3 = 70.0 \times 10^{10} M_\odot$ , где  $M_\odot$  — масса Солнца. Отметим, что  $M_i$  — это параметры распределения (9), равные массам компонентов Галактики при стремлении к бесконечности радиуса  $r$  окружности, заданной уравнением  $r^2 = R^2 + z^2$ . Для любого  $0 < r < \infty$  масса  $i$ -го компонента внутри сферы радиуса  $r$  удовлетворяет неравенству  $M_i(r) < M_i(\infty)$ . Во избежание путаницы в обозначениях далее мы будем обозначать параметры  $M_i$  распределения (9) как  $M_i(\infty)$ . При  $a_i = 0$ ,  $i = 1, 3$  подстановкой  $R^2 = r^2 - z^2$  распределения  $\rho_i(R, z)$  приводятся к сферически-симметричным; массы компонентов внутри сферы радиуса  $r$  — к следующим выражениям:

$$M_i(r) = 4\pi \int_0^r \rho_i(r) r^2 dr = M_i(\infty) r^3 / (r^2 + b_i^2)^{3/2}.$$

При  $a_i > 0$  и  $i = 2$  вычисления соответствующей массы диска Галактики в цилиндрической системе координат приводят к выражению

$$M_2(r) = 4\pi \int_0^r dz \int_0^{\sqrt{r^2 - z^2}} \rho_2(R, z) R dR.$$

Отметим, что сферически-симметричная модель гало Галактики достаточно часто применяется для оценок различных динамических параметров гало

(см., например, Binney and Tremaine, 1987; Bird et al., 2022; Bobylev and Baykova, 2023, и другие). Масса диска составляет 12–13% от массы гало (см. выше). В качестве приближения диск можно считать малой примесью по отношению ко всей Галактике.

Обозначим  $M_c(r) = \sum_{i=1}^3 M_i(r)$ . Для распределений плотности (9) отношение  $\gamma_M(r) = M_2(r)/M_c(r) = 0.4$  достигается при  $r = r_b \simeq 14.69$  кпк. При уменьшении  $r$  возрастает  $\gamma_M(r)$  (например,  $\gamma_M(9.0 \text{ кпк}) \simeq 0.588$  и  $\gamma_M(7.0 \text{ кпк}) \simeq 0.649$ ). Поэтому при  $r < r_b$  вполне возможно развитие бара в диске в случае сферической симметрии и стационарности гало (так как внешние области гало с  $r > r_b$  в этом случае не влияют на внутренние, а вклад потенциала гало  $\gamma_\Phi(r) = \Phi_3(r)/\sum_{i=1}^3 \Phi_i(r)$  в общий потенциал системы равен 0.778, 0.708 и 0.667 при  $r = r_b$ , 9.0 и 7.0 кпк соответственно; здесь  $\Phi_i$  —  $i$ -е составляющие потенциала (4) при  $q = 1$ ). В этой области значений  $r$  влияние гало на движение РЗС в Галактике примерно в три раза больше (см. уравнение (1) из Lynden-Bell, 1967), чем влияние диска. Поэтому радиальные колебания гало могут вносить существенный вклад в движение РЗС в Галактике.

Запишем формулы для потенциальной энергии  $W_3$  и момента инерции  $I_3$  гало с учетом выражения для  $M_3(r)$ , см. выше:

$$\begin{cases} W_3 = -G \frac{16}{3} \left( \frac{\pi A_3}{b_3} \right)^2 \int_0^{R_3} \frac{r^4 dr}{(r^2 + b_3^2)^4} \\ = C \left( 3(R_3^2 + b_3^2)^3 \operatorname{arctg} \left( \frac{R_3}{b_3} \right) + C_1 \right), \\ C = -\frac{G\pi^2 A_3^2}{9b_3^5 (R_3^2 + b_3^2)^3}, \quad A_3 = \frac{3b_3^2 M_3(\infty)}{4\pi}, \\ C_1 = R_3 b_3 [3(R_3^4 - b_3^4) - 8R_3^2 b_3^2], \end{cases} \quad (10)$$

где  $R_3$  — здесь (и далее) — радиус гало;

$$\begin{aligned} I_3 &= 4\pi A_3 \int_0^{R_3} \frac{r^4 dr}{(r^2 + b_3^2)^{5/2}} \\ &= -\frac{2\pi A_3}{3} \left( \frac{R_3(8R_3^2 + 6b_3^2)}{(R_3^2 + b_3^2)^{3/2}} + 6 \ln \left( \frac{b_3}{R_3 + \sqrt{R_3^2 + b_3^2}} \right) \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Следуя работе Lynden-Bell (1967), для описания колебаний радиуса гало  $R_3$  относительно равновесного значения  $R_v$  ( $R_v = R_3$  при  $\dot{I}_3 = 0$ , где  $\dot{I}_3 = dI_3/dt$  и  $\ddot{I}_3 = d\dot{I}_3/dt$ ) используем уравнение Лагранжа–Якоби в форме:  $\frac{1}{2}\ddot{I}_3 = W_v - W_3$ , где  $W_3 = W_v$  при  $R_3 = R_v$ . После подстановки величин  $I_3$  и  $W_3$  из (10) и (11) в уравнение Лагранжа–Якоби и его линеаризации, находим

уравнение  $\ddot{r}_3 + \omega_3^2 r_3 = 0$  малых колебаний величины  $r_3 = R_3 - R_v$  с частотой  $\omega_3$ :

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{2GM_3(\infty)}{(R_v^2 + b_3^2)^{3/2}}}. \quad (12)$$

Аналогичные выполненным в Lynden-Bell (1967) вычисления для модели гало с распределением плотности массы  $\rho(r) = \frac{M}{4\pi R r^2}$  приводят к

частоте  $\omega_\rho = \sqrt{\frac{3GM}{R_v^3}}$  малых колебаний величины

$R - R_v$ , где  $M$  и  $R$  — масса и радиус гало. В работе Lynden-Bell (1967) в левой части уравнения (7) при линеаризации уравнения Лагранжа–Якоби пропущен дополнительный множитель  $1/2$ ; здесь приведено точное выражение для  $\omega_\rho$ . Полагая  $M = M_3(\infty)$ ,  $R_v = 200$  кпк,  $b_3 = 25.0$  кпк, находим частоты  $\omega_3$ ,  $\omega_\rho$  и соответствующие им периоды колебаний  $P_3$  и  $P_\rho$  равными  $7.135 \times 10^9$  лет и  $5.759 \times 10^9$  лет. Различие между  $P_3$  и  $P_\rho$  обусловлено различиями в распределениях плотности этих моделей; с учетом указанных выше параметров распределений плотности совпадают лишь при  $r \simeq 5.403$  кпк и  $r \simeq 64.082$  кпк. Согласно Danilov and Putkov (2012), время бурной релаксации для такой системы  $\tau_{vr} \simeq 0.75P$ , где  $P$  — период радиальных колебаний гало системы; эта оценка хорошо согласуется с данными численных экспериментов Aarseth (1974) по моделированию динамики звездных скоплений.

По аналогии с указаниями в статье Danilov (2024), вычислим время  $\tau_{\text{ff}}$  свободного падения на центр гало Галактики звезды, находящейся на расстоянии  $r_0 > 0$  от центра гало и имеющей нулевую начальную скорость. Для описания радиального движения звезды рассмотрим уравнение (2) из Danilov (2024):

$$\frac{dv_r}{dt} = -\frac{GM_3(r)}{r^2} = \frac{1}{2} \frac{dv_r^2}{dr}, \quad (13)$$

где  $v_r$  — скорость движения звезды по радиусу  $r$  в системе с распределением плотности  $\rho_3(r)$  (см. выше). Повторяя указанные в Danilov (2024) вычисления в уравнении (13), записанном в форме, соответствующей второму знаку равенства, находим

$$v_r(r) = \sqrt{2GM_3(\infty) \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 + b_3^2}} - \frac{1}{C_2} \right)}.$$

Подставляя  $v_r(r)$  в уравнение (13), соответствующее первому знаку равенства, разделяем переменные  $r$  и  $t$  и интегрируем полученное уравнение. В

результате получаем:

$$\tau_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{1}{2GM_3(\infty)}} \int_0^{r_0} \sqrt{\frac{C_2 \sqrt{r^2 + b_3^2}}{C_2 - \sqrt{r^2 + b_3^2}}} dr, \quad (14)$$

где  $C_2 = \sqrt{r_0^2 + b_3^2}$ . Из (14) при  $r_0 = 200$  кпк  $\tau_{\text{ff}} = 1.825 \times 10^9$  лет. При скорости  $\sigma_V$  и отсутствии гравитации звезда проходит расстояние  $r_0$  за время  $\tau_{\text{esc}} = r_0/\sigma_V$ . Равенство  $\tau_{\text{ff}} = \tau_{\text{esc}}$  является условием для оценки радиуса Джинса  $r_J$  (см. раздел 7 из King, 2002). Варьируя  $r_0$  в уравнении (14), можно определить величину  $r_0 = r_J$ , при которой достигается равенство  $\tau_{\text{ff}} = \tau_{\text{esc}}$ .

В работе Bird et al. (2022) по данным каталогов LAMOST, SDSS/SEGUE, Gaia DR2 о малометаллических звездах гало Галактики (красные K-гиганты и ВНВ-звезды голубой горизонтальной ветви) для ряда расстояний  $r$  от центра Галактики получены дисперсии скоростей  $\sigma_V^2$  и  $\sigma_V$  скорости движения этих звезд. Согласно данным Bird et al. (2022) (см. рис. 4 (верхняя панель), можно определить  $\sigma_V = 140.57 \pm 6.05$  км с<sup>-1</sup> при  $r = 32$  кпк по данным о звездах ВНВ и  $\sigma_V = 125.34 \pm 4.05$  км с<sup>-1</sup> при  $r = 49$  кпк по данным о K-гигантах.

В случае  $\sigma_V = 140.57 \pm 6.05$  км с<sup>-1</sup>, учитывая поправочный коэффициент  $q_M = 0.8263$  (см. выше), используя  $q_M \times M_3(\infty)$  вместо  $M_3(\infty)$ , согласно (14), находим:  $r_0 = r_J = 26.7_{-2.9}^{+4.1}$  кпк и  $\tau_{\text{ff}} = \tau_{\text{esc}} = 190.08$  млн лет. Возможна оценка  $r_J$  Галактики, учитывающая влияние на величину  $r_J$  суммарной массы всех трех компонентов Галактики, заключенной внутри сферы радиуса

$r_0$ . Максимальное значение  $\left| \frac{\partial \rho_3(r)}{\partial r} \right|_{\text{max}}$  в исследуемой здесь модели гало достигается при  $r \simeq 10.2062$  кпк. При  $r \geq r_0 = 35.0$  кпк величина  $\left| \frac{\partial \rho_3(r)}{\partial r} \right| \leq 0.1318 \left| \frac{\partial \rho_3(r)}{\partial r} \right|_{\text{max}}$ . Если принять

$r_0 = 35.0$  кпк, то  $M_3(r_0)/M_3(\infty) \simeq 0.5388$ . Обозначим:  $q_{35} = M_c(r_0)/M_3(r_0) \simeq 1.2533$  и

$q_x = q_M q_{35} \simeq 1.0356$ . Средняя плотность однородного шара  $\rho_0 = \frac{3q_x M_3(r_0)}{4\pi r_0^3}$  равна средней плотности

Галактики при  $r \leq r_0$  (в рамках моделей (9) и с учетом ограничений, связанных с использованием коэффициента  $q_M$ ). Тогда величина  $\tau_{\text{ff}}$  вычисляется по формуле  $\tau_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{16G\rho_0}}$ , полученной в

работе Danilov (2024) для однородного гравитирующего шара (в этом случае  $r_J = \sigma_V \tau_{\text{ff}}$ ). При  $\sigma_V = 140.57 \pm 6.05$  км с<sup>-1</sup>, учитывая поправочный коэффициент  $q_x$ , для однородного шара находим:  $\tau_{\text{ff}} = 244.38$  млн лет,  $r_J = 34.35 \pm 1.48$  кпк, а в

случае  $\sigma_V = 138.45 \pm 5.77 \text{ км с}^{-1}$  при  $r = 34.4 \text{ кпк}$  (Bird et al., 2022) получаем  $r_J = 33.83 \pm 1.41 \text{ кпк}$ , что значительно меньше радиуса гало Галактики ( $r \simeq 200 \text{ кпк}$ , см., например, Bobylev and Baykova, 2023). Так как галактический диск значительно «холоднее», чем гало (см., например, рис. 4d), вполне можно ожидать развития гравитационной неустойчивости и радиальных колебаний в гало Галактики. Кроме того, малые колебания гало возможны и в результате действия внешних возмущений (падение на Галактику газопылевых облаков, шаровых скоплений, падение или прохождение карликовых галактик, см., например, Poggio et al., 2020). Отметим, что колебания тангенциальных и радиальных компонент средних скоростей движения звезд в Плеядах при увеличении расстояния от центра скопления вызваны гравитационной неустойчивостью ядра и радиальными колебаниями скопления, значительная часть массы которого находится в гало скопления (см. рис. 9a и 9e из Danilov and Seleznev, 2020). Это сильно напоминает ситуацию с влиянием радиальных колебаний гало Галактики на движение РЗС и зависимостью от  $R$  усредненных величин  $V_\theta$  и  $V_R$  для РЗС в поле Галактики (см. панели (a) и (b) на рис. 3 из нашей работы). Заметное сходство зависимостей величин  $\sigma_V$  от расстояния звезд до центра Плеяд и РЗС от центра Галактики также наблюдается (см. рис. 8a из Danilov and Seleznev, 2020 и рис. 4d из нашей работы). Вполне возможно, что радиальные колебания гало вносят существенный вклад в формирование спиральных рукавов и движение РЗС в Галактике.

Согласно Danilov et al. (2014), в коронах РЗС преобладают «обратные» (retrograde) движения звезд, что обеспечивает гравитационную связанность корон до расстояний от одного до трех приливных радиусов скопления от его центра в поле Галактики на промежутках времени, сравнимых с временем жизни таких скоплений. В работе Danilov and Seleznev (2020) было показано, что ядро скопления Плеяды вращается со средней скоростью  $v_c = 0.56 \pm 0.07 \text{ км с}^{-1}$  в «прямом» (prograde) направлении, а внешние области — со скоростью  $v_c = 0.48 \pm 0.20 \text{ км с}^{-1}$  в «обратном» направлении на расстоянии 7.1 пк от центра скопления, что указывает на отстающий характер движения звезд в приливных шлейфах (хвостах) скопления относительно звезд его ядра. Согласно Lynden-Bell and Kalnajs (1972), в спиральных отстающих структурах галактик имеет место вынос углового момента на периферию (от области внутреннего линдбладовского резонанса в диске к коротационной и внешней линдбладовской резонансным областям диска Галактики). Так как  $L = RV_\theta$ , а  $V_\theta$  вносит основной вклад в величину  $T_k$  (и заметный вклад в  $T_{k,w}$ , см. рис. 4b), то происходит охлаждение диска

Галактики (см. также рис. 5b). Вполне вероятно, что и охлаждение ядер РЗС, и их гравитационная неустойчивость, отмеченные в работе Danilov and Seleznev (2020) в отношении скопления Плеяды, вызваны выходом части звезд с высокими энергиями в приливные шлейфы из скопления в результате действия в нем волновых процессов, подобных описанным в работе Lynden-Bell and Kalnajs (1972) для галактик.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные в работе исследования приводят к следующим основным результатам:

1. Описаны параметры полученной и используемой выборки РЗС (Prusti et al., 2016; Vallenari et al., 2023b; Hunt and Reffert, 2024).

2. Изложены используемые методики получения оценок параметров РЗС, Галактики и трех основных ее компонентов.

3. Получены оценки удельных кинетических энергий  $T_k$  и дисперсий  $\sigma_V^2$  скоростей движения рассеянных звездных скоплений (РЗС) в окрестностях Солнца. Построены зависимости величин  $T_k$  и  $\sigma_V$  от расстояния  $R$  скоплений до оси вращения Галактики. Отмечено увеличение скоростей  $\sigma_V$  вблизи  $R \simeq 6.5, 8.25, 10.5 \text{ кпк}$  и уменьшение величин  $T_k$  вблизи  $R \simeq 8.35 \text{ кпк}$ . Предложено объяснение формирования таких зависимостей влиянием силового поля спиральных рукавов Галактики на движение РЗС.

4. В галактоцентрической невращающейся системе координат записано дифференциальное уравнение (3) для полной энергии скопления  $E$  в суммарном силовом поле Галактики и спиральных рукавов (получено приближенное аналитическое решение (8) этого уравнения, которое может быть использовано для оценки влияния спиральных рукавов на параметры движения РЗС в Галактике). Совместное с уравнением (3) решение уравнений (1) позволяет контролировать точность получаемых численно траекторий и энергий движения РЗС.

5. Для 20 траекторий движения скопления в силовом поле осесимметричной части Галактики и четырехрукавного спирального узора численно получены амплитуды колебаний удельной кинетической энергии  $T_k$  движения РЗС и расстояний  $R$  и  $z$  скопления от центра и плоскости Галактики. Сравнение этих амплитуд с данными наблюдений о величинах  $T_k$ ,  $\Delta T_k$ , дисперсиях скоростей РЗС и их расстояний от плоскости Галактики позволяет определить соотношение  $Q \simeq 0.0010\text{--}0.0012$  потенциалов моделей силового поля спиральных рукавов и осесимметричной части Галактики. Возможные причины таких значений  $Q$  обсуждаются.

6. В рассмотренных вариантах траекторий скоплений увеличение модуля угла  $i_0$  закрутки спиральных рукавов приводит к уменьшению влияния рукавов на движение РЗС в Галактике. При изменении  $i_0$  от  $-13^\circ.7$  до  $-30^\circ.0$  колебания удельных кинетических энергий  $\langle \Delta T_k \rangle$  и величин  $\frac{2\langle \Delta T_k \rangle}{\sigma_V^2}$  в среднем убывают в  $1.91 \pm 0.46$  и в  $1.91 \pm 0.32$  раза соответственно, а амплитуды  $\alpha$  колебаний в движении РЗС по  $R$ -координате уменьшаются в  $1.36 \pm 0.24$  раза при  $R_0 = 7.0$  кпк. В случае  $R_0 = 9.0$  кпк величины  $\langle \Delta T_k \rangle$ ,  $\frac{2\langle \Delta T_k \rangle}{\sigma_V^2}$  и  $\alpha$  в среднем убывают в  $1.11 \pm 0.70$  раза при изменении  $i_0$  от  $-13^\circ.7$  до  $-30^\circ.0$ .

7. Получены оценки угловой скорости и эпиклической частоты для используемой в работе трехкомпонентной модели (см. Miyamoto and Nagai, 1975; Just et al., 2023) потенциала Галактики. Показана возможность существования волн плотности в окрестностях рассмотренных траекторий РЗС в исследуемой модели Галактики.

8. Показано, что в окрестностях Солнца удельная тепловая кинетическая энергия движения скопления  $T_{k,w}(R) = \sigma_V^2/2$  в интервале расстояний  $R$  от 7.0 кпк до 9.0 кпк от галактического центра составляет 1–1.3% от общей удельной кинетической энергии  $T_k(R)$ , которая практически полностью (на 98.7–99.0%) равна удельной кинетической энергии вращения скопления относительно центра Галактики.

9. Для распределений плотности (9) отношение массы диска  $M_2(r)$  к общей массе  $M_c(r)$  трех компонентов Галактики (в интервале расстояний от ее центра от 0 до  $r$ ) достигает величины  $\gamma_M(r) = M_2(r)/M_c(r) = 0.4$  при  $r = r_b \simeq 14.69$  кпк. При уменьшении  $r$  возрастает  $\gamma_M(r)$  (например,  $\gamma_M(9.0 \text{ кпк}) \simeq 0.588$  и  $\gamma_M(7.0 \text{ кпк}) \simeq 0.649$ ).

10. Вклад потенциала гало в общий потенциал системы (4) равен 0.778, 0.708 и 0.667 при  $r = r_b$ , 9.0 и 7.0 кпк соответственно. В этой области значений  $r$  влияние гало на движение РЗС в Галактике в три раза больше, чем влияние диска. Поэтому радиальные колебания гало могут вносить существенный вклад в движение РЗС в Галактике.

11. Для распределений плотности (9) получены формулы для потенциальной энергии и момента инерции гало, с помощью которых записано и решено линеаризованное уравнение Лагранжа–Якоби, а также выведена формула (12) для частоты малых колебаний, согласно которой период таких колебаний для гало равен  $7.135 \times 10^9$  лет. При решении уравнения радиального движения звезды в поле сил гало получены формулы (13) и (14) для скорости радиального

движения и времени свободного падения  $\tau_{\text{ff}}$  звезды с расстояния  $r_0$  на центр гало. При  $r_0 = 200$  кпк определена величина  $\tau_{\text{ff}} = 1.825 \times 10^9$  лет.

12. С использованием выражения для  $\tau_{\text{ff}}$  и данных Bird et al. (2022) о скоростях  $\sigma_V$  звезд гало Галактики получены оценки радиуса Джинса  $r_J$  для гало ( $r_J = 26.7_{-2.9}^{+4.1}$  кпк) и времени падения на центр гало с расстояния  $r_0 = r_J$  ( $\tau_{\text{ff}} = 190.08$  млн лет). Для оценки  $r_J$  гало с учетом массы диска и балджа, заключенной внутри сферы радиуса  $r_0$ , использовалось выражение из Danilov (2024) для величины  $\tau_{\text{ff}}$  однородного гравитирующего шара с радиусом  $r_0 = 35$  кпк, аппроксимирующего центральную область Галактики, которая находится внутри сферы радиуса  $r_0$ ; получены оценки  $r_J = 33.83 \pm 1.41$  кпк и  $\tau_{\text{ff}} \simeq 244.38$  млн лет, указывающие на гравитационную неустойчивость областей Галактики с расстояниями  $r$  от  $r = 0$  до  $r > r_J$ .

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FEUZ-2023-0019).

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. J. Aarseth, *Astron. and Astrophys.* **35** (2), 237 (1974).
2. J. Binney and S. Tremaine, *Galactic dynamics* (Princeton University Press, Princeton, 1987).
3. J. Binney and S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, 2nd ed. (Princeton University Press, Princeton, 2008).
4. S. A. Bird, X.-X. Xue, C. Liu, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **516** (1), 731 (2022). DOI:10.1093/mnras/stac2036
5. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **437** (2), 1549 (2014). DOI:10.1093/mnras/stt1987
6. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Letters* **45** (4), 208 (2019). DOI:10.1134/S1063773719040029
7. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Letters* **49** (6), 320 (2023). DOI:10.1134/S1063773723060014
8. V. V. Bobylev, A. T. Bajkova, and G. M. Karelin, *Astronomy Letters* **48** (4), 243 (2022). DOI:10.1134/S1063773722040016
9. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Reports* **67** (8), 812 (2023). DOI:10.1134/S1063772923080024

10. A. G. A. Brown et al. (Gaia Collab.), *Astron. and Astrophys.* **616**, id. A1 (2018). DOI:10.1051/0004-6361/201833051
11. A. K. Dambis, L. N. Berdnikov, Y. N. Efremov, et al., *Astronomy Letters* **41** (9), 489 (2015). DOI:10.1134/S1063773715090017
12. V. M. Danilov, *Astrophysical Bulletin* **79** (1), 71 (2024). DOI:10.1134/S1990341323600321
13. V. M. Danilov and S. I. Putkov, *Astronomy Reports* **56** (8), 609 (2012). DOI:10.1134/S106377291208001X
14. V. M. Danilov, S. I. Putkov, and A. F. Seleznev, *Astronomy Reports* **58** (12), 906 (2014). DOI:10.1134/S1063772914120038
15. V. M. Danilov and A. F. Seleznev, *Astrophysical Bulletin* **75** (4), 407 (2020). DOI:10.1134/S1990341320040045
16. R. Drimmel et al. (Gaia Collab.), *Astron. and Astrophys.* **674**, id. A37 (2023a). DOI:10.1051/0004-6361/202243797
17. S. Gillessen, P. M. Plewa, F. Eisenhauer, et al., *Astrophys. J.* **837** (1), article id. 30 (2017). DOI:10.3847/1538-4357/aa5c41
18. F. Hohl, *Proc. IAU Symp.* No. 69, Ed. by A. Hayli (D. Reidel Pub. Co., Dordrecht, 1975), p. 349.
19. E. L. Hunt and S. Reffert, *Astron. and Astrophys.* **686**, id. A42 (2024). DOI:10.1051/0004-6361/202348662
20. D. R. H. Johnson and D. R. Soderblom, *Astron. J.* **93**, 864 (1987). DOI:10.1086/114370
21. T. C. Junqueira, C. Chiappini, J. R. D. Lépine, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **449** (3), 2336 (2015). DOI:10.1093/mnras/stv464
22. A. Just, A. E. Piskunov, J. H. Klos, et al., *Astron. and Astrophys.* **672**, id. A187 (2023). DOI:10.1051/0004-6361/202244723
23. S. A. Kaplan and R. B. Shatsova, *Sov. Astron.* **19** (2), 160 (1975).
24. I. R. King, *An Introduction to Classical Stellar Dynamics* (Editorial URSS, Moscow, 2002) [in Russian].
25. L. Landau and E. Lifshitz, *Theoretical physics: Mechanics*, Vol. I, *Course of theoretical physics*, 4th ed. (Science, Moscow, Physical-Mathematical Literature, 1988).
26. C. C. Lin and F. H. Shu, *Astrophys. J.* **140**, 646 (1964). DOI:10.1086/147955
27. C. C. Lin, C. Yuan, and F. H. Shu, *Astrophys. J.* **155**, 721 (1969). DOI:10.1086/149907
28. A. V. Loktin and G. V. Beshenov, *Astronomy Reports* **47** (1), 6 (2003). DOI:10.1134/1.1538491
29. A. V. Loktin and M. E. Popova, *Astrophysical Bulletin* **74** (3), 270 (2019). DOI:10.1134/S1990341319030039
30. D. Lynden-Bell, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **136**, 101 (1967). DOI:10.1093/mnras/136.1.101
31. D. Lynden-Bell and A. J. Kalnajs, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **157**, 1 (1972). DOI:10.1093/mnras/157.1.1
32. L. S. Marochnik and A. A. Suchkov, *Galaxy* (Nauka, Moscow, 1984) [in Russian].
33. L. S. Marochnik and A. A. Suchkov, *The Milky Way Galaxy* (Gordon and Breach Publishers, 1996).
34. L. A. Martinez-Medina, B. Pichardo, A. Pérez-Villegas, and E. Moreno, *Astrophys. J.* **802** (2), article id. 109 (2015). DOI:10.1088/0004-637X/802/2/109
35. M. Miyamoto and R. Nagai, *Publ. Astron. Soc. Japan* **27**, 533 (1975).
36. F. Olver, *Asymptotics and Special Functions* (Academic Press, Boston, 1974).
37. J. P. Ostriker and P. J. E. Peebles, *Astrophys. J.* **186**, 467 (1973). DOI:10.1086/152513
38. E. Poggio, R. Drimmel, R. Andrae, et al., *Nature Astronomy* **4**, 590 (2020). DOI:10.1038/s41550-020-1017-3
39. M. E. Popova, *Astrophysical Bulletin* **78** (2), 134 (2023). DOI:10.1134/S1990341323020049
40. M. E. Popova and A. V. Loktin, *Astronomy Letters* **31** (3), 171 (2005). DOI:10.1134/1.1883348
41. T. Prusti et al. (Gaia Collab.), *Astron. and Astrophys.* **595**, id. A1 (2016). DOI:10.1051/0004-6361/201629272
42. A. S. Rastorguev, and A. K. Dambis, *Kinematics of Galaxy Populations* (Moskow State University, SAI, 2010) [in Russian].
43. W. C. Saslaw, *Gravitational Physics of Stellar and Galactic Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1985).
44. J. A. Sellwood and J. J. Binney, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **336** (3), 785 (2002). DOI:10.1046/j.1365-8711.2002.05806.x
45. R. B. Shatsova, *Sov. Astron.* **9**, 124 (1965a).
46. R. B. Shatsova, *Sov. Astron.* **9**, 461 (1965b).
47. A. Toomre, *Astrophys. J.* **139**, 1217 (1964). DOI:10.1086/147861
48. A. Vallenari et al. (Gaia Collab.), *Astron. and Astrophys.* **674**, id. A1 (2023b). DOI:10.1051/0004-6361/202243940
49. C. Wegg, O. Gerhard, and M. Portail, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **450** (4), 4050 (2015). DOI:10.1093/mnras/stv745
50. R. Wielen, in *Proc. IAU General Assembly, University of Sydney, Sydney, Australia, 1973*, Ed. by L. Perek, pp. 395–407 (Dordrecht, D. Reidel Publishing Co., 1974) pp. 395–407.

**On the Motion of Open Star Clusters in the Galaxy according to Gaia DR3 data****V. M. Danilov<sup>1</sup> and M. E. Popova<sup>1</sup>**<sup>1</sup>Kourovka Astronomical Observatory named after K. A. Barkhatova, Ural Federal University  
named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, Yekaterinburg, 620000 Russia

The paper estimates the average components of the velocities  $V_R$ ,  $V_\theta$ ,  $V_z$ , specific kinetic energies  $T_k$ , and dispersions  $\sigma_V^2$  of the velocities of open star clusters (OSCs) in the solar neighborhood based on the Gaia DR3 data. The dependences of the dispersions of the  $T_k$  values and the velocities of the open-clusters on the distance  $R$  of the clusters to the Galactic rotation axis are constructed. A number of local maxima and minima in these dependences are noted. Numerical modeling of the trajectories of the OSC motions in the force field of the axisymmetric part of the Galaxy (the three-component model of Miyamoto, Nagai) and a four-armed spiral pattern was performed. Comparison of the values  $T_k$ , the amplitudes of  $T_k$  oscillations and the cylindrical galactocentric coordinates  $(R, \theta, z)$  of the OSCs with time and kinematic data on the motion of clusters results in estimating the ratio of the potentials of the spiral arms and the axisymmetric part of the Galaxy  $Q = 0.0010\text{--}0.0012$ . Within the framework of the considered model of the Galaxy, the following was obtained: (1) the ratio of the disk mass to the total mass of the three components of the Galaxy (in the range of distances from its center from 0 to  $r$ ) equal to 0.4 is achieved with  $r = r_b \simeq 14.69$  kpc; (2) the contribution of the halo potential to the total potential of the Galaxy is equal to 0.778, 0.708, and 0.667 with  $r = r_b$ , 9, and 7 kpc, respectively. In this range of  $r$  values, the influence of the halo on the motion of OSCs in the Galaxy is approximately three times greater than the influence of the disk. Therefore, radial oscillations of the halo can make a significant contribution to the motion of OSCs in the Galaxy; (3) a formula for the frequency of small oscillations of the halo was obtained, the period of such oscillations is  $7.135 \times 10^9$  yrs; (4) a formula for the free-fall time  $\tau_{\text{ff}}$  of a star from a distance  $r_0$  to the halo center was obtained; (5) using  $\tau_{\text{ff}}$  and the data obtained in 2022 by Bird et al. on the velocities  $\sigma_V$  of Galactic halo stars, an estimate of the Jeans radius was obtained for the halo:  $r_J = 26.7_{-2.9}^{+4.1}$  kpc. For the central part of the Galaxy, enclosed within a sphere of the radius  $r_0 = 35$  kpc, using  $\tau_{\text{ff}}$  from our 2024 work for a homogeneous gravitating sphere, we obtained the estimate  $r_J = 33.83 \pm 1.41$  kpc indicating the gravitational instability of regions of the Galaxy with the distances  $r$  from  $r = 0$  to  $r > r_J$ .

Keywords: *stars: kinematics and dynamics; Galaxy: halo; Galaxy: kinematics and dynamics; open clusters and associations: general; Galaxy: Solar neighborhood*