Тема: ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Кака при выборе адекватного механизма генерации космического радиоизлучения так и непосредственно при диагностике параметров плазмы большую роль играют поляризационные измерения. Особенно важную роль анализ поляризации важенони при измерении магнитных полей космической плазмы. Часто радиоастрономические наблюдения являются единственным надежным способ измерения напряженности поля. Поэтому в нашем курсе мы уделим значительное внимание методам анализа поляризационных наблюдений и их интерпретации. Начнем мы со знакомства способов описания состояния поляризации электромагнитной волны, чему и посвящена настоящая лекция.

2.1. Методы описания поляризации

Состояние поляризации космического радиоизлучения (см. Рис.2.1) обычно описывается одним из двух способов . В первом, обладающем большей наглядностью, состояние поляризованной компоненты описывается через отношение осей эллипса, которое мы обозначем через $\tan\sigma$, и угол χ наклона большой оси к осям исходной системы координат (x, y). Во втором используются квадратичные относительно поля величины — параметры Стокса.

Заметим, что плоская монохроматическа волна всегда обладает эллиптической поляризацией. Однако таковая является математической абстракцией, выделяющей неку компоненту из “пакета” волн. В действительности в радиоатрономических наблюдениях мы имеем шумовой сигнал с более или менее широким спектром, из которого приемник излучения вырезает полосу частот $\Delta\omega$ (в отдельных случаях эта полоса определяется механизмом излучения и может быть уже полосы приема). Выделенный таким образом ведет себя как монохроматический на масштабах времени $\Delta t \leq \Delta\Omega^{-1}$. На таких промежутках времени волна воспринимается как эллиптически поляризованная.

Наряду с системой координат $(x\prime, y\prime)$, направление осей которой обычно определяется используемой для мзмерения этой будем рассматривать систему $(x\prime, y\prime)$, в которой направление осей совпадает с направлением главных осей эллипса поляризации.

Рисунок 2.1. Эллипс поляризации и системы координат в картинной плоскости, то есть плоскости, нормальной к направлению на наблюдателя. Волна распространяется по направлению оси z, перпендикулярному к плоскости рисунка, в сторону к нам.

В этой системе координат компоненты электрического поля волны имеют вид:

$$E_{x\prime} = E_{\circ} \cos\sigma e^{i\omega} E_{y\prime} = E_{\circ} \sin\sigma e^{i(\omega+\frac{\pi}{2}} \tag{2.1}$$

Кроме того, необходимо учесть как инетенсивность поляризованной компоненты волны I_p, так и долю энергии поляризованного излучения P в полной его интенсивности I:

$$I_p = |E_{x\prime}|^2 + |E_{y\prime}|^2 P = \frac{I_p}{I} \tag{2.2}$$

Другой широко используемый способ описания состояния поляризации волны — это параметры Стокса:

$$I = \overline{E_x E_x^*} + \overline{E_y E_y^*} = \overline{|E_x|^2} + \overline{|E_y|^2} Q = \overline{E_x E_x^*} - \overline{E_y E_y^*} = \overline{|E_x|^2} - \overline{|E_y|^2} U = \overline{E_x E_y^*} + \overline{E_y E_x^*} = 2\overline{|E_x| \cdot |E_y| \cos(\phi_x - \phi_y)} U = \overline{E_x E_y^*} - \overline{E_y E_x^*} = 2\overline{|E_x| \cdot |E_y| \sin(\phi_x - \phi_y)} \tag{2.3}$$

Черта сверху означает усреднение по времени; ϕ_x и ϕ_y — фазы соответствующих волн. В случае монохроматической волны мы имеем дело с неменяющейся во времени эллиптической поляризацией. Из (2.3) следует, что параметры Стокса в этом случае связаны соотношением

$$Q^2 + U^2 + V^2 = I^2. \tag{2.4}$$

Это соотношение может сохраняться во времени и для немонохроматической волны, если форма и направление осей эллипса не меняются (при возможном изменении интенсивности). Тогда мы говорим, что волна полностью поляризована. В общем же случае усреднение по времени правых частей уравнений (2.3) приводит к соотношению:

$$Q^2 + U^2 + V^2 \leq I^2. \tag{2.5}$$

и волна называется частично поляризованной (если $Q^2+U^2+V^2 < I^2$). В случае, когда $Q^2 + U^2 + V^2 = 0$, мы говорим о полностью неполяризованной волне (иначе, волне с *хаотической* поляризацией).

В качестве примечания следует указать, что наряду с параметрами Стокса используется другой способ описания поляризации, тоже с помщью величин, квадратичных относительно поля волны, — *тензор поляризации*. Его компоненты определяются следующим образом:

$$J_{ik} = E_i E_k \qquad (i, k = x, y) \tag{2.6}$$

Как и в случае параметров Стокса, если только речь идет не о монохроматических волнах, правые части берутся усредненными по времени. Компоненты J_{11} и J_{22} предсавляют интенсивности излучения с линейными поляризациями вдоль осей x и y, в то время как J_{12} и J_{21} в общем случае являются комплексными величинами и отражают степень когерентности между двумя указанными линейно поляризованными волнами. Для некогерентных волн они обращаются в нуль. Очевидно, что компоненты тензора поляризации связаны с параметрами Стокса следующими простыми соотношениями:

$$I = J_{11} + J_{22}Q = J_{11} - J_{22}U = J_{12} + J_{21}iV = J_{12} - J_{21} \tag{2.7}$$

Для уяснения физического смысла параметров Стокса обратимся к Рис.2.2, на котором для иллюстрации представлены некоторые частные случаи.

Рисунок 2.2. Характер поляризации излучения и соответствующие параметры Стокса для трех частных случаев. (a) — излучение линей-

но поляризрвано вдоль оси x; (b) — излучение линейно поляризовано под углом 45 к оси x; (c) — излучение поляризовано по кругу (правая круговая поляризация).

2.2. Связь двух способов описаня поляризации

Чтобы найти связь обоих способов описания поляризации используем переход из одной системы координат в другую, повернутую относительно первой на угол χ (см. Рис.1) и формулу (2.1).

$$E_x = E'_x \cos\chi - E'_y \sin\chi = E_\circ(\cos\chi \cdot \cos\sigma - i \cdot \sin\chi \cdot \sin\sigma) E_y = E'_x \sin\chi + E'_y \cos\chi = E_\circ(\sin\chi \cdot \cos\sigma + i \cdot \cos\chi \cdot \sin\sigma) \tag{2.8}$$

Подставляя эти выражения в определения параметров Стокса, получаем

$$I_p = E_x \cdot E_x^* + E_y \cdot E_y^* = |E_\circ^2|(cos^2\chi \cdot \cos^2\sigma + \sin^2\chi \cdot \sin^2\sigma + \sin^2\chi \cdot \cos^2\sigma + \cos^2\chi \cdot \sin^2\sigma) Q = E_x \cdot E_x^* - E_y \cdot E_y^* = |E_\circ^2|(cos^2\chi \cdot \cos^2\sigma + \sin^2\chi \cdot \sin^2\sigma - \sin^2\chi \cdot \cos^2\sigma - \cos^2\chi \cdot \sin^2\sigma) U = E_x \cdot E_y^* + E_y \cdot E_x^* = |E_\circ^2| 2(cos\chi \cdot \sin\chi \cdot \cos^2\sigma - \cos\chi \cdot \sin\chi \cdot \sin^2\sigma) V = i(E_x \cdot E_y^* - E_y \cdot E_x^*) = i|E_\circ^2| 2(cos\sigma \cdot \sin\sigma \cdot \cos^2\chi + \cos\sigma \cdot \sin\sigma \cdot \sin^2\chi) \tag{2.9}$$

После простых тригонометрических преобразований имеем:

$$I_p = |E_\circ^2| Q = |E_\circ^2| \cos 2\sigma \cdot \cos 2\chi U = |E_\circ^2| \cos 2\sigma \cdot \sin 2\chi V = |E_\circ^2| \sin(2\sigma) \tag{2.10}$$

Но, учитывая, что $I_p = P \cdot I$, можем записать (2.10) в виде:

$$I = IQ = P \cdot I \cdot \cos 2\sigma \cdot \cos 2\chi U = P \cdot I \cdot \cos 2\sigma \cdot \sin 2\chi V = P \cdot I \cdot \sin(2\sigma) \tag{2.11}$$

Эти формулы позволяют вычислить параметры Стокса, если интенсивность и состояние поляризации излучения заданы величинами $I, P, \tan\sigma, \chi$. Заметим, что $I_p = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ есть интенсивность поляризованной компоненты Из формул (2.7) легко найти и обратные преобразования, позволяющие перейти от парметров Стокса к параметрам $I, P, \tan\sigma, \chi$:

$$\frac{I = IP = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I \tan 2\sigma = V \sqrt{Q^2 + U^2} \tan 2\chi = UQ} \tag{2.12}$$

Параметры Стокса, как видим из их определения (2.3), являются величинами, квадратичными относительно поля волны. Именно это определяет щирокую область их использования. Во-первых (при соответсвующем усреднении по времени) они оказываются аддитивными для энергии потоков, идущих от независимых источников излучения, поскольку фазы колебания поля таких излучателей флюктуируют независимо. Это важное обсьтоятельство позволяет, в частности, написать для параметров Стокса уравнения переноса излучения, поскольку последние суммируют энергию от источников, расположенных вдоль луча зрения. Во-вторых, так как в радиометрической аппаратуре ипользуется обычно квадратичное детектирование, в радиополяриметрах мы, как правило, регистрируем на выходе параметры Стокса, либо их линейные комбинации.

В хаотически поляризованном излучении ни один тип поляризации не имеет преимущественного значения. В такой волне интенсивность компонент волны с линейной поляризацией по направлениям осей x и y в среднем одна и та же, то есть $\overline{E_x^2} = \overline{E_y^2}$, стало быть $Q = 0$ (см. формулы (2.3)). В то же время, любые две волны, имеющие взаимно ортогональные поляризации являются волнами с независимыми фазами и, следовательно, $\overline{E_x E_y^*} = 0$. Таким образом, мы также имеем $U = V = 0$. Волну с такими параметрами мы также называем неполяризованной. Поскольку параметры Стокса аддитивны для независимых волновых потоков, волну с произвольной поляризацией можно представить как сумму двух независимых волн: одну полностью поляризованную с интенсивностью $I_p = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ и вторую — неполяризованную, для которой $\tilde{Q} = \tilde{U} = \tilde{V} = 0$, а $\tilde{I} = I - I_p$; при этом степень поляризации есть $P = I_p/I$. Когда мы говорим о поляризованной компоненте, то имеем в виду первую составляющую.

2.3. Обобщенные параметрвы Стокса

Определение: Две эллиптически поляризованные волны имеют взаимно ортогональные поляризации, если выполняются следующие соотношения:
— (a) Большие оси эллисов взаимно препендикулярны.
— (b) Отношение меньшй оси эллипса к большей одинаково для обоих эллипсов.
— (c) Направление вращения вектора эллектрического поля в двух волнах противоположно.

Обозначив индексы двух взимно ортогональных волн через 1 и 2, мы можем эти условия формально записать следующим образом:

$$\chi_1 + \frac{\pi}{2} = \chi_2 \qquad (2.13a)$$

$$\tan\sigma_1 \cdot \tan\sigma_2 = -1 \tag{2.13b}$$

Знак минуса в последнем соотношении учитывает формально различие направлений вращения векторов волны в картинной плоскости. Для параметров Стокса взаимно ортогональных волн имеют место следующие соотношения

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{V_1}{V_2} < 0. \tag{2.13c}$$

следующие из оареределений (2.3) и соотношений (2.8), (2.9).Отметим, в частности, что, если какой-либо из параметров одной волны равен нулю, то соответсвующий параметр взвимно ортогональной волны — тоже нуль.

В рассмотренных выше параметрах Стокса мы ползовались разложением электромагнитной волны на две составляющие, обладающие ленейной поляризацией в направлениях осей некой (выбранной произвольным образом) системы координат в картинной плоскости. Орты этой системы мы представляли как единичные векторы, направленные вдоль соответствующих взаимно перпендикулярных осей. Им, естественно, мы можем однозначно сопоставить две волны единичной интенсивности с линейными взаимно ортогональными поляризациями, по которым и идет разложение анализируемой волны. Таким образом, мы использовали разложение поля волны в виде:

$$\vec{E} = E_x\vec{e_x} + E_y\vec{e_y} \tag{2.14}$$

В равной степени можно произвести разложение поля волны $\mathbf{E}$ по двум другим произвольным взаимно ортоганальным *эллиптическим* поляризациям, определяемым комплексными единичными векторами $\vec{e_1}$ и $\vec{e_2}$:

$$\vec{E} = E_1\vec{e}_1 + E_2\vec{e}_2, \tag{2.15}$$

где для комплексных ортов $\mathbf{e_1}$ и e_2 имеют место соотношения:

$$\begin{array}{c} \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1^* = 1 \\ \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2^* = 1 \\ \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2^* = 0 \\ \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1^* = 0 \end{array} \tag{2.16}$$

Здесь первые два равенства определяют единичную интенсивность орт, а последние два совпадают и орпеделяют их взаимную ортогоноальность. Взаимная ортогональность разложения обеспечивает аддитивность параметров Стокса волн, получаемых при разложении, в частности $I_1 + I_2 = I$. Теперь, по аналогии с определением (2.3), мы введем в рассмотрение *обобщенные параметры Стокса*:

$$S_1 = \overline{E_1 E_1^*} + \overline{E_2 E_2^*} S_2 = \overline{E_1 E_1^*} - \overline{E_2 E_2^*} S_3 = \overline{E_1 E_2^*} + \overline{E_2 E_1^*} S_4 = i(\overline{E_1 E_2^*} - \overline{E_2 E_1^*}) \tag{2.17}$$

Рисунок 2.3. Орты со взаимно ортогональными поляризациями

Так же как и ранее наряду с обобщенными параметрами Стокса можно рассматривать обобщенную матрицу поляризации (тензор):

$$S_{11} = \overline{E_1 E_1^*} S_{22} = \overline{E_2 E_2^*} S_{12} = \overline{E_1 E_2^*} S_{21} = \overline{E_2 E_1^*} \tag{2.18}$$

При этом соотношение между элементами матрицы поляризации и параметрами Стокса имеет вид (сравни с (2.5)):

$$S_1 = S_{11} + S_{22} S_2 = S_{11} - S_{22} S_3 = S_{12} + S_{21} i S_4 = S_{12} - S_{21} \tag{2.19}$$

Первые две величины в (2.18) определяют интенсивность двух волн нашего разложения: $I_1 = S_1$ и $I_2 = S_2$, а вторые два — степень когерентности между ними. В соотношениях (2.19) первые параметры есть соответственно полная (суммарная — I) интенсивность волны и разность интенсивностей волн разложения.

Использование обобщенных параметров Стокса вместо обычных, линейных оказывается весьма продуктивным методом, упрощающем вычисления и обеспечивающим наглядность в описании физических процессов, когда мы имеем дело с распространением типов волн, поляризация которых определяется параметрами среды (плазмы или технического прибора). Например, в одной из ближайших лекций (см. Лекцию 4) мы увидим, что в космической плазме со слабым магнитным полем