

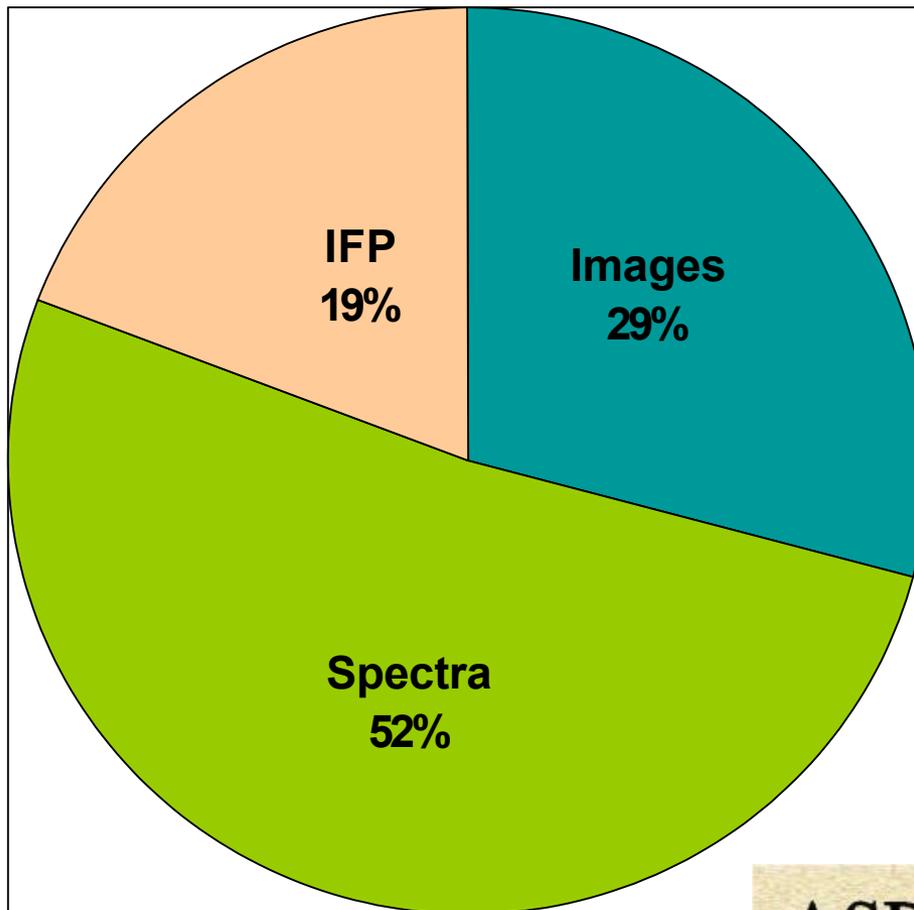
# Многорезжимный фокальный редуктор телескопа БТА

## Лекция II.

Спектральное разрешение. Теория астрономического спектрографа. Согласование оптики телескопа и спектрографа. Дискретизация. Атмосферная дисперсия. Неравномерная засветка щели. Объемно-фазовые голографические решетки.

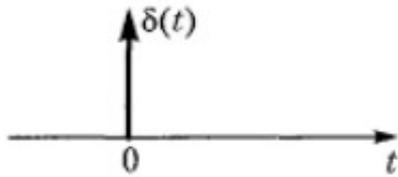
# БТА - "спектральный телескоп"

## Суммарная длительность экспозиций за период 2000-2007 гг

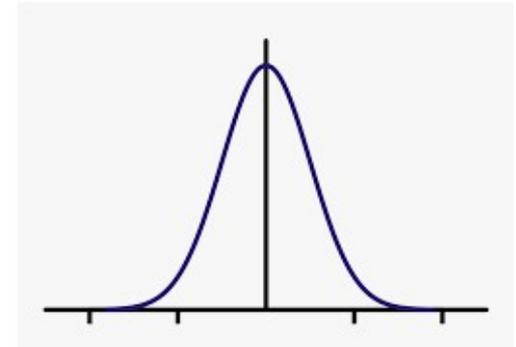
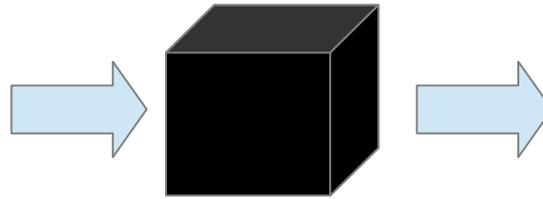


# Спектральное разрешение: инструментальный контур

“Практическое” определение инструментального (аппаратного) профиля (контура):  
**Отклик прибора на  $\delta$ -функцию**

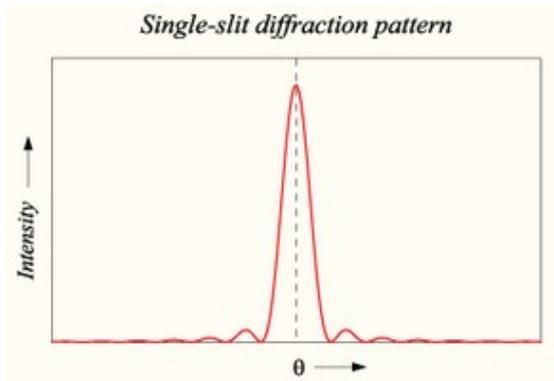


- $\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0; \end{cases}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1.$



Очень часто подразумевают, что инструментальный контур – гауссиана, но на практике это может быть не так!

Дифракция на щели:



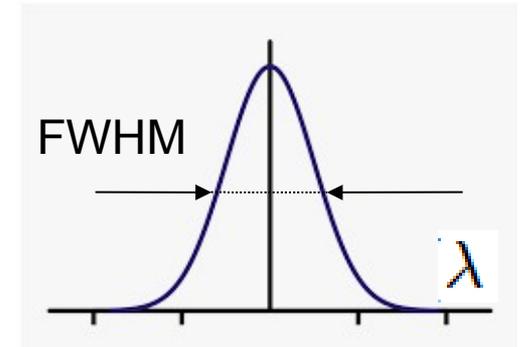
$$I(\theta) = I_0 \left[ \text{sinc} \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \right) \right]^2$$

$$\text{sinc } x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sin x}{x}.$$

# Спектральное разрешение: гауссиана

Очень удобное описание “колоколообразного” инструментального контура, к тому же, часто реально хорошо работает. А еще очень простая связи полуширины и дисперсии.

“Полуширина”= на самом деле **полная ширина**, но на половине высоты  
FWHM — full width at half maximum



$$I(\lambda) = I_0 \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

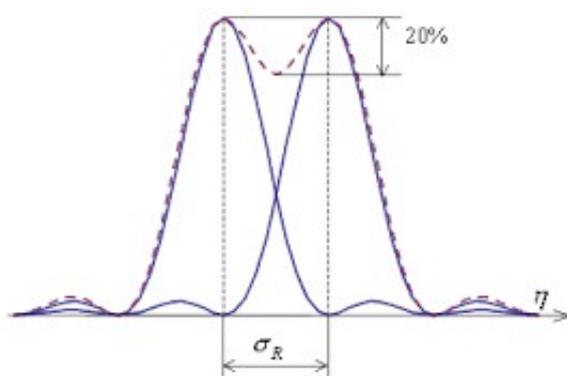
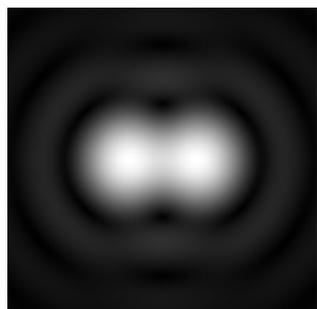
$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma \approx 2.3548\sigma$$

Здесь важно помнить о том, что гауссиана – статистическая функция плотности нормального распределения. И “сигма” - не только параметр ширины колокола, но и статистический момент (среднеквадратическое отклонение)

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$



# Спектральное разрешение: критерий Рэля



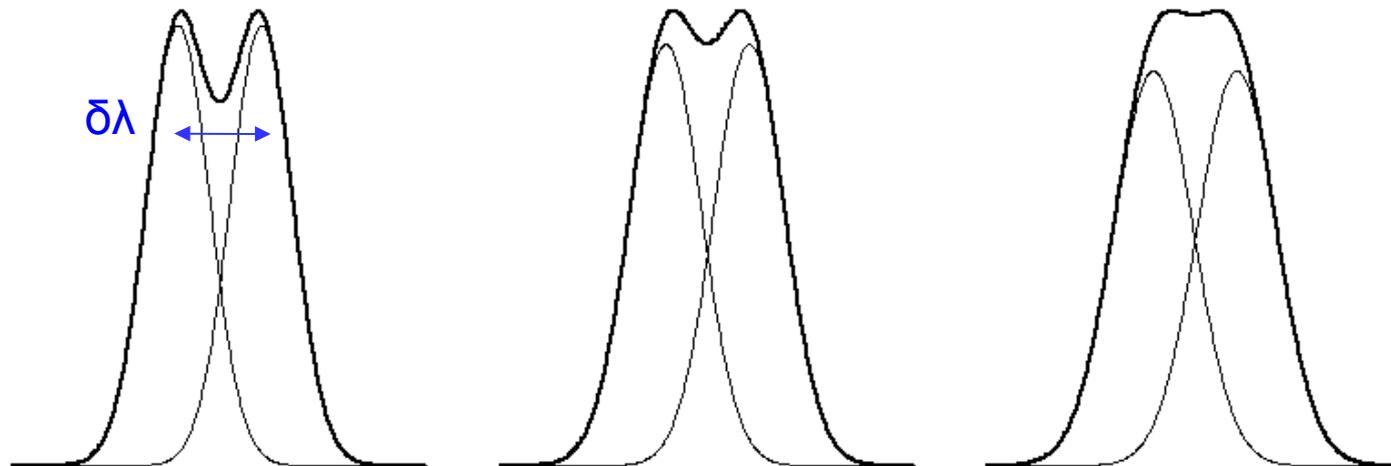
*Расстояние между пиками равно радиусу первого темного кольца*

Практическое определение: *20% провал в распределении интенсивности*

$\delta\lambda = 1.13FWHM$  20%

$\delta\lambda = 1.00FWHM$  7%

$\delta\lambda = 0.90FWHM$  4%



На практике часто полагаем, что “разрешение”  $\delta\lambda = FWHM$

$R = \lambda / \delta\lambda$  – удобно, т.к. безразмерно

# Теория решетки “из учебника”

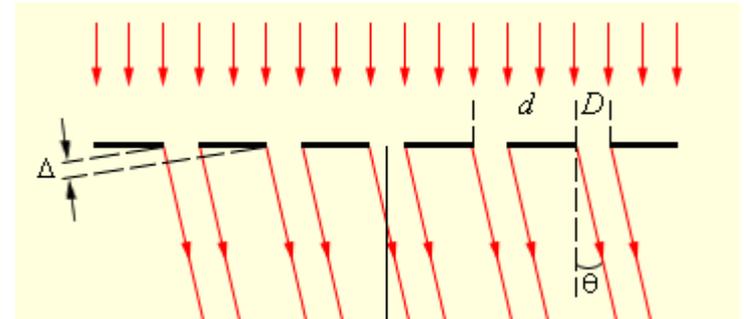
Разрешающая сила прибора, основанного на принципах интерференции света (дифракционные решетки всех видов, интерферометры):

$$R = \lambda / \delta\lambda = mN$$

$\delta\lambda$  - FWHM инструментального контура

$m$  – порядок интерференции

$N$  – число интерферирующих лучей



Для решетки:  $R = \rho W$

$\rho$  - плотность штрихов на единицу площади

$W$  – засвеченная площадь

Но тогда достигнутое на SCORPIO разрешение  $R=2600$  можно было бы получить с решеткой 600 шт/мм в пучке диаметром всего 4 мм!

В реальности же это только с VPHG1800 в пучке диаметром  $\sim 40$  мм.

# Теория решетки в астроспектроскопии

Одной решетки мало!

Есть щель, а оптика спектрографа строит ее монохроматические изображения.

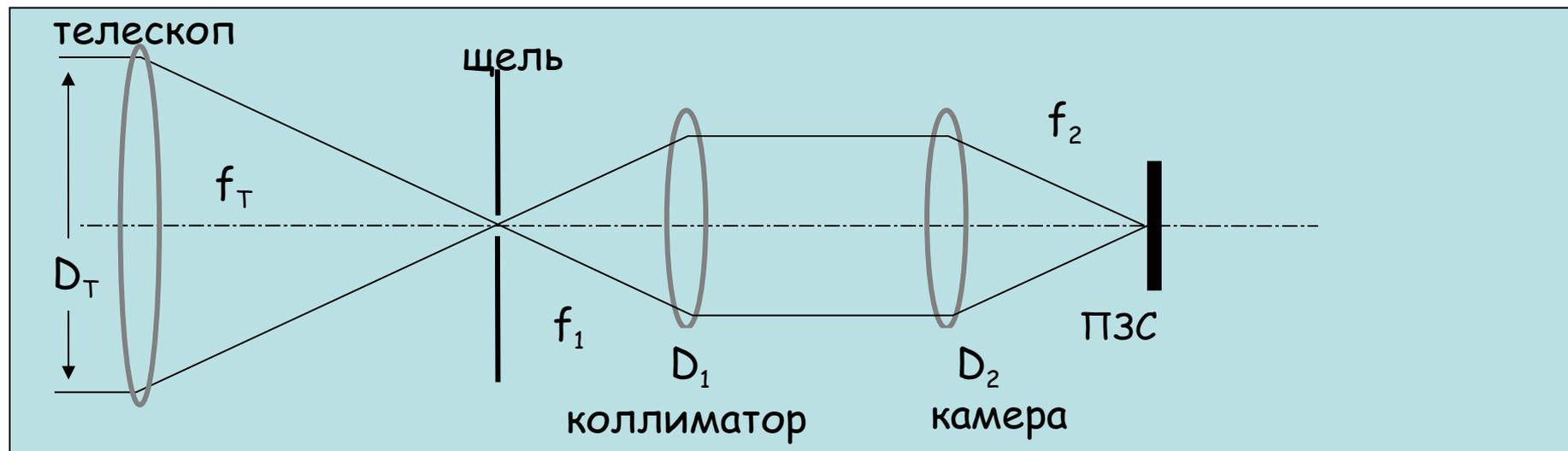
## **Надо:**

- выделить требуемую область в наблюдаемом объекте
- создать параллельный пучок (для дисперсера), а потом ещё построить спектр на детекторе

## **Имеется:**

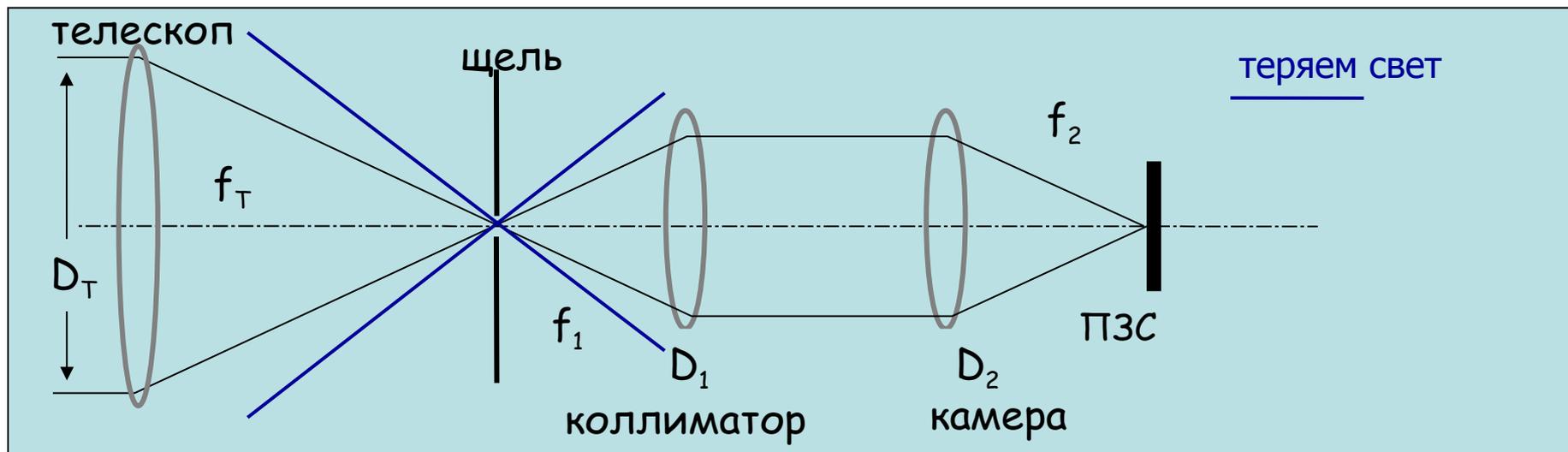
- спектрограф (как оптическая система)
- щель
- телескоп, определяющий параметры оптики спектрографа

# Согласование оптики спектрографа и телескопа



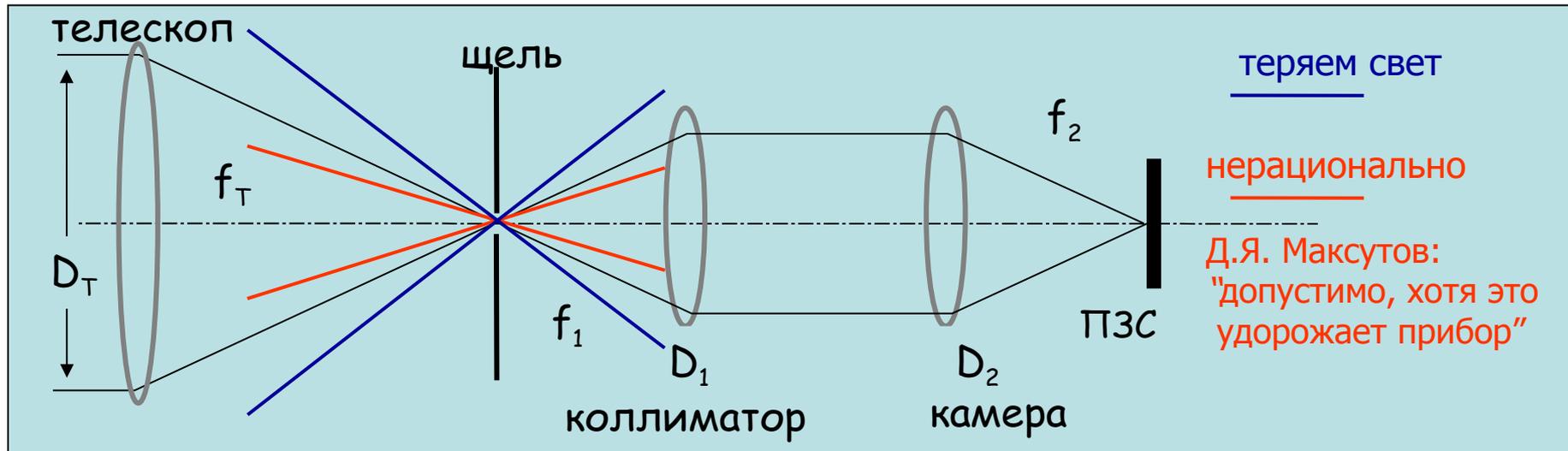
Согласование светосилы:  $D_T/f_T = D_1/f_1$

# Согласование оптики спектрографа и телескопа



Согласование светосилы:  $D_T/f_T = D_1/f_1$

# Согласование оптики спектрографа и телескопа



Согласование светосилы:  $D_T/f_T = D_1/f_1$

Чтобы прибор работал как редуктор, необходимо:  $f_2 < f_1$  при том, что  $D_1 \approx D_2$

Т.е. **светосила камеры должна быть больше чем светосила телескопа**

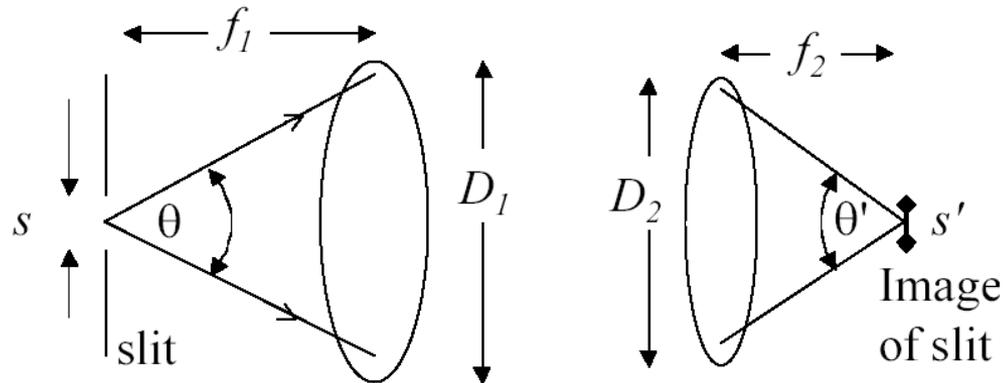
В ПФ на БТА **нужна светосильная камера** – избыточен масштаб изображения ( $1'' = 116 \mu$ ),  $\sim 10$  пикселей типичной ПЗС. Хочется уменьшить масштаб раза в 2

Проблемы светосильной оптики:

- Аберрации растут как  $(D/f)^{2-3}$

- Требуется малый рабочий отрезок (от ПЗС до первой линзы камеры). А сильно уменьшать его нельзя из конструктивных соображений (термоэмиссия от стекла к чипу ПЗС и т.д.).

# Спектрограф как телескопическая система



$$s' = s \frac{(f_2/D_2)}{(f_1/D_1)}$$

Спектрограф строит серию монохроматических изображений входной щели, поэтому для нас важно только то, что решетка разводит лучи с разными длинами волн, т.е. обладает дисперсией:

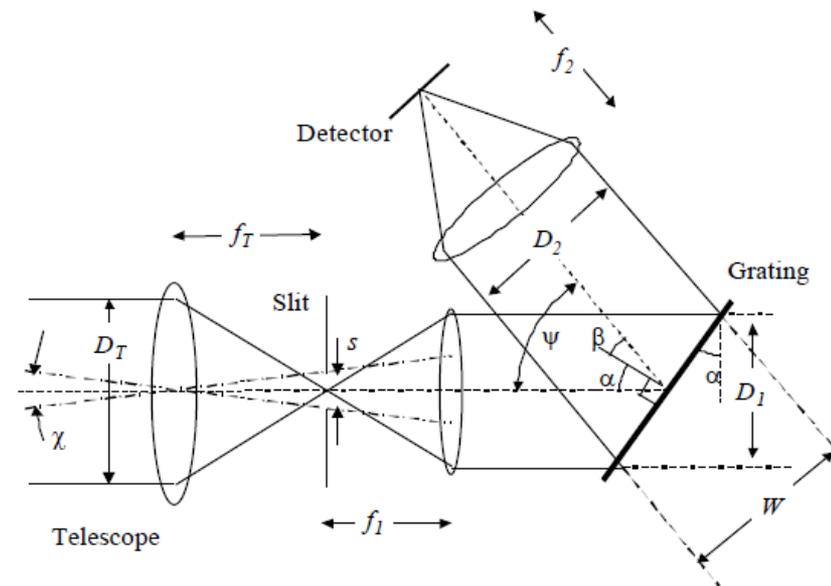
Теория решетки:  $m\rho\lambda = \sin\alpha + \sin\beta$

Угловая дисперсия:  $\frac{d\lambda}{d\beta} = \frac{\cos\beta}{m\rho}$

Линейная дисперсия:  $\frac{d\lambda}{dx} = \frac{d\lambda}{d\beta} \frac{d\beta}{dx} = \frac{\cos\beta}{m\rho f_2}$

Реальное разрешение спектрографа (в длинах волн):

$$\Delta\lambda = \left(\frac{d\lambda}{dx}\right) s'$$



# Спектрограф как телескопическая система

$$\Delta\lambda = \left(\frac{d\lambda}{dx}\right) s' = \frac{\cos\beta}{m\rho f_2} s \left(\frac{F_2}{F_1}\right) = \frac{s D_1 \cos\beta}{m\rho D_2 f_1} \stackrel{=W}{=} \frac{s}{m\rho F_1 W} \quad F_i = f_i / D_i$$

тогда спектральное разрешение:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{m\rho W \lambda f_1}{s D_1}$$

Удобнее ширину щели выразить в угловой мере :

$$\chi = \frac{s}{f_T}$$

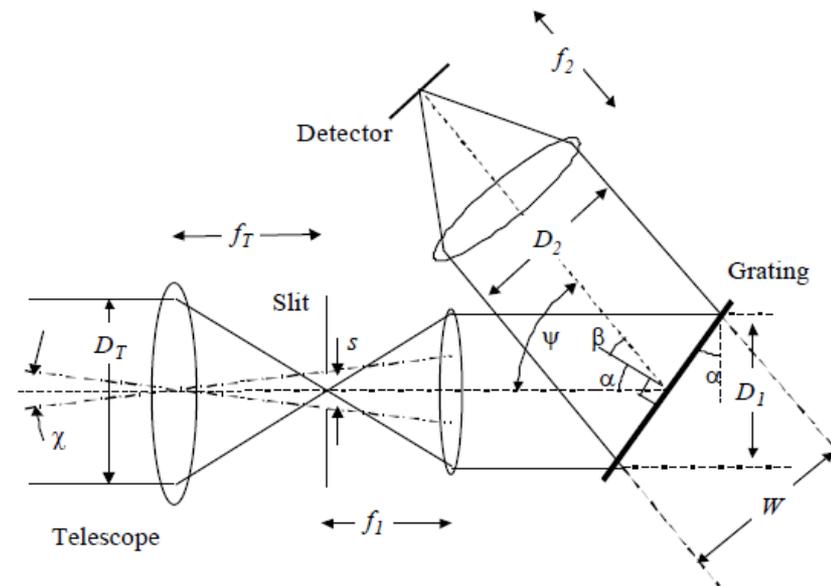
Вспомнив про согласование:

$$\frac{D_1}{f_1} = \frac{D_T}{f_T}$$

получаем:

$$R = \frac{m\rho W \lambda}{\chi D_T} = R_{theor} \frac{\lambda}{\chi D_T}$$

Реально разрешение спектрографа зависит еще и от шириной щели и от **диаметра** телескопа!



## Различие между теоретическим и реальным разрешением

$$R = R_{theor} \frac{\lambda}{\chi D_T} \longrightarrow R(BT A, \lambda = 6000 \text{ \AA}) \approx R_{theor} \frac{1}{48 \chi('')}$$

То, что дифракционная решетка сама обладает спектральным разрешением для астрономического спектрографа значения не имеет! Нам важно только то, что она обладает дисперсией.

### **А спектральное разрешение задается шириной щели.**

Теоретический предел достигается только при бесконечно узкой щели. В реальном же спектрографе разрешение может быть в десятки раз меньше, причем чем больше диаметр телескопа, тем больше проблем с достижением одного и того же спектрального разрешения.

# Выбор ширины щели (I)

Чем уже щель, тем лучше спектральное разрешение.  
Но почему мы не можем сильно сужать щель?

Предельная ширина щели определяется **характеристиками детектора и дифракцией на щели**. Самая узкая щель, при которой мы еще не теряем спектральную информацию называется **нормальной**.

Теорема Котельникова (Найквиста) в вольном изложении применительно к нашему случаю практической спектроскопии:

**Оптимальная дискретизация составляет  $n_0=2$  элемента детектора на ширину (FWHM) инструментального контура спектрографа.**

# теорема Котельникова (частота Найквиста)

Справочник по математике  
для научных работников и  
инженеров. Корн Г., Корн Т.

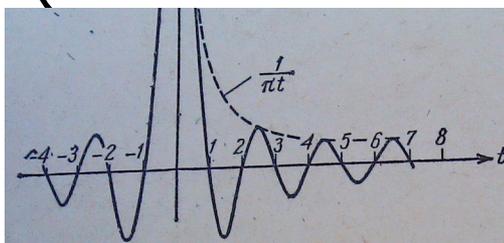


Рис. 18.11-2. График функции  
 $\text{sinc } t = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$ .

с ограниченным спектром может быть представлен в виде

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_k) \frac{\sin 2\pi B(t-t_k)}{2\pi B(t-t_k)}, \quad (t_k = k/(2B), k=0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

(18.11-11)

18.11-2. Процесс с ограниченным спектром. Теорема Котельникова.

(а) Процесс  $x(t)$  имеет ограниченный спектр или ограниченную полосу частот, если его преобразование Фурье  $X_F(i\omega)$  (п. 4.11-3) равно нулю при  $|\omega| > 2\pi B$ ; число  $B$  называется шириной спектра процесса  $x(t)$  и измеряется в герцах, если  $t$  измеряется в секундах.

Теорема В. А. Котельникова. Каждый процесс  $x(t)$

В оригинальной статье  
(Котельников, 1933) было 7  
связанных теорем!

Функции, состоящие из частот от 0 до  $f_1$

Теорема I. Любую функцию  $F(t)$ , состоящую из частот от 0 до  $f_1$  периодов в секунду, можно представить рядом

$$F(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} D_k \frac{\sin \omega_1 [t - k/(2f_1)]}{t - k/(2f_1)}, \quad (1)$$

где  $k$  — целое число;  $\omega_1 = 2\pi f_1$ ;  $D_k$  — постоянные, зависящие от  $F(t)$ .

И наоборот, любая функция  $F(t)$ , представленная рядом (1), состоит лишь из частот от 0 до  $f_1$  периодов в секунду.

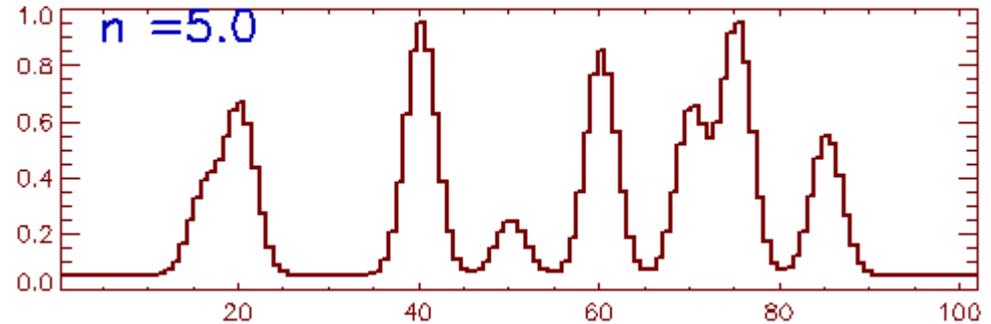
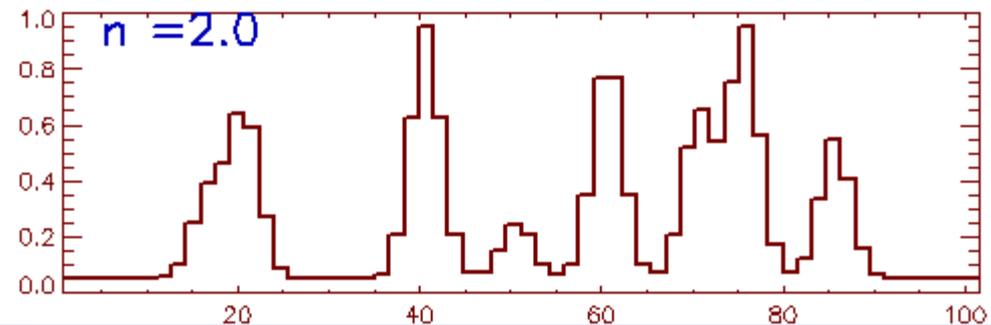
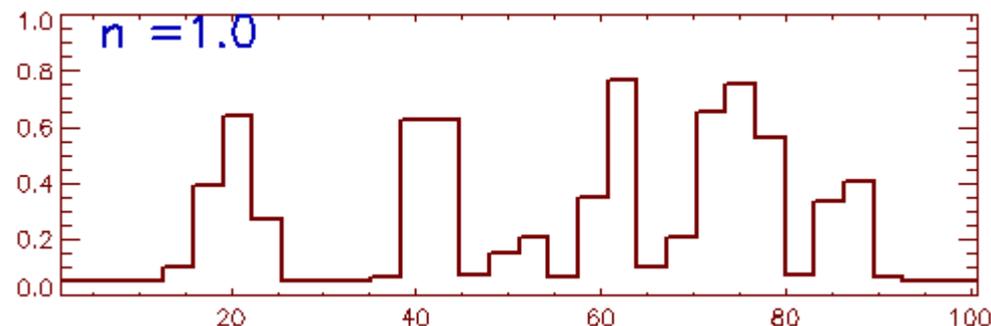
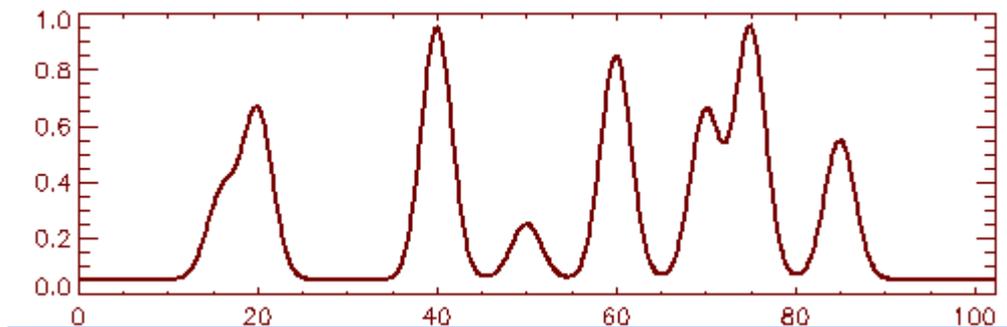
**Оптимальная дискретизация составляет  $n_0=2$  элемента детектора на ширину (FWHM) инструментального контура спектрографа.**

# Дискретизация

$n < n_0$  – теряем спектральную информацию  
(можем измерить скорости, но не FWHM)

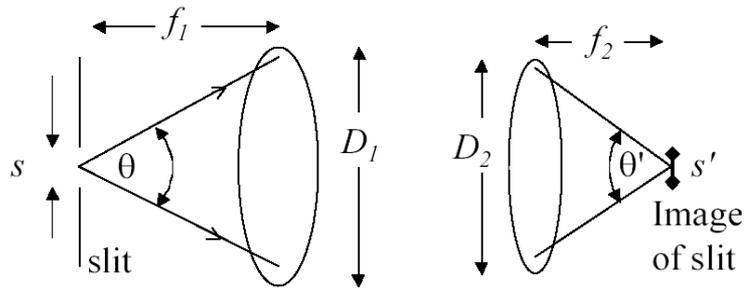
$n = n_0$  – оптимально  
(на практике  $n_0 = 2.5-3$ )

$n > n_0$  – избыточная дискретизация. Иногда полезно, но жалко неэффективно использовать детектор



## Выбор ширины щели (II)

На практике, “нормальная щель” – это щель, FWHM которой (в проекции на детектор) равняется 2.5-3 пикселя



$$s = s' \frac{(D_2/f_2)}{(D_1/f_1)} = (2.5 \div 3) \frac{(D_2/f_2)}{(D_T/f_T)} [px]$$

Ширина “нормальной щели” – пропорциональна светосиле камеры, а чем светосильнее камера – тем больше с ней проблем.

С другой стороны, чем шире щель (в угловой мере), тем лучше у спектрографа **широкощельность**.

Оптимальная широкощельность – когда ширина нормальной щели равняется пространственному разрешению на телескопе (в наших условиях это размер звездных изображений – seeing)

# Нормальная щель на SCORPIO

У камер SCORPIO-[1/2]:  $D_2/f_2 = F/1.8$ , тогда ширина нормальной щели составляет всего  $75-90\mu = 0.65-0.75''$ ,

**в два раза меньше характерных размеров звездных изображений.**

Один из серьезных недостатков SCORPIO – низкая широкощельность. Вызвано это как техническими сложностями с изготовлением светосильной камеры, так и необходимостью найти компромисс для работы в нескольких режимах наблюдений.

Первопричина – относительно большая светосила при наблюдениях в первичном фокусе БТА (F/4).

# Реальная щель на SCORPIO

SCORPIO-1 «стандартная» щель: 1.2"

SCORPIO-2: щель переменной ширины: 0.5-7"

В большинстве наблюдений мы устанавливаем щель шириной 1", что заметно шире нормальной, но жалко терять свет.

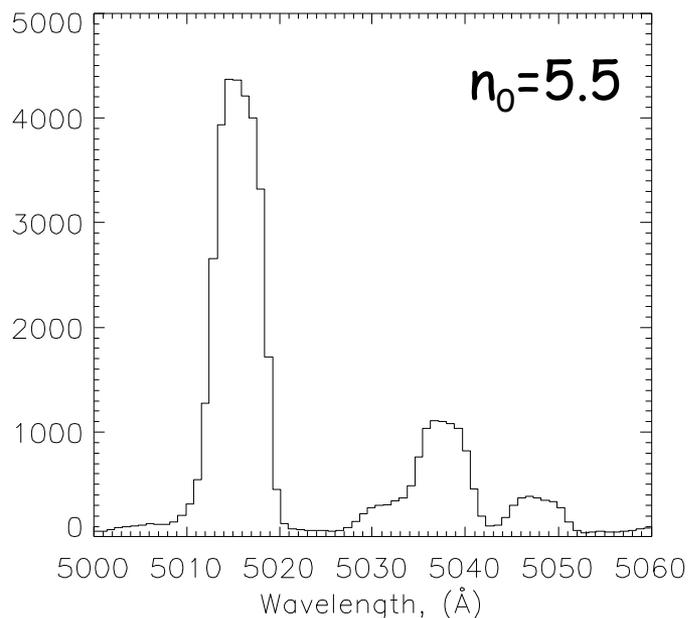
Так как в среднем seeing > 1.5", то и эта щель оказывается узкой

Проблемы столь узкой щели:

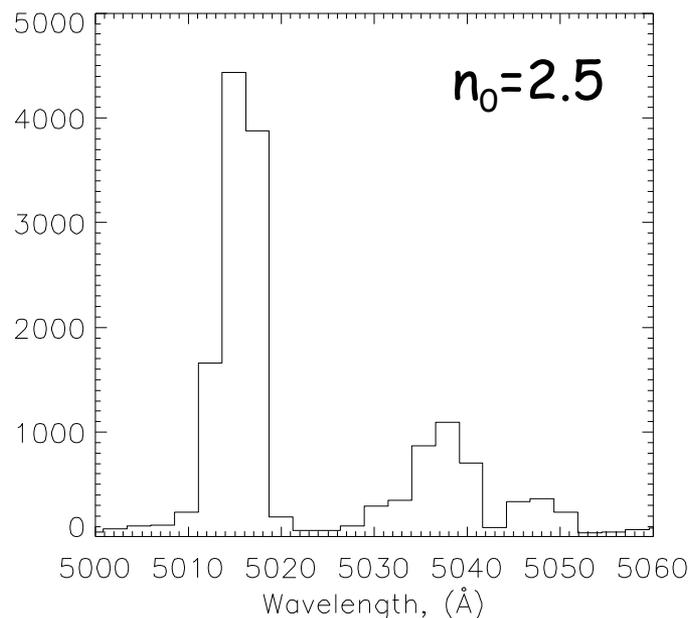
- Теряем свет от объекта (ухудшаем S/N)
- Сложно заниматься спектрофотометрией (потери света)
- Высокие требования к точности установки объектов на щель.

# Еще раз о дискретизации

SCORPIO



«Обычный спектрограф»



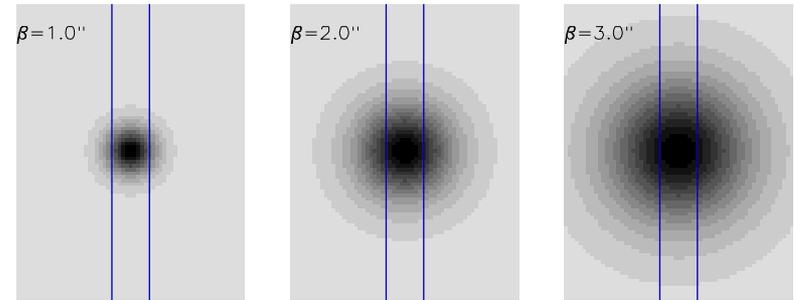
Избыточная дискретизация (oversampling) со SCORPIO (щель 1''):

Помогает при изучении формы профилей линий, и измерении дисперсии скоростей методом кросс-корреляций.

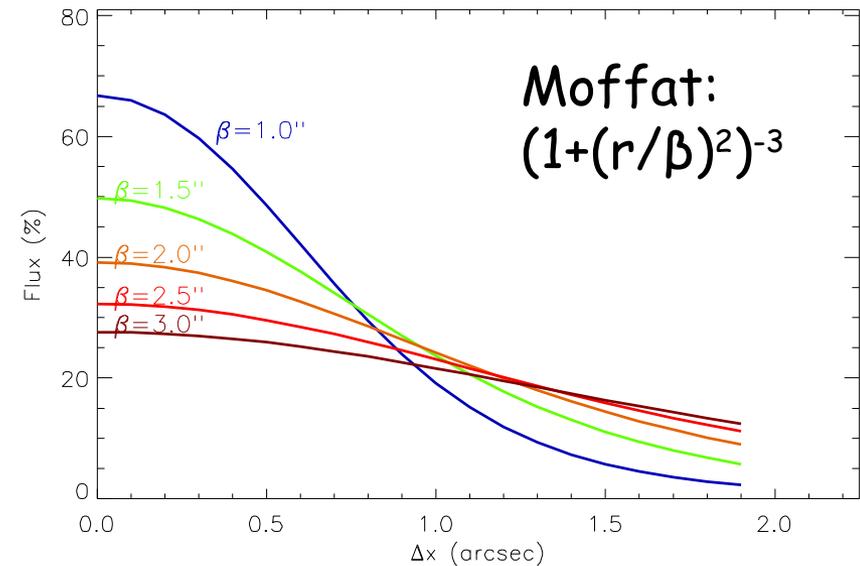
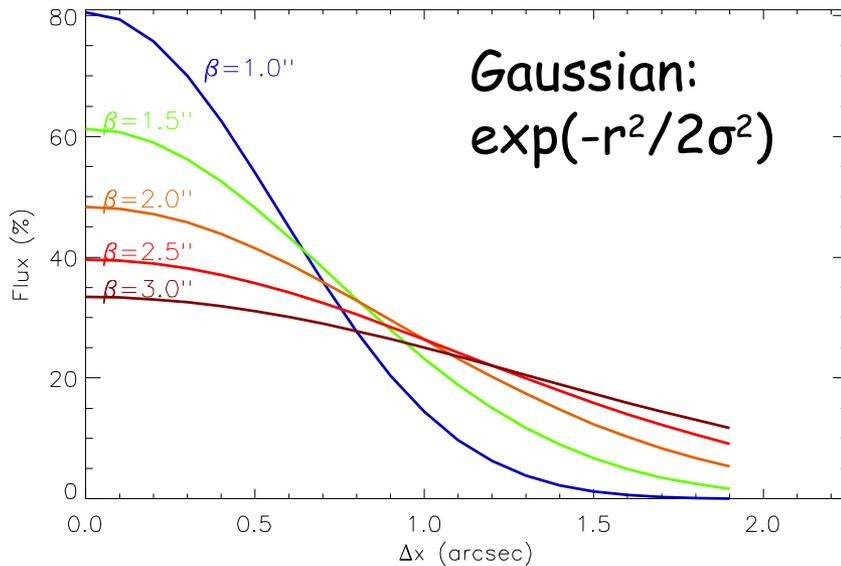
Но на первый взгляд линии выглядят «расфокусированными»

# Потери света на щели

Поправка за щель зависит не только от качества изображений, но и от точности наведения

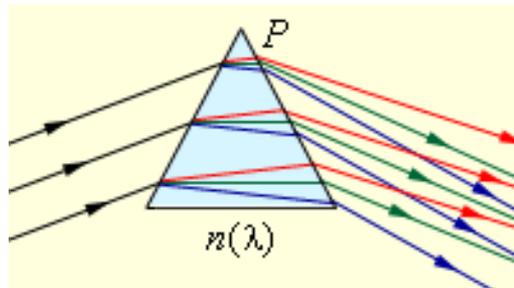


Расчет потерь света на 1'' щели для двух вариантов функций распределения:



Возможно, что лучший вариант - рассчитывать поправку интегрируя поток в наблюдаемых изображениях

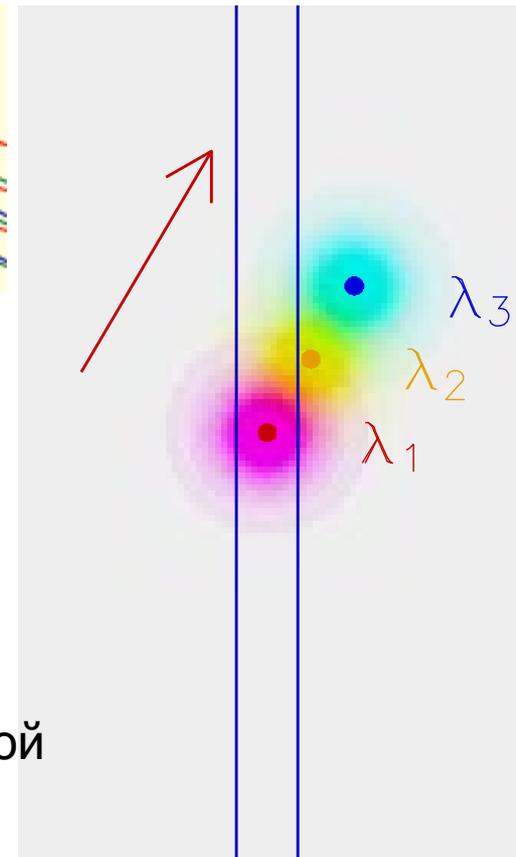
# Атмосферная дисперсия



Она же дифференциальная рефракция атмосферы: изменение угла рефракции светового луча от его длины волны.

Атмосферная дисперсия и CAO:

- Можно непосредственно измерить с мультисрачковым спектрографом MPFS или SCORPIO-2/IFU
- Спекл-интерферометр БТА имеет компенсатор атмосферной дисперсии



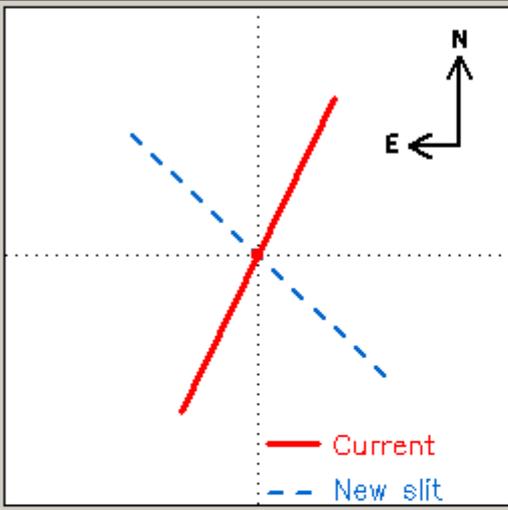
Надо стараться, чтобы щель спектрографа совпадала с направлением атмосферной дисперсии, т.е. была вертикальна.

Для SCORPIO-[1/2] это означает, что  $PA(\text{table})=222^\circ/132^\circ$

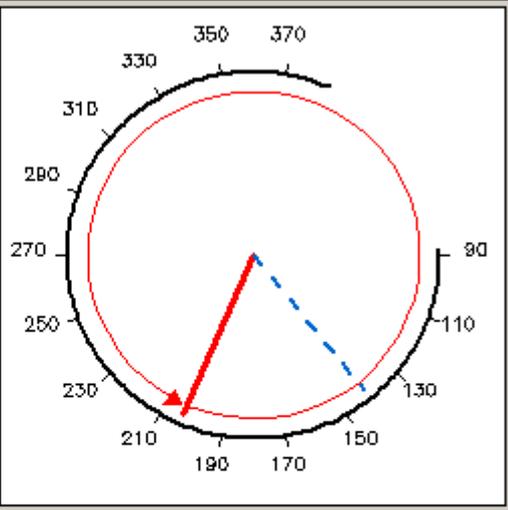
# РА щели

POSITION ANGLE of the SLIT

Slit position



PF table rotation



— Current  
- - - New slit

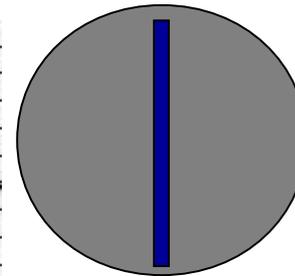
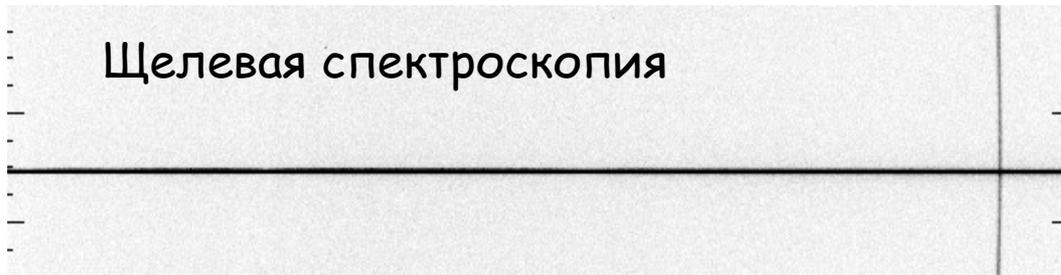
	Current	New
PA(table)	203.40	132.00
PA(slit)	154.59	225.99
Texp	>12 h	06:36

PA+180    Atm. dispersion

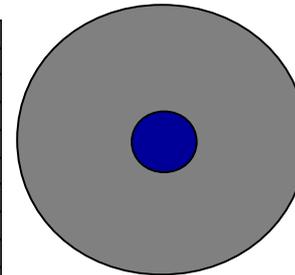
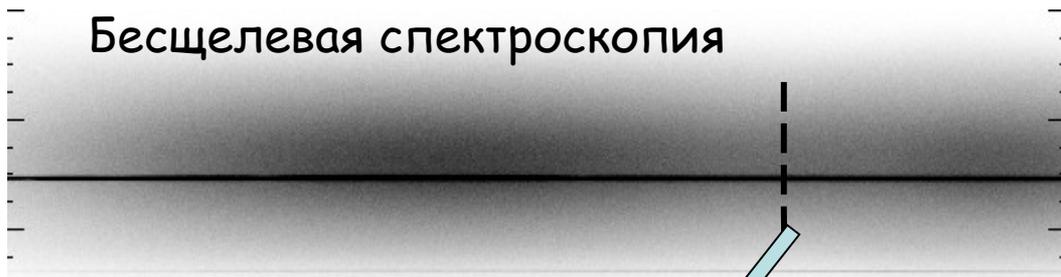
Rotation

QUIT

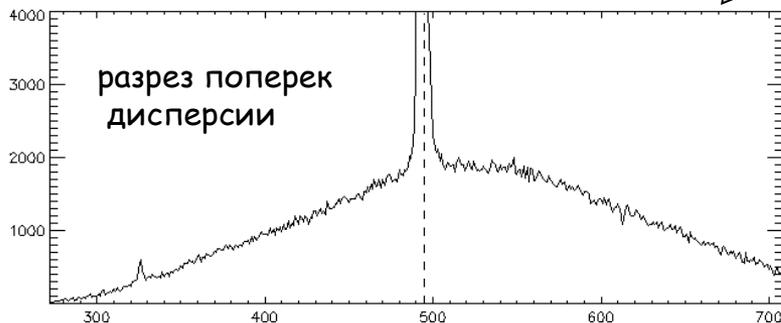
# Потери на щели II: наблюдения стандартов



потери света на щели  
искажения формы  
спектра из-за  
атмосферной дисперсии



проблема фона  
ошибка калибровки по  
длинам волн, изменение  
спектрального  
разрешения



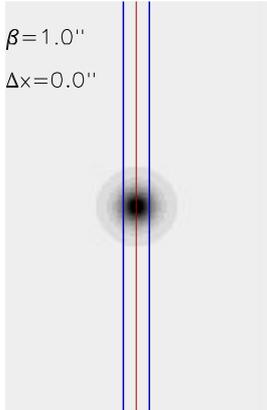
- сдвиг шкалы  $\lambda$  не принципиален
- проблема фона и близких объектов решается подбором «удобных» звезд ( $10-13^m$ )
- Но исправить спектр за полосы атмосферного поглощения можно только по щелевым спектрам!

Старайтесь снимать максимум возможных калибровок во всех доступных режимах – сэкономим массу времени при анализе

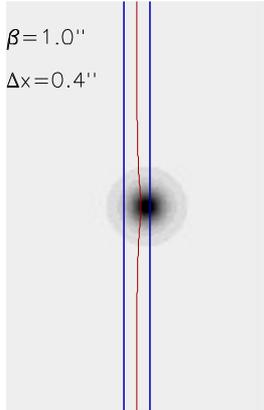
# Неравномерная засветка щели

Случай VPHG1200G, щель 1"

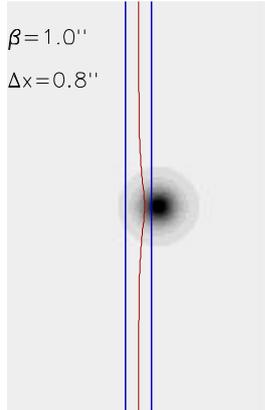
$\Delta V = 0$  km/s  
Flux = 66%



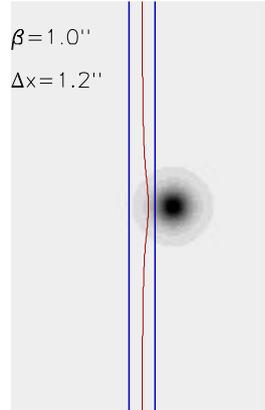
$\Delta V = 47$  km/s  
Flux = 54%



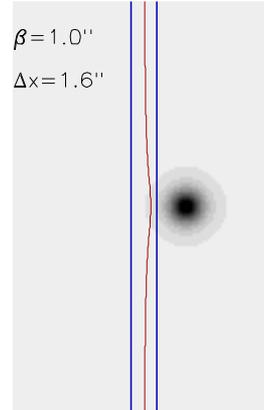
$\Delta V = 73$  km/s  
Flux = 29%



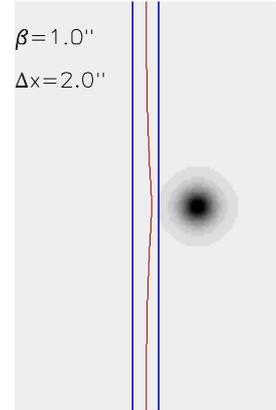
$\Delta V = 79$  km/s  
Flux = 11%



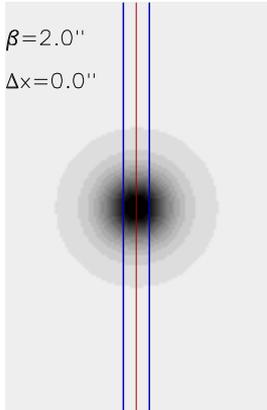
$\Delta V = 75$  km/s  
Flux = 4%



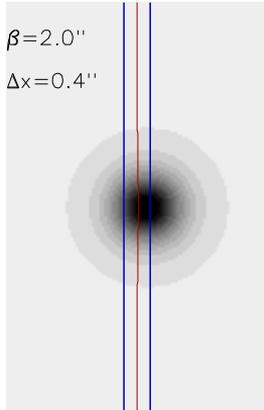
$\Delta V = 69$  km/s  
Flux = 1%



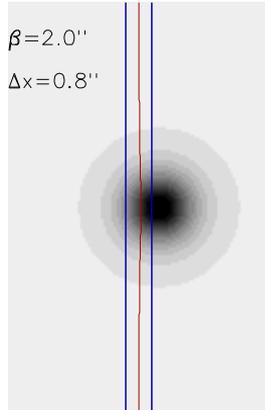
$\Delta V = 0$  km/s  
Flux = 39%



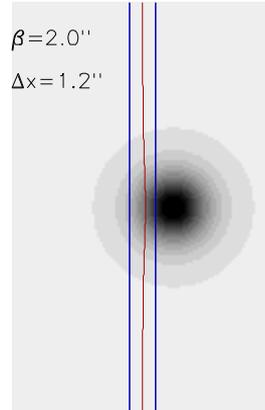
$\Delta V = 16$  km/s  
Flux = 36%



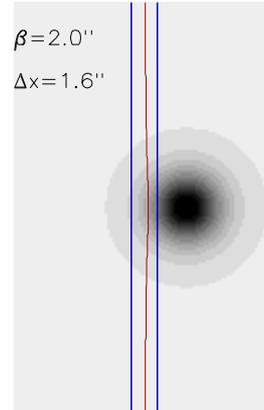
$\Delta V = 29$  km/s  
Flux = 28%



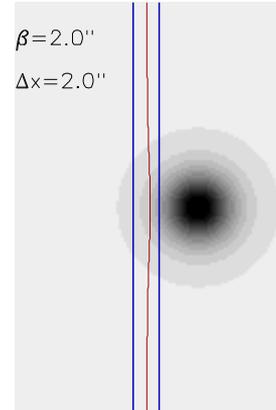
$\Delta V = 38$  km/s  
Flux = 19%



$\Delta V = 43$  km/s  
Flux = 12%



$\Delta V = 44$  km/s  
Flux = 7%

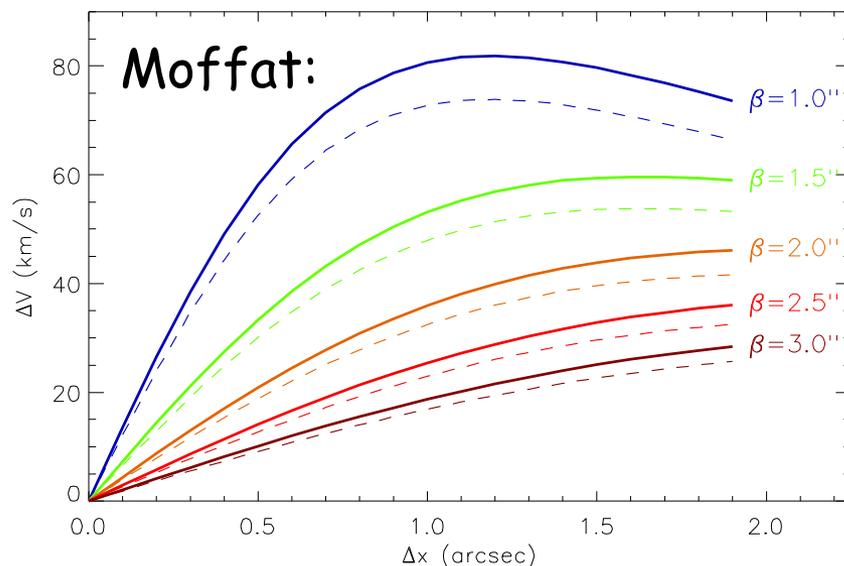
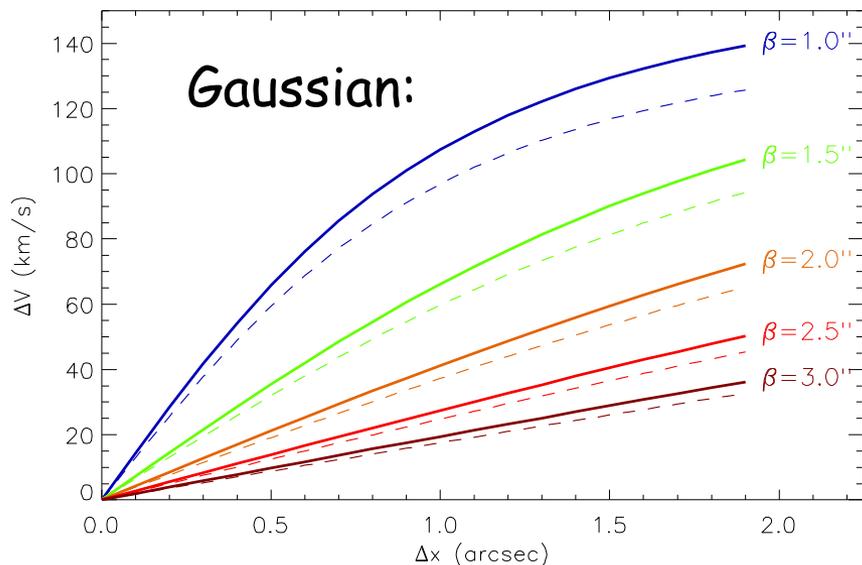


# Ошибки измерения лучевых скоростей звезд

Случай VPHG1200G, щель 1"

(см. Моисеев, 2008, АБюл, 63, 74)

Расчет ошибок скоростей для двух вариантов функций распределения:

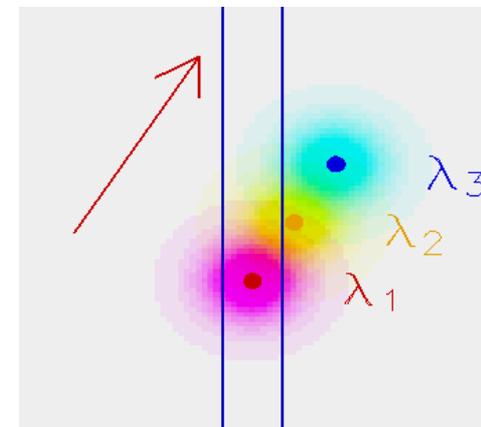
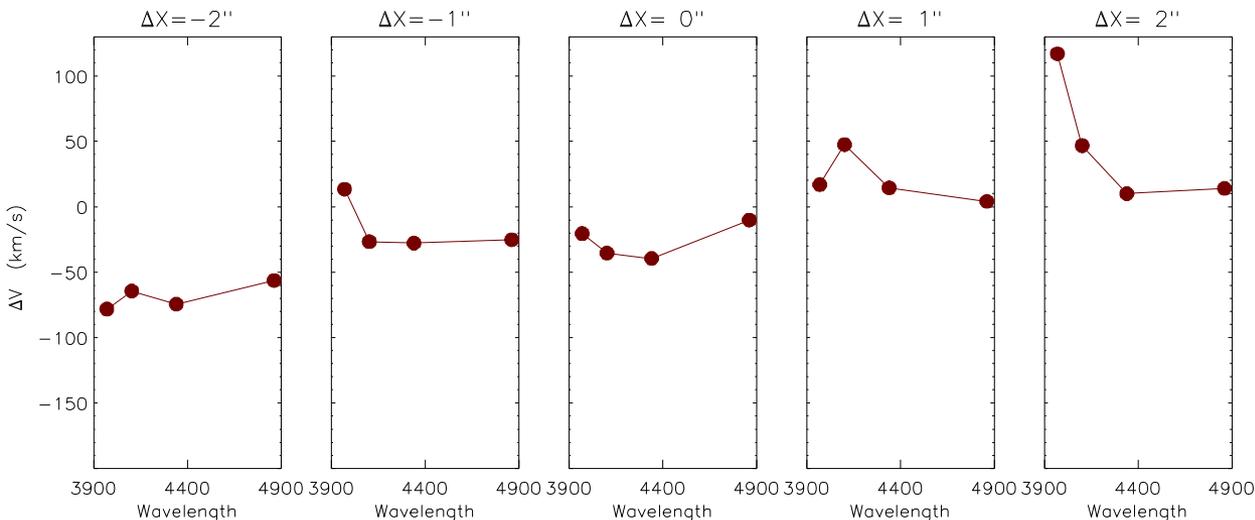


В отличие от измерений потока, при измерениях лучевых скоростей звезд – чем хуже качество изображений, тем меньше ошибка!

Для протяженных объектов – эффект несущественен.

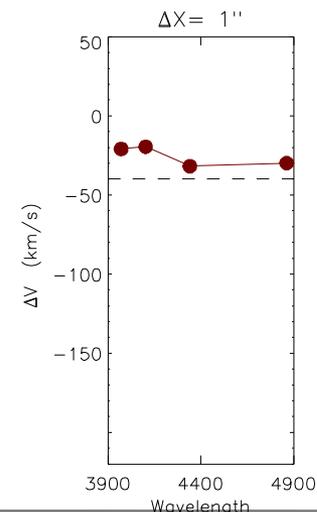
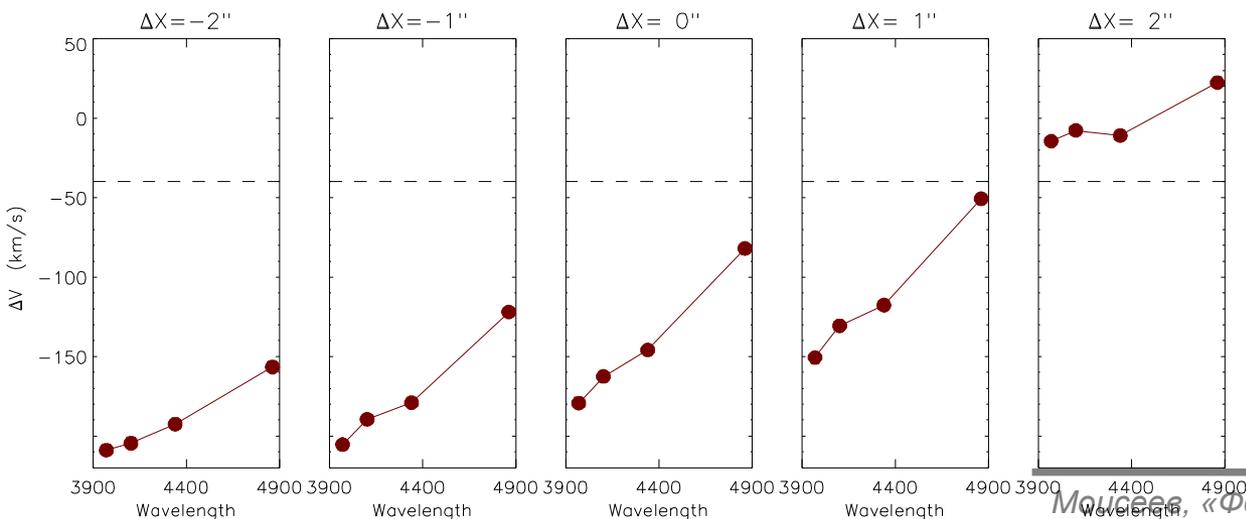
# Эффект «градиента лучевой скорости»

GRW+70d5824 - щель вдоль атмосферной дисперсии



Расфокусированный телескоп (+3 мм):

HD120874 - щель поперек атмосферной дисперсии



# Как избежать проблем с ошибками скоростей?

При наблюдениях щель надо выставлять **вдоль направления атмосферной дисперсии.**

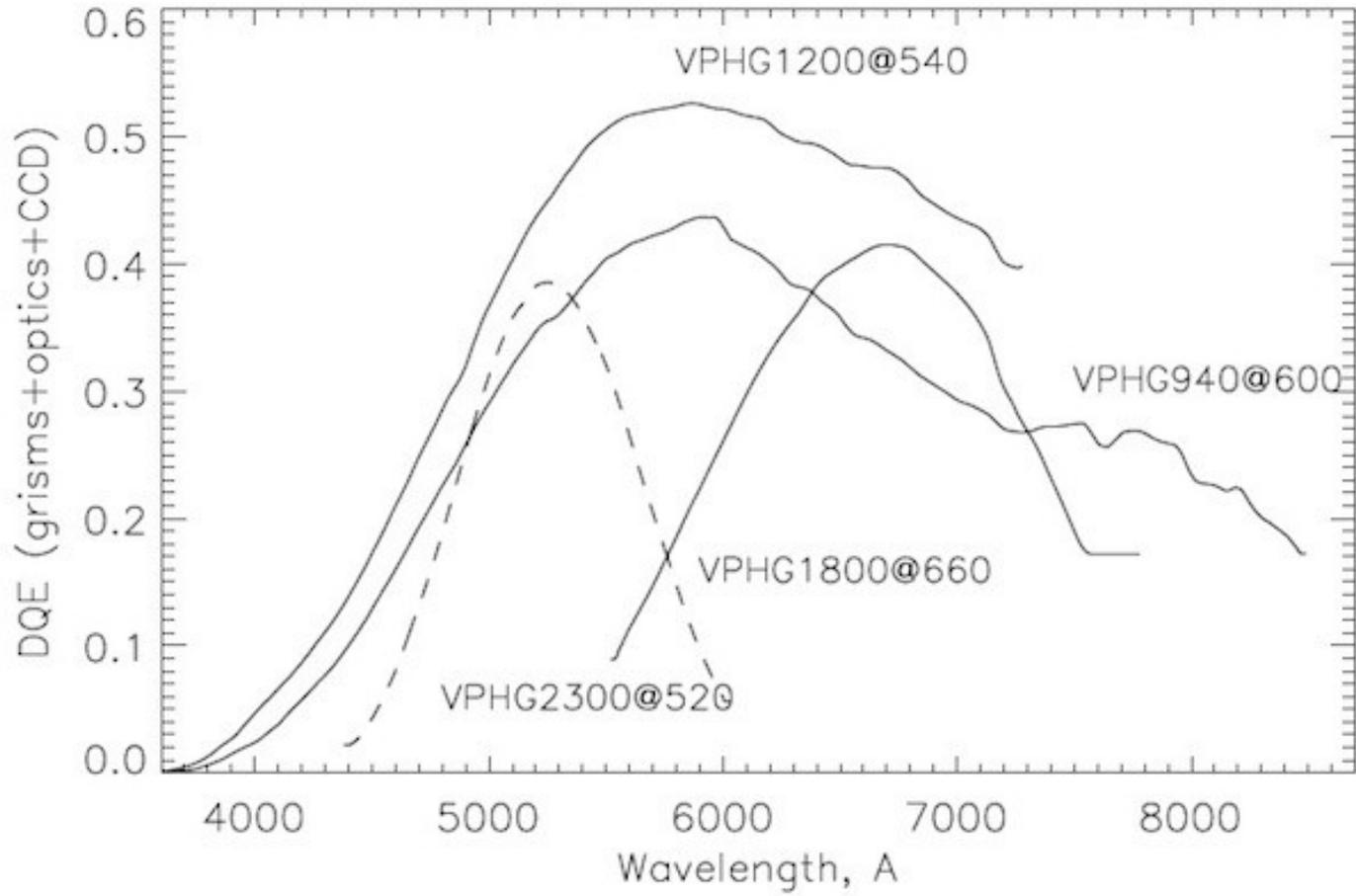
**Объект надо точно выставлять на щель.** Чем лучше качество изображений - тем выше требования к установке звезды на щель.

В качестве шаблонов скоростей на БТА не следует использовать звезды ярче  $11-12^m$ . Если же приходится наблюдать более яркие звезды, то телескоп следует **расфокусировать, что бы добиться более равномерной засветки щели спектрографа.**

Если наблюдения проводились без соблюдения корректной методики, то эффекта неравномерной засветки щели исправить уже нельзя.

# Квантовая эффективность SCORPIO-2 в спектральном режиме

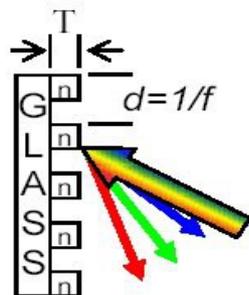
Идеальный случай – бесцелевая спектроскопия



# Объемные фазовые голографические решетки (VPHG)

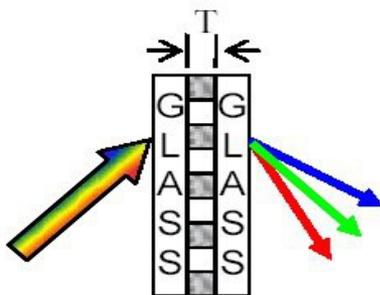
Вместо нарезки поверхностного рельефа - создание объемной структуры с периодическими изменениями коэффициента пропускания.

*Surface Relief Grating: Reflection*



Cross section of photoresist or epoxy cast grating. Periodic variation of thickness (T) with a constant refractive index (n).

*Volume Phase Holographic Grating (VPHG): Transmission*



Cross section of dichromated gelatin (DCG) grating. Periodic variation of refractive index (n) with a constant thickness (T).

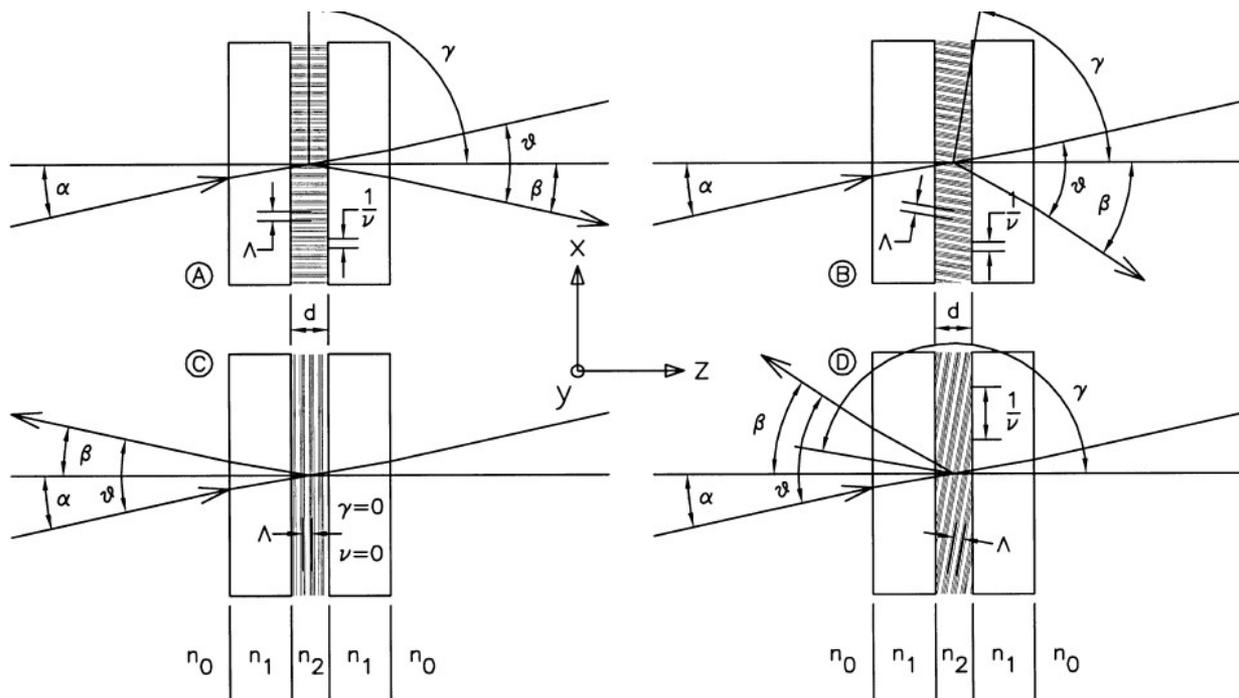
Barden et al (2000)

В классической нарезной решетке угол блеска задавался формой штрихов. У VPHG - он определяется углом падения света на решетку (более гибкие возможности применения)

Угол падения — задаем призмой

VPHG= Volume Phase Holographic Grating

# Объемные фазовые голографические решетки (VPHG)



Barden et al (2000)

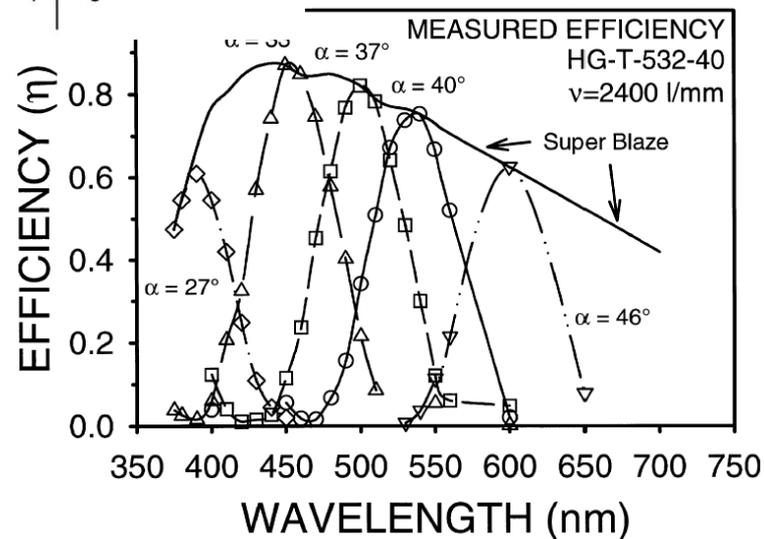
## Преимущества VPHG

*высокая (до 98%) дифракционная эффективность*

*Низкий уровень рассеянного света ( $< 0.01\%$ )*

*Отсутствие дефектов*

*возможно создание высокой плотности штрихов*



# Заключение

Одна из основных проблем спектроскопии на SCORPIO 1/2— необходимость проводить наблюдения с относительно узкой щелью. Более всего это создает проблемы в задачах:

- Спектрофотометрии
- Измерения лучевых скоростей звездообразных объектов

**Проблем можно избежать только понимая и четко соблюдая методику наблюдений, а это (к сожалению) зависит от опыта и квалификации наблюдателя**

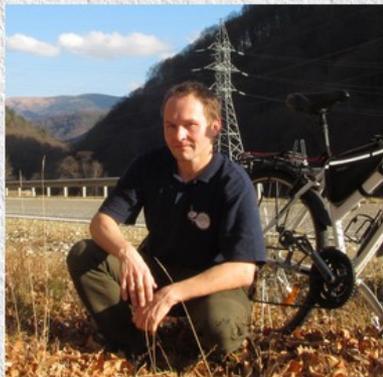
Hello everybody! I'm contact astronomer for observations with **SCORPIO-2** in our [Laboratory](#) . Look my scientific interests [here](#). And [here](#) you can read more information about me.  
Also I'm a head of our observatory [seminar](#)

[Astronomy](#)

[Publications](#)

[Homepages](#)

[Galleries](#)



E-mail: [moisav@gmail.com](mailto:moisav@gmail.com)

Links for  
everyday:



<http://www.sao.ru/hq/moisav>

Back to [Laboratory Home Page](#)

[Лекции для аспирантов CAO РАН](#)

## Лекции для аспирантов CAO РАН.

"Многорежимный фокальный редуктор телескопа БТА" (2016/2020 гг.)

1. Введение. Основные понятия. Редуктор светосилы на большом телескопе. Семейство многорежимных "камер слабых объектов". Спектроскопия низкого разрешения на 6-м телескопе. SCORPIO и SCORPIO-2. [PDF](#)
2. Спектральное разрешение. Теория астрономического спектрографа. Согласование оптики телескопа и спектрографа. Дискретизация. Атмосферная дисперсия. Неравномерная засветка щели. Объемно-фазовые голографические решетки. [PDF](#)
3. ПЗС-детектор. Калибровки спектров низкого разрешения. Плоское поле. Телецентризм. Геометрическая коррекция.
4. Коррекция геометрии и плоское поле (продолжение). Учет фона неба, проблема аппаратного контура.
5. Сканирующий интерферометр Фабри-Перо.
6. Прямые снимки. "Плоское поле" в режиме изображений. Фотометрия протяженных и звездобразных объектов. Мультиобъектная спектроскопия.

Литература

1. Afanasiev V.L., Gazhur E.B., Zhelenkov S.R., Moiseev A.V., 2005, Bull.SAO, v. 58, p. 90 [PDF](#)
2. Allington-Smith J., "Basic equations for astronomical spectroscopy with a diffraction gratings" [PDF](#)
3. "SCORPIO: руководство пользователя", на [веб-страничке прибора](#)
4. Afanasiev V.L., Moiseev A.V., 2011, Baltic Astronomy, 20, 363 [PDF](#)
5. Steve B. Howell, Handbook of CCD Astronomy, 2nd edition, 2006
6. Афанасьев В.Л., Моисеев А.В., 2005, ПАЖ, т. 31, с. 214 [PDF](#)
7. Миронов А.В. «Прецизионная фотометрия», МГУ, 1997 [веб-версия](#)
8. Моисеев А.В. «Обработка ПЗС-наблюдений со сканирующим интерферометром Фабри-Перо», 2001, BullSAO, 54, p. 74 [zipped PS](#)
9. Моисеев А.В. «К вопросу об измерении лучевых скоростей с прибором SCORPIO», 2008, Астро. Бюлл., 63, 74 [PDF](#)
10. Моисеев А.В., Егоров О.В. «Обработка ПЗС-наблюдений со сканирующим интерферометром Фабри-Перо. II Дополнительные процедуры», 2008, Астро. Бюлл., 63, 193 [PDF](#)
11. Моисеев А.В. «Обработка ПЗС-наблюдений со сканирующим интерферометром Фабри-Перо. III Уточнение шкалы длин волн», 2015, Астро. Бюлл, 70, 524 [PDF](#)
12. Щеглов П.В. «Проблемы оптической астрономии», Москва, «Наука», 1980