

УДК 524.7–327–17

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КРИВЫХ ВРАЩЕНИЯ УЛЬТРАТОНКИХ ГАЛАКТИК

© 2026 А. В. Антипова<sup>1, 2\*</sup>, Д. И. Макаров<sup>1, 2</sup>, А. А. Марчук<sup>2, 3</sup>, С. С. Савченко<sup>2, 3</sup>,  
В. П. Решетников<sup>2, 3</sup>, И. В. Чугунов<sup>2</sup>, А. М. Сыпкова<sup>2, 3</sup>, М. Д. Козлов<sup>2, 3</sup>

<sup>1</sup>Специальная астрофизическая обсерватория Российской академии наук,  
Нижний Архыз, 369167 Россия

<sup>2</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория Российской академии наук,  
Санкт-Петербург, 196140 Россия

<sup>3</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, 199034 Россия

Поступила в редакцию 13 декабря 2025 года; после доработки 10 марта 2026 года; принята к публикации 13 марта 2026 года

Обработаны 114 спектров ультратонких галактик и получены кривые вращения по линии Н $\alpha$ . Для всех объектов определены лучевые скорости, скорости вращения и динамические шкалы. Для части галактик получены параметры, характеризующие внешние и внутренние углы наклона кривых вращения. Кривые вращения описаны тремя функциями: Arctan, Polyex и Multi-Parameter Model (MPM). С помощью функции Arctan удалось получить параметры для 108 галактик, для Polyex их число составило 56, а для MPM — 49. Информационные критерии показали, что MPM наиболее оптимальна для описания кривых вращения ультратонких галактик. При сравнении полученных нами скоростей вращения с данными HyperLEDA выяснилось, что значения, рассчитанные с помощью MPM, хорошо согласуются с результатами других авторов и близки к скоростям, определяемым по последним точкам на кривых вращения.

Ключевые слова: *методы: аналитические — галактики: кинематика и динамика*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Основным предметом кинематических исследований галактик являются их кривые вращения, с помощью которых можно получить обширную информацию об объекте и изучить его свойства. Наиболее простыми параметрами, извлекаемыми из кривой вращения и не требующими дополнительных сведений и предположений о галактике, кроме угла наклона, являются лучевая скорость и максимальная скорость вращения. С помощью лучевой скорости можно определить расстояние до галактики по закону Хаббла и вычислить истинные значения наблюдаемых величин: светимости, массы и других характеристик. Поля скоростей позволяют выделять группы и скопления галактик, а также изучать их свойства (Nasonova et al., 2011; Tempel et al., 2017), определять компоненты крупномасштабной структуры Вселенной и обнаруживать аномалии, такие как Великий аттрактор (Lynden-Bell et al., 1988) и Ланиакя (Tully et al., 2014). При этом группы и скопления галактик являются основными инструментами для проверки космологических моделей и изучения влияния

окружающей среды на формирование галактик. Скорости вращения галактик используют в зависимости Талли–Фишера (Tully and Fisher, 1977) для определения расстояния, которое не зависит от величины постоянной Хаббла и пекулярных скоростей. Данная зависимость, выведенная эмпирическим путем, вызывает значительный интерес: она указывает на тесную связь темной и светящейся материи.

Будучи важным параметром, максимальная скорость вращения имеет сложности в своем определении. Лучше всего этот параметр можно найти по кривым вращения нейтрального водорода, так как они более протяженные, чем их оптические аналоги, но радиоданные уступают в разрешении. Оценка скорости вращения по ширине линии также не лишена недостатков. Существуют различные способы определения ширины линий, и для разных методов меняется наклон зависимости. Кроме того, исходная ширина линий сама по себе является источником дисперсии. Скорость вращения галактики можно найти по последним точкам на кривой вращения, но использование аппроксимаций различными математическими функциями дает ряд преимуществ и является более надежным методом

\*E-mail: antal@sao.ru

(Courteau, 1997a). Основное преимущество этого метода заключается в том, что в анализе участвуют все точки кривой вращения и, соответственно, их ошибки, что уменьшает статистические погрешности в определении максимальной скорости вращения.

В данной работе мы оцениваем лучевые и максимальные скорости вращения для 114 ультратонких галактик. Для вычисления последних используются три математические функции: Arctan (Courteau, 1997b), Polyex (Giovanelli and Haynes, 2002) и мультипараметрическая модель (MPM; Courteau, 1997b). Мы сравниваем эти функции и выявляем наиболее эффективную для галактик исследуемой выборки.

Ультратонкие галактики характеризуются высоким отношением большой оси к малой: в фильтре  $B$  оно составляет  $a/b > 10$  (Karachentsev et al., 1999). Такие объекты видны под углом, близким  $90^\circ$ , то есть практически с ребра, и являются довольно редкими: согласно каталогу (Kautsch et al., 2006), их насчитывается 0.7% от общего числа дисковых галактик. Считается, что ультратонкие галактики обладают массивным гало темной материи, что обуславливает высокое отношение большой оси к малой (Zasov et al., 1991; Sotnikova and Rodionov, 2006). Поэтому эти объекты интересны в рамках изучения зависимости Талли–Фишера. Постоянная Хаббла в данной работе принята равной  $70 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$ .

## 2. ВЫБОРКА ГАЛАКТИК И НАБЛЮДЕНИЯ

Наша выборка сформирована на основе каталога тонких галактик RFGC (Karachentsev et al., 1999) и включает 98 объектов с наблюдаемым отношением осей  $a/b > 10$  в фильтре  $B$  и  $a/b > 8.5$  в фильтре  $R$ . При отборе учитывалось склонение  $\text{Dec} \geq -25^\circ$  и размер большой оси  $a \leq 4'$ . Данные критерии обусловлены задачами спектроскопических наблюдений с применением редуктора светосилы SCORPIO I на 6-м телескопе CAO РАН. В режиме длиннощелевой спектроскопии (длина щели —  $6'$ ) использовалась гризма VPHG1800R, которая в диапазоне  $6100\text{--}7100 \text{ \AA}$  имеет разрешение  $2.5 \text{ \AA}$  (Afanasiev and Moiseev, 2005). Ширина щели была равна  $1''$ , масштаб изображения —  $0''.357 \text{ pix}^{-1}$ . Наблюдения шли по программе «Кинематика сверхтонких галактик», заявителем которой являлся Д. И. Макаров, проводились с 2016 по 2019 год. Типичное время экспозиции составило около 1200 с, среднее качество изображений —  $1.7''$ .

Кроме того, 16 галактик наблюдались на двухканальном спектрографе (Dual Imaging Spectrograph, DIS) 3.5-м телескопа обсерватории Апачи-Пойнт (АРО) в режиме высокого разрешения (решетка B1200/R1200) со спектральным разрешением  $R \approx 5000$ . Для каждой галактики выполнялось от одной до трех экспозиций общей продолжительностью от 360 до 900 с.

## 3. ОБРАБОТКА ДАННЫХ

В обработке данных системой ESO-MIDAS использовали стандартные методы редукции: удаление следов космических частиц, вычитание электронного нулевого уровня из очищенных от космических частиц спектров галактик и калибровочного спектра, исправление за мелкомасштабные вариации чувствительности ПЗС-матрицы. После выполнения первичной редукции спектр был переведен из пиксельных координат в шкалу длин волн — для этого мы использовали калибровочный спектр гелий-аргон-неоновой лампы. На завершающем этапе производилось спрямление двумерных спектров по континууму.

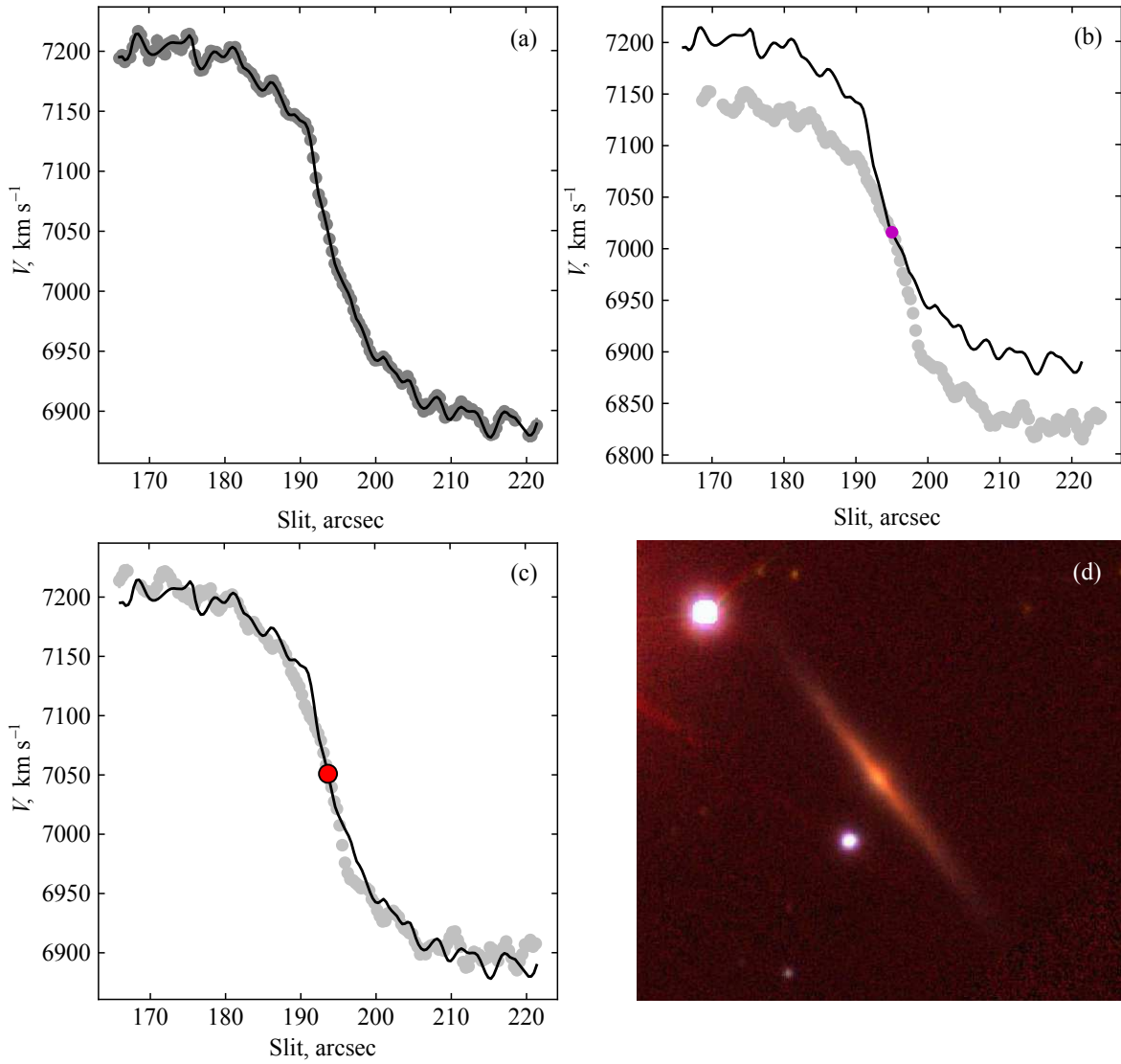
Кривые вращения получены путем построчного вписывания гауссианы в выделенную область, где находится линия  $\text{H}\alpha$ .

## 4. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФОРМ КРИВЫХ ВРАЩЕНИЯ ГАЛАКТИК

В данной статье мы использовали три функции для описания кривых вращения: Arctan (Courteau, 1997b), Polyex (Giovanelli and Haynes, 2002) и MPM (Courteau, 1997b). Сначала, для уменьшения количества независимых переменных в перечисленных выше функциях, определялся динамический центр галактики по симметрии приближающейся и удаляющейся ветвей кривой вращения (см. раздел 4.1), а затем выполнялась взвешенная аппроксимация кривых вращения методом наименьших квадратов. Успешной считалась та, в ходе которой все параметры модели значимо отличались от нуля.

### 4.1. Определение динамического центра кривой вращения

Для нахождения динамического центра галактики ее кривая вращения описывалась кубическим сглаживающим сплайном (сплошная черная линия на рис. 1а). Затем кривая вращения (серые точки) модифицировалась путем двух последовательных отражений относительно осей скорости и координат, причем точка пересечения осей предварительно совмещалась с предполагаемым центром галактики (розовый кружок на рис. 1б). Полученный



**Рис. 1.** Определение динамического центра кривой вращения RFGC0239. На панели (а) темно-серыми точками показана наблюдаемая кривая вращения по линии  $H\alpha$ , сплошной черной линией — аппроксимация сплайном. На панели (b) серыми точками приведена кривая вращения, отраженная по оси скорости и координат относительно розовой точки, которая рассматривается в качестве возможного центра галактики. На панели (с) красным кружком отмечено положение центра галактики, определенное путем минимизации приближающейся и удаляющейся стороны галактики. На панели (d) представлено прямое изображение галактики RFGC0239.

результат эквивалентен повороту исходной кривой на  $180^\circ$  вокруг этой точки. За динамический центр галактики (красный кружок на рис. 1с) принималось положение, где критерий  $\chi$ -квадрат был наименьшим при сравнении аппроксимации сплайном и модифицированной кривой вращения.

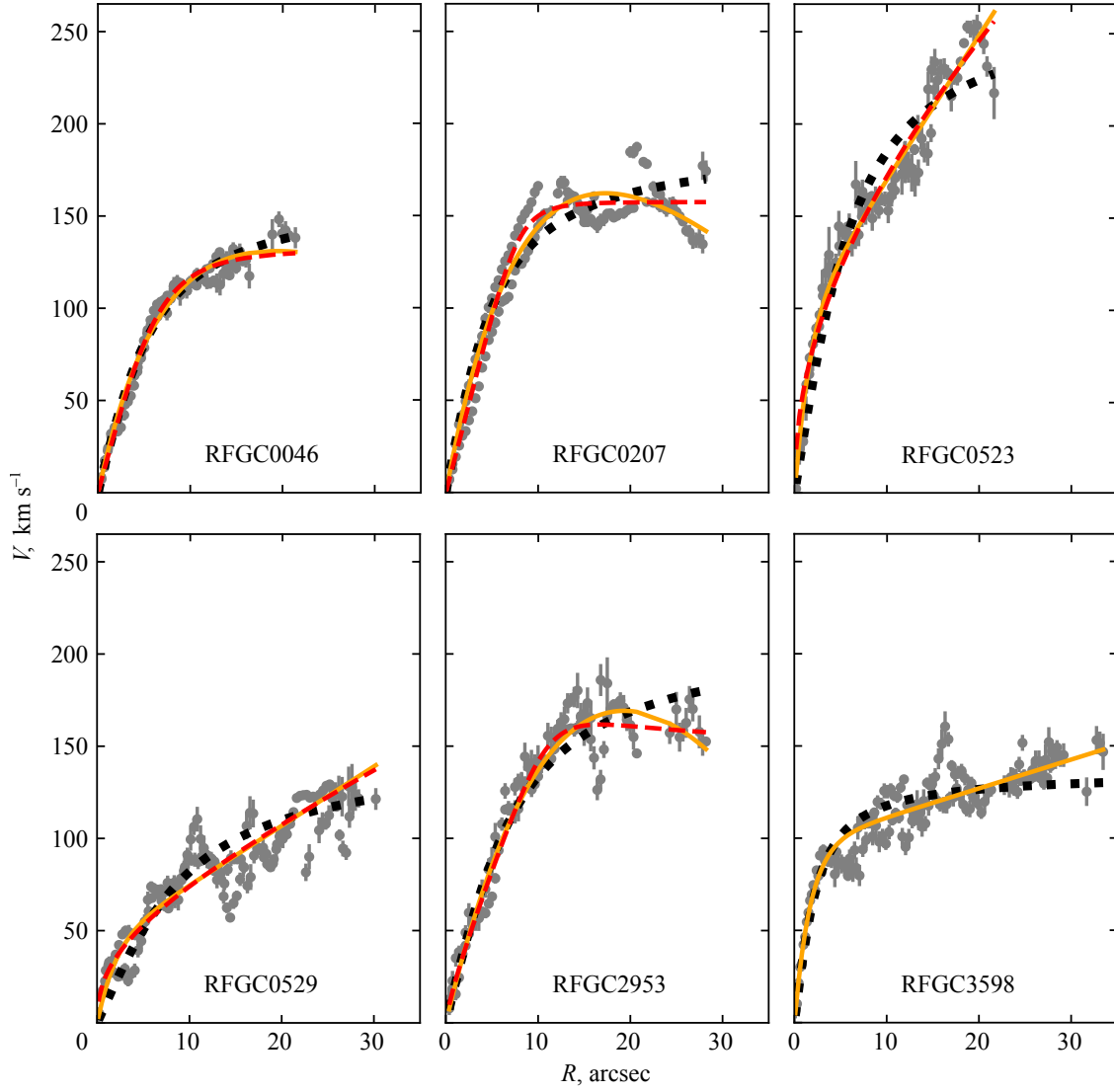
#### 4.2. Функция $\text{Arctan}$

Описание кривой вращения функцией  $\text{Arctan}$  имеет следующий вид:

$$V(r) = V_0 + V_{\text{at}} \frac{2}{\pi} \arctan(R), \quad (1)$$

где  $R = (r - r_0)/r_{\text{at}}$ ,  $V_0$  — систематическая скорость галактики,  $r_0$  — центр галактики вдоль щели спектрографа,  $V_{\text{at}}$  — амплитуда кривой вращения,  $r_{\text{at}}$  — динамическая шкала (радиус, на котором происходит переход восходящей части кривой вращения в пологую).

Данная функция хорошо воспроизводит внешний вид кривых вращения с использованием минимального количества переменных. В частности, она лучше всего описывает плавно меняющиеся кривые вращения, выходящие на плато во внешних областях галактик, но неспособна воспроизвести убывающие или растущие кривые вращения (см. более подробное описание функции в работе



**Рис. 2.** Примеры кривых вращения ультратонких галактик. На графиках сплошной желтой линией показана аппроксимация функцией Polyex (Giovanelli and Haynes, 2002), пунктирной черной линией — Arctan (Courteau, 1997b), штриховой красной линией — MPM (Courteau, 1997b).

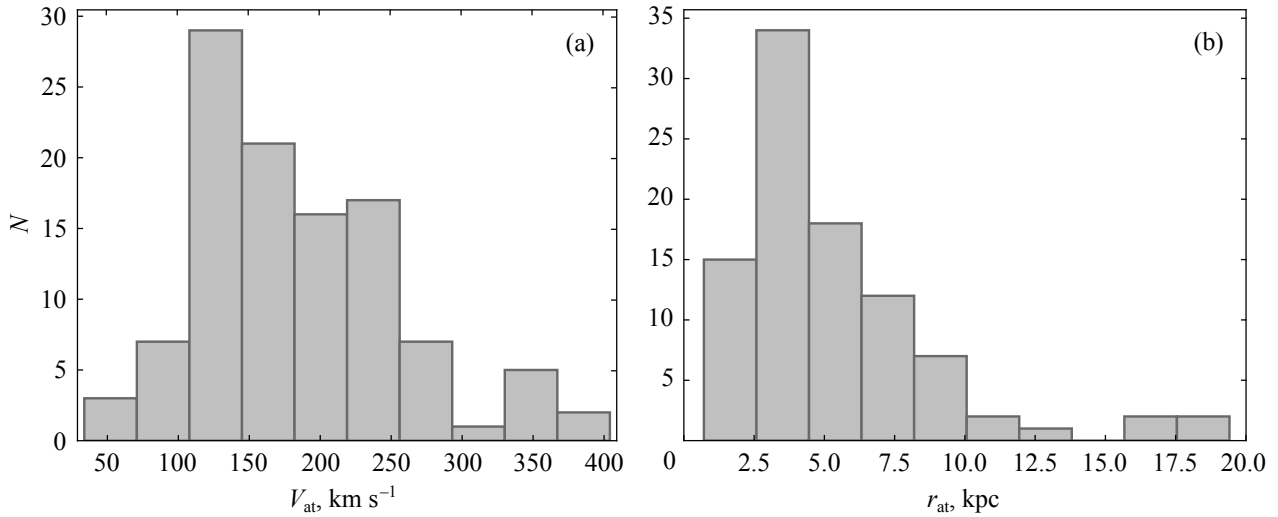
Courteau, 1997b). На рис. 2 пунктиром обозначена аппроксимация функцией Arctan, с помощью которой определены параметры для 108 галактик. В таблице 1 приведены значения свободных параметров для каждой исследуемой галактики, а на рис. 3 — медианные значения по выборке:  $V_{\text{at}} = 174 \text{ км с}^{-1}$ ,  $r_{\text{at}} = 4.28 \text{ кпк (7''19)}$ .

#### 4.3. Функция Polyex

Polyex — более сложная функция, учитывающая внешний наклон кривой вращения:

$$V(r) = V_{\text{pe}} \left( 1 - \exp \left( -\frac{r}{r_{\text{pe}}} \right) \right) \left( 1 + \alpha \frac{r}{r_{\text{pe}}} \right), \quad (2)$$

где  $V_{\text{pe}}$  — амплитуда кривой вращения;  $r_{\text{pe}}$  — задает длину шкалы внутренней области, в которой наблюдается крутой подъем;  $\alpha$  — наклон внешней части кривой вращения. Она хорошо описывает резко возрастающие внутренние участки кривых вращения, а также позволяет учесть различные наклоны их внешних частей (см. рис. 2, аппроксимация функцией Polyex показана сплошной линией). Подробное описание функции приведено в Giovanelli and Haynes (2002). Всего для 56 галактик удалось получить параметры с помощью Polyex-функции. Медианные значения свободных параметров для нашей выборки галактик получились следующими:  $V_{\text{pe}} = 139.50 \text{ км с}^{-1}$ ,  $r_{\text{pe}} = 3.45 \text{ кпк (6''35)}$ ,  $\alpha = 0.04$  (см. рис. 4). Пол-



**Рис. 3.** Распределения по  $V_{\text{at}}$  — амплитуде (a) и  $r_{\text{at}}$  — динамической шкале кривой вращения (b). Параметры были получены в ходе аппроксимации кривых вращения функцией  $\text{Arctan}$  (раздел 4.2).

ный набор найденных параметров приведен в таблице 2.

#### 4.4. Функция МРМ

МРМ — функция с наибольшим количеством свободных параметров из представленных в данной работе. Она учитывает внутренние и внешние наклоны кривой вращения:

$$V(r) = V_0 + V_{\text{mp}} \frac{(1+x)^\beta}{(1+x^\gamma)^{1/\gamma}}, \quad (3)$$

где  $x = r_{\text{mp}}/(r - r_0)$ ;  $V_{\text{mp}}$  — амплитуда кривой вращения;  $r_{\text{mp}}$  — динамическая шкала, то есть радиус, на котором происходит переход растущей части кривой вращения в пологую для функции МРМ;  $(V_0, r_0)$  — центр кривой вращения;  $\gamma$  и  $\beta$  — параметры, отражающие степень роста или спада скорости во внутренней и внешней частях кривой вращения соответственно. Функция заимствована из работы Courteau (1997b). С ее помощью построены модели 49 кривых вращения (см. рис. 2, штриховой линией обозначена аппроксимация функцией Multi-Parameter Model). Значения полученных свободных параметров для исследуемых галактик приведены в таблице 1; их медианные оценки составили  $V_{\text{mp}} = 149.19 \text{ км с}^{-1}$ ,  $r_{\text{mp}} = 7.57 \text{ кпк}$  ( $12''83$ ),  $\gamma = 4.71$ ,  $\beta = 0.15$  (см. рис. 5).

#### 5. СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

Рассмотренные выше модели имеют разное число свободных параметров и, соответственно, отличаются сложностью и точностью. При этом совершенно неясно, какая из функций лучше всего подходит для описания кривых вращений ультратонких галактик. Если сравнить количество галактик,

для которых аппроксимация оказалась успешной (свободные параметры значимо отличны от нуля), то наилучшей оказывается функция  $\text{Arctan}$  (раздел 4.2), так как с ее помощью получены параметры для 108 галактик, в то время как функцией  $\text{Polyex}$  удалось описать 56 галактик, а МРМ — только 49. Однако, при оценке качества описания необходимо учитывать потерю информации при описании данных моделью с большим количеством свободных параметров. Это позволяет находить баланс между точностью описания данных и сложностью модели. Для этой цели используются различные информационные критерии. Информационный критерий Акаике (Akaike Information Criterion, AIC, Akaike, 1974) был применен к выборке галактик, успешно аппроксимированных всеми тремя исследуемыми функциями, и его медианное значение составило 0.93 для МРМ, 1.02 для  $\text{Polyex}$  и 1.06 для  $\text{Arctan}$ . Приведенный в работе AIC нормирован на его среднее значение по всем трем функциям. Байесовский информационный критерий (Bayesian Information Criterion, BIC) был найден аналогичным образом и дал практически те же величины параметров. Наилучшая модель должна иметь наименьшее значение критерия. Таким образом, для описания кривых вращения ультратонких галактик предпочтительнее использовать МРМ подгонку.

#### 6. РЕГРЕССИОННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ СВОБОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ

Из раздела 4 следует, что с увеличением числа свободных параметров в функциях, описывающих кинематику, уменьшается количество галактик, для которых эти функции применимы. При этом большее число параметров позволяет извлечь больше

**Таблица 1.** Значение свободных параметров трех функций кривых вращения. В колонках таблицы приведены: (1) — имя галактики в каталоге RFGC Karachentsev et al. (1999); (2) — прямое восхождение, эпоха 2000; (3) — склонение, эпоха 2000; (4) — координаты динамического центра галактики на щели в угловых секундах; (5) — скорость динамического центра галактики; (6) —  $\text{Arctan}$  динамическая шкала кривой вращения; (7) —  $\text{Arctan}$  амплитуда кривой вращения; (8) —  $\text{Polyex}$  шкала кривой вращения; (9) —  $\text{Polyex}$  амплитуда; (10) — наклон внешней части кривой вращения; (11) — МРМ шкала кривой вращения; (12) — МРМ амплитуда кривой вращения; (13) и (14) — параметры, отражающие степень роста или спада скорости во внутренней и внешней частях кривой вращения соответственно; (15) — скорость вращения по последним точкам на кривой вращения. Текстовый вариант таблицы содержится в дополнительных материалах??

| Name<br>RFGC | RA          | Dec         | $r_c$ | $V_c$        | $r_{at}$ | $V_{at}$  | $r_{pe}$ | $V_{pe}$   | $\alpha$     | $r_{mp}$ | $V_{mp}$  | $\gamma$ | $\beta$    | $V_{max}$ |
|--------------|-------------|-------------|-------|--------------|----------|-----------|----------|------------|--------------|----------|-----------|----------|------------|-----------|
| (1)          | (2)         | (3)         | (4)   | (5)          | (6)      | (7)       | (8)      | (9)        | (10)         | (11)     | (12)      | (13)     | (14)       | (15)      |
| 0006         | 00 02 02.61 | +80 38 30.9 | 149   | 4118±3.1     | 23.4±0.5 | 121.3±1.9 | —        | —          | —            | 25.7±0.4 | 68.2±1.4  | 6.8±0.8  | 0.1±0.02   | 77        |
| 0046         | 00 10 46.66 | −00 53 32.7 | 146   | 11467.5±5.3  | 5.1±0.1  | 163.6±1.1 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 131       |
| 0058         | 00 13 41.14 | +05 58 40.5 | 146   | 13957.3±14.2 | —        | —         | —        | —          | —            | 28.3±0.9 | 171±8.2   | 5.3±1    | 0.56±0.03  | 231       |
| 0132         | 00 36 13.53 | −19 07 52.7 | 141   | 17974.9±2.9  | —        | —         | 18±2.1   | 297.5±32.0 | −0.257±0.055 | —        | —         | —        | —          | 142       |
| 0207         | 00 53 30.76 | +28 16 36.9 | 152   | 10861.5±19.2 | 4.6±0.1  | 189.2±0.6 | 10.1±0.4 | 272.3±7.5  | −0.159±0.011 | —        | —         | —        | —          | 142       |
| 0210         | 00 53 54.58 | −03 27 36.5 | 148   | 13386.8±12.1 | 12.1±0.2 | 336.2±1.7 | —        | —          | —            | 10.4±0.4 | 320.9±4.1 | 4.4±0.4  | −0.82±0.07 | 267       |
| 0239         | 01 02 53.55 | −09 52 05.3 | 194   | 7051±13      | 4.4±0.1  | 173.2±0.5 | 5.1±0.1  | 145.3±2.3  | 0.012±0.003  | 9.5±0.4  | 155.2±2.3 | 1.8±0.1  | 0.25±0.02  | 154       |
| 0267         | 01 10 54.12 | +14 16 53.8 | 150   | 16162.7±4.1  | 15.1±0.4 | 353.4±7.1 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 201       |
| 0283         | 01 14 31.84 | +37 05 37.3 | 141   | 9494.6±7.1   | 8.2±0.1  | 202.4±1.5 | 16.1±2.1 | 280.6±34   | −0.196±0.061 | 14.3±0.3 | 149.2±4.5 | 2.9±0.2  | 0.22±0.02  | 154       |
| 0300         | 01 20 23.25 | −12 31 46.3 | 150   | 15720.4±10   | 5.7±0.1  | 236.3±0.6 | 12.8±0.6 | 349.5±12.8 | −0.174±0.015 | 11.4±0.1 | 184.4±0.9 | 12.1±1.2 | 0.15±0.01  | 195       |
| 0368         | 01 43 26.94 | +35 50 26.1 | 145   | 14489.3±5.5  | 7.1±0.1  | 192.7±1.5 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 151       |
| 0403         | 01 53 40.78 | −19 53 06.3 | 144   | 23583.3±10.1 | 3.1±0.1  | 147.8±1.2 | 4.8±0.4  | 161.7±10.1 | −0.068±0.02  | —        | —         | —        | —          | 121       |
| 0461         | 02 08 17.18 | −18 56 36.8 | 143   | 19057.7±10.4 | 3±0.1    | 179.6±2.1 | 8.5±1.5  | 330.8±52   | −0.332±0.093 | —        | —         | —        | —          | 130       |
| 0483         | 02 15 21.01 | +49 50 38.9 | 143   | 12046.8±13.1 | 4.8±0.1  | 275.4±0.9 | 8.8±0.3  | 335.2±9.4  | −0.096±0.01  | —        | —         | —        | —          | 226       |
| 0512         | 02 24 18.23 | +33 36 32.1 | 142   | 3910.6±2.8   | 11.5±0.2 | 137.3±2   | —        | —          | —            | 15.8±0.3 | 90.1±1.6  | 6.9±1.2  | 0.13±0.02  | 96        |
| 0523         | 02 26 36.61 | +00 38 55.6 | 147   | 12268.2±3.9  | 5.4±0.1  | 268.8±1.9 | 1.4±0.1  | 91.8±2     | 0.122±0.004  | —        | —         | —        | —          | 261       |
| 0529         | 02 28 12.06 | +43 35 24.4 | 145   | 6274.7±11.2  | 8.3±0.1  | 146.7±0.9 | 1.7±0.1  | 42.5±0.9   | 0.131±0.005  | —        | —         | —        | —          | 140       |
| 0542         | 02 30 25.51 | −16 35 13.2 | 145   | 7178.9±2.7   | 10.3±0.2 | 126.4±1.2 | 6.1±0.8  | 60.3±6.3   | 0.163±0.022  | —        | —         | —        | —          | 104       |
| 0557         | 02 36 13.98 | −00 41 52.0 | 143   | 11211.2±6.4  | 3.6±0.1  | 200.8±0.4 | 3.3±0.1  | 144.5±1.3  | 0.042±0.002  | 1±0.2    | 240.1±7.3 | 0.6±0.1  | −1.07±0.22 | 192       |
| 0631         | 02 58 14.01 | −04 29 52.2 | 146   | 9144.2±6.5   | 4±0.1    | 145±0.5   | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 129       |
| 0666         | 03 08 22.58 | −13 21 56.6 | 143   | 12066.7±5.5  | 5.1±0.1  | 285.8±0.9 | 4.9±0.1  | 215.4±3.5  | 0.032±0.003  | 7.3±0.1  | 273.9±1.8 | 6.2±0.5  | −0.45±0.03 | 252       |
| 0674         | 03 11 36.42 | +35 01 34.9 | 141   | 4509.9±6.4   | 7.6±0.2  | 106.8±1.4 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 70        |
| 0676         | 03 11 44.77 | +01 02 41.2 | 142   | 7618.7±7.6   | 6.5±0.1  | 123.4±0.7 | 10.1±0.7 | 134.9±7.9  | −0.074±0.02  | —        | —         | —        | —          | 99        |
| 0768         | 03 43 40.60 | −19 37 45.5 | 149   | 12315.3±2.7  | —        | —         | —        | —          | —            | 8.7±1.2  | 236.4±4   | 2±0.1    | −0.57±0.15 | 203       |

Таблица 1. (Продолжение)

| Name<br>RFGC | RA          | Dec         | $r_c$ | $V_c$        | $r_{at}$ | $V_{at}$  | $r_{pe}$ | $V_{pe}$    | $\alpha$     | $r_{mp}$   | $V_{mp}$   | $\gamma$ | $\beta$    | $V_{max}$ |
|--------------|-------------|-------------|-------|--------------|----------|-----------|----------|-------------|--------------|------------|------------|----------|------------|-----------|
| (1)          | (2)         | (3)         | (4)   | (5)          | (6)      | (7)       | (8)      | (9)         | (10)         | (11)       | (12)       | (13)     | (14)       | (15)      |
| 0772         | 03 45 24.98 | -13 20 06.3 | 146   | 9204.5±4.8   | 15.4±0.3 | 174.1±2   | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 112       |
| 0826         | 04 18 30.05 | -14 59 24.3 | 147   | 8682.8±11.8  | 7.3±0.1  | 228.6±0.5 | 7.4±0.2  | 178.4±3     | 0.026±0.003  | 24.5±0.5   | 165.2±3.4  | 2.4±0.1  | 0.6±0.02   | 204       |
| 0827         | 04 18 31.00 | -14 58 51.1 | 149   | 8700.6±5.2   | 5.6±0.1  | 113.4±1   | 1.5±0.1  | 38.3±0.7    | 0.135±0.004  | —          | —          | —        | —          | 114       |
| 0854         | 04 29 19.85 | -14 43 56.2 | 139   | 10893.3±8.7  | 2.8±0.1  | 175.2±0.5 | 1.8±0.1  | 105.6±1     | 0.05±0.001   | —          | —          | —        | —          | 181       |
| 0869         | 04 35 21.92 | -08 56 19.5 | 149   | 10635.3±2.6  | 9.8±0.2  | 250.7±2.7 | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 174       |
| 0912         | 04 51 53.54 | -05 56 54.2 | 150   | 4167.1±3.2   | 12.4±1   | 100.5±4   | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 65        |
| 1013         | 05 45 34.35 | +76 00 52.0 | 169   | 4660±4.7     | 7.9±0.1  | 130.6±0.6 | —        | —           | —            | 4.2±0.9    | 130±1.9    | 1.3±0.1  | -0.92±0.23 | 109       |
| 1083         | 06 22 54.24 | +56 12 07.4 | 149   | 18307.6±5.3  | 15.3±0.3 | 404.1±4.5 | —        | —           | —            | 14.2±0.2   | 265.9±3.4  | 13.4±2.8 | -0.19±0.03 | 253       |
| 1095         | 06 28 49.13 | +56 03 59.0 | 146   | 5247.8±3.6   | 11.4±0.1 | 140.6±0.5 | 16.1±0.9 | 144.1±7.4   | -0.062±0.019 | 11.2±0.1   | 127.6±0.7  | 29.7±9   | -0.68±0.01 | 111       |
| 1107         | 06 34 22.70 | +85 19 51.2 | 162   | 5539.3±3.4   | 10.2±0.2 | 156.4±1.2 | 8.8±0.9  | 103.5±9.3   | 0.082±0.025  | 21.2±0.5   | 101.9±3.1  | 4.1±0.4  | 0.4±0.02   | 125       |
| 1113         | 06 35 37.68 | +64 41 19.3 | 160   | 5592.8±4.4   | 13.3±0.4 | 159.4±3   | —        | —           | —            | 11.9±0.4   | 107.8±2.8  | 5±0.6    | -0.26±0.05 | 102       |
| 1184         | 07 15 07.65 | +48 44 56.3 | 152   | 5522.3±7.7   | 8.9±0.1  | 206.3±0.5 | 14.6±0.4 | 238.4±6.1   | -0.104±0.01  | 9.4±0.3    | 186.8±1.4  | 2±0.1    | -0.29±0.03 | 161       |
| 1236         | 07 38 11.88 | +70 51 07.8 | 167   | 2479.9±2.7   | —        | —         | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 87        |
| 1278         | 07 54 39.22 | +51 38 37.2 | 151   | 20771.3±20   | 8.6±0.1  | 352.2±2   | 26.7±4   | 742.1±102.2 | -0.435±0.097 | 14±0.3     | 250.3±4.5  | 4.7±0.4  | 0.16±0.03  | 265       |
| 1322         | 08 07 38.94 | +74 35 04.8 | 158   | 2283.5±2.6   | 8.3±0.5  | 96.7±2.9  | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 64        |
| 1424         | 08 44 21.34 | +29 06 09.3 | 149   | 13454.7±8    | 5.6±0.1  | 182±1     | 16.9±1.7 | 370.8±34.9  | -0.407±0.063 | 6.9±0.2    | 147±2      | 4.9±0.3  | -0.19±0.04 | 132       |
| 1514         | 09 15 32.05 | -05 17 11.0 | 153   | 5115.1±5.3   | 7±0.1    | 116.8±1.3 | —        | —           | —            | 15.1±0.8   | 98.7±5.8   | 2.1±0.3  | 0.27±0.03  | 97        |
| 1551         | 09 24 57.84 | -13 12 16.4 | 153   | 5091.2±6.9   | 6.8±0.1  | 114.3±1.2 | 13.7±1.5 | 159.3±15.8  | -0.182±0.046 | 14.7±0.5   | 81.9±2.6   | 3.3±0.4  | 0.35±0.02  | 86        |
| 1562         | 09 28 53.77 | -12 33 01.6 | 152   | 3384.5±3.2   | 14±0.3   | 137.2±1.8 | 0.3±0.1  | 14.9±0.3    | 0.076±0.018  | —          | —          | —        | —          | 106       |
| 1648         | 09 52 44.80 | +44 37 39.8 | 148   | 21662.4±61   | 6.9±0.1  | 264.2±0.7 | —        | —           | —            | 14.7±0.1   | 203.9±1.6  | 11.4±0.5 | 0.1±0.02   | 202       |
| 1744         | 10 12 11.99 | +62 05 49.8 | 145   | 3110.6±4.3   | 18.1±1.5 | 119.2±7.7 | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 74        |
| 1859         | 10 40 46.95 | -09 00 39.9 | 151   | 9096.5±15.4  | 8.8±0.1  | 235±0.9   | 8.2±0.3  | 166.7±4     | 0.055±0.006  | 1.8±0.5    | 311.3±21.7 | 0.5±0.1  | -1.6±0.34  | 207       |
| 1943         | 11 02 27.18 | +71 00 21.1 | 148   | 12185.1±8.9  | 5.1±0.2  | 131.9±1.3 | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 109       |
| 2006         | 11 18 12.73 | -08 31 00.2 | 140   | 7007.2±10.9  | 5.6±0.1  | 180.7±0.4 | 6.5±0.1  | 153.2±1.7   | 0.009±0.003  | 15.7±0.2   | 137.3±1.1  | 2.8±0.1  | 0.43±0.01  | 162       |
| 2010         | 11 19 14.02 | +61 31 26.3 | 144   | 4699.1±3     | 14.5±0.5 | 137±2.8   | 1.9±0.3  | 22.1±1.4    | 0.24±0.02    | —          | —          | —        | —          | 99        |
| 2186         | 12 06 24.42 | -07 49 27.7 | 150   | 19983.2±9    | —        | —         | —        | —           | —            | 33±0.3     | 372.6±6.2  | 5.2±0.3  | 0.15±0.01  | 392       |
| 2207         | 12 10 05.11 | +65 59 08.9 | 146   | 23434.7±13.7 | 4±0.1    | 222.3±1.6 | —        | —           | —            | —          | —          | —        | —          | 184       |
| 2333         | 12 36 17.00 | +20 59 55.4 | 153   | 8270.4±19.3  | 8.8±0.1  | 239.2±1.1 | 26.9±1.9 | 485.2±31.2  | -0.364±0.039 | 12.5±0.2   | 194.7±1.6  | 6.5±0.4  | -0.1±0.02  | 167       |
| 2443         | 13 02 07.68 | +58 41 57.3 | 141   | 660.5±5.5    | 17.1±0.2 | 72±0.3    | 9.7±0.3  | 37.5±0.7    | 0.09±0.002   | 113.7±17.1 | 103.1±21.8 | 1±0.2    | 0.46±0.05  | 78        |
| 2546         | 13 22 50.23 | +19 41 27.2 | 166   | 6737.5±6.3   | 10±0.1   | 201.9±1.3 | 54.7±8.9 | 726.7±112.6 | -0.924±0.182 | 15.7±0.3   | 141.8±1.8  | 4.3±0.3  | 0.16±0.02  | 140       |

Таблица 1. (Продолжение)

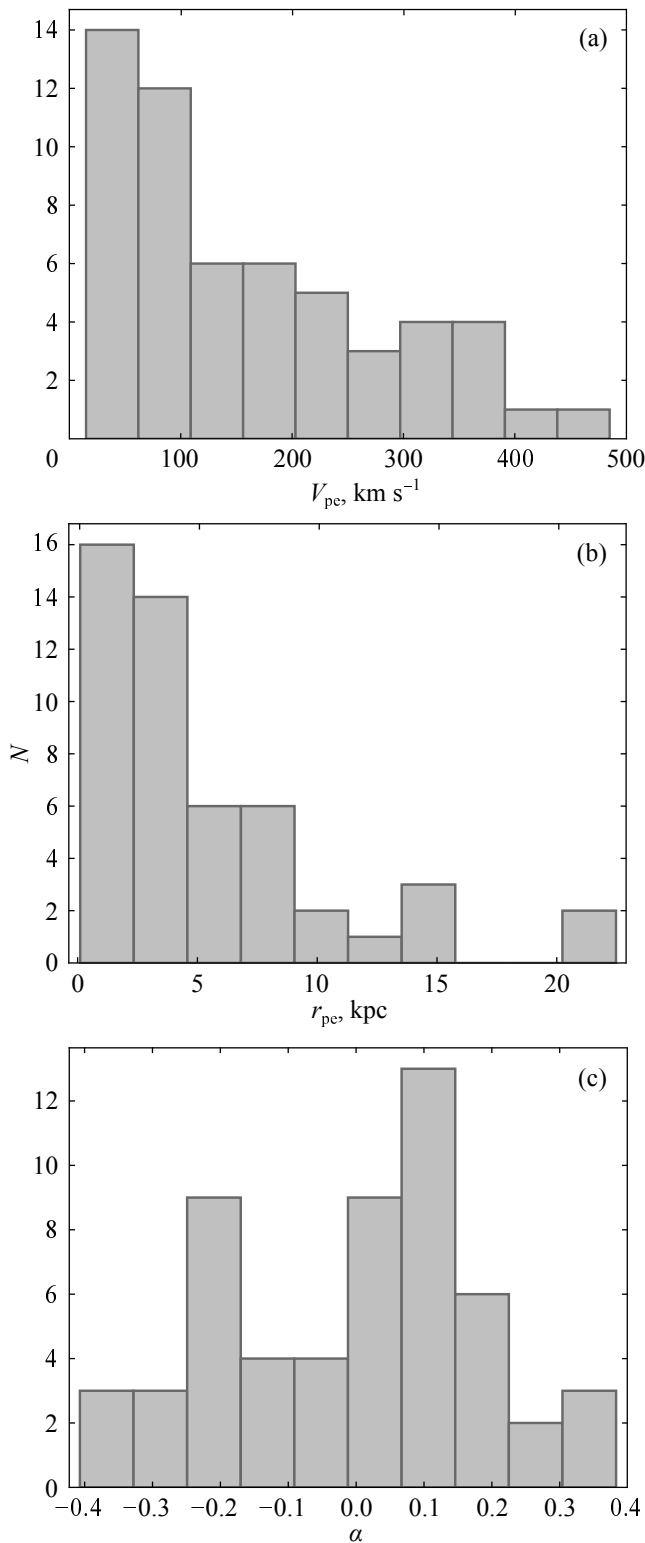
| Name<br>RFGC | RA          | Dec         | $r_c$ | $V_c$        | $r_{at}$ | $V_{at}$  | $r_{pe}$ | $V_{pe}$   | $\alpha$     | $r_{mp}$ | $V_{mp}$  | $\gamma$ | $\beta$    | $V_{max}$ |
|--------------|-------------|-------------|-------|--------------|----------|-----------|----------|------------|--------------|----------|-----------|----------|------------|-----------|
| (1)          | (2)         | (3)         | (4)   | (5)          | (6)      | (7)       | (8)      | (9)        | (10)         | (11)     | (12)      | (13)     | (14)       | (15)      |
| 2581         | 13 30 38.75 | +49 08 12.1 | 142   | 4899.6±2.6   | 11.3±0.4 | 159.9±3.1 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 116       |
| 2585         | 13 31 36.05 | −11 24 36.5 | 148   | 6575.2±7.5   | 5.3±0.1  | 107.7±0.7 | 4.7±0.3  | 75±3.3     | 0.054±0.01   | 10.1±0.7 | 89.6±3.2  | 2.1±0.2  | 0.22±0.05  | 97        |
| 2642         | 13 45 07.94 | −02 47 46.7 | 148   | 22506.2±35.2 | 3.9±0.1  | 291±0.9   | —        | —          | —            | 7±0.2    | 273±2.6   | 4.1±0.3  | −0.23±0.04 | 264       |
| 2714         | 14 06 23.91 | −22 41 51.4 | 147   | 9446.1±6.6   | 9.4±0.1  | 189.7±1.3 | —        | —          | —            | 15.7±0.1 | 117.7±1   | 18.3±3.6 | 0.26±0.01  | 115       |
| 2821         | 14 37 30.37 | +20 20 19.7 | 146   | 11220.4±10.2 | 8.2±0.3  | 194.6±3.9 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 129       |
| 2886         | 14 55 24.71 | +37 25 21.2 | 149   | 9004.4±13.7  | 12.6±0.1 | 252.1±0.6 | —        | —          | —            | 10±0.1   | 250.2±1.5 | 6.2±0.3  | −1.03±0.03 | 192       |
| 2953         | 15 18 25.39 | −00 38 23.5 | 148   | 16084.1±8.8  | 6.5±0.1  | 210.5±1.5 | —        | —          | —            | 11.6±0.2 | 146±1.9   | 6.3±0.5  | 0.22±0.02  | 148       |
| 3046         | 15 49 34.68 | +17 43 39.1 | 145   | 9120.3±3.8   | 11.1±0.1 | 196.3±1.2 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 140       |
| 3078         | 16 03 32.93 | −03 39 30.4 | 143   | 13315.1±7.9  | 9.7±0.1  | 297.3±2.3 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 214       |
| 3080         | 16 03 58.12 | +40 02 01.1 | 149   | 11218.7±10.6 | 4.7±0.2  | 250.6±2.5 | —        | —          | —            | 12.9±0.4 | 175.2±5.2 | 10.1±1.4 | 0.34±0.06  | 174       |
| 3125         | 16 18 36.11 | +01 09 28.6 | 140   | 5312.8±6.2   | 11.2±0.2 | 105.5±1.1 | —        | —          | —            | 20.8±0.4 | 59.8±1.1  | 8.5±1.3  | 0.43±0.02  | 83        |
| 3164         | 16 37 20.35 | +62 44 29.2 | 142   | 5644.2±5.5   | 20.9±0.3 | 225.8±1.7 | 5.1±0.3  | 46.1±2     | 0.346±0.006  | —        | —         | —        | —          | 168       |
| 3208         | 16 53 56.59 | −04 35 06.3 | 147   | 6850.7±14    | 8.1±0.2  | 198.3±1.6 | 5.6±0.4  | 116.1±5.3  | 0.08±0.007   | —        | —         | —        | —          | 176       |
| 3212         | 16 55 21.70 | +58 39 35.9 | 146   | 5009.3±2.5   | 15.5±0.4 | 117.6±1.9 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 81        |
| 3262         | 17 18 51.40 | +61 13 28.7 | 141   | 3914.4±7.2   | 6.5±0.1  | 120.6±1.2 | 14.2±1.4 | 180.6±15.9 | −0.219±0.043 | —        | —         | —        | —          | 71        |
| 3277         | 17 27 18.41 | +61 10 39.7 | 141   | 3049.8±44.7  | 3.4±0.3  | 33.7±0.8  | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 29        |
| 3296         | 17 37 06.70 | +45 41 53.1 | 148   | 11645.9±6    | 5.8±0.1  | 267.2±1.3 | 15.4±1.1 | 435.4±25.7 | −0.232±0.029 | 12.1±0.2 | 207.5±3.1 | 6.4±0.4  | 0.11±0.03  | 208       |
| 3322         | 17 59 18.73 | +58 03 50.0 | 149   | 4118±2.5     | 23.4±0.5 | 121.3±1.9 | —        | —          | —            | 25.7±0.4 | 68.2±1.4  | 6.8±0.8  | 0.1±0.02   | 77        |
| 3354         | 18 19 44.01 | +21 33 49.6 | 150   | 12398.5±6.4  | 11.3±0.1 | 354.8±2.3 | —        | —          | —            | 16.9±0.2 | 226.7±3.2 | 6.1±0.6  | 0.2±0.02   | 248       |
| 3397         | 18 42 58.08 | +58 55 31.5 | 145   | 8699.5±32.2  | 15.7±0.1 | 267.5±1.1 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 183       |
| 3491         | 19 35 55.24 | +64 04 19.4 | 147   | 5586.6±7.5   | 4.8±0.1  | 133.4±0.7 | 11.3±0.5 | 203.2±6.4  | −0.194±0.014 | —        | —         | —        | —          | 79        |
| 3534         | 20 03 04.19 | −20 27 38.8 | 147   | 5960.9±6.4   | 10.3±0.1 | 172.7±0.9 | 5.9±0.3  | 81.7±3     | 0.147±0.007  | —        | —         | —        | —          | 149       |
| 3540         | 20 05 46.48 | −21 17 48.8 | 143   | 11161.9±6.4  | 3.6±0.1  | 200.8±0.4 | 3.3±0.1  | 144.5±1.3  | 0.042±0.002  | 1±0.2    | 240.2±7.3 | 0.6±0.1  | −1.07±0.22 | 193       |
| 3563         | 20 17 26.58 | −18 41 30.5 | 138   | 8951.2±4.3   | 6.2±0.1  | 129.5±0.6 | 5.2±0.2  | 84.3±2.4   | 0.072±0.006  | —        | —         | —        | —          | 119       |
| 3598         | 20 32 45.18 | −11 34 01.2 | 150   | 8485.8±5.9   | 2.1±0.1  | 135.6±0.5 | 1.7±0.1  | 95.7±0.9   | 0.027±0.001  | —        | —         | —        | —          | 148       |
| 3601         | 20 33 39.06 | −18 34 39.5 | 143   | 10897.6±4.4  | 5.6±0.1  | 227.4±0.8 | —        | —          | —            | 4.8±0.3  | 215.1±2   | 2.4±0.1  | −0.61±0.08 | 195       |
| 3636         | 20 44 17.90 | +86 54 24.2 | 144   | 11381.7±11.4 | 9.1±0.2  | 236.4±2.6 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 171       |
| 3645         | 20 48 38.45 | −17 14 30.3 | 145   | 8315.5±5.7   | 17±0.2   | 229.6±1.1 | 37.4±3.9 | 352.8±34.2 | −0.252±0.054 | 18.3±1.3 | 210.9±5.3 | 1.7±0.1  | −0.19±0.06 | 172       |
| 3686         | 21 04 41.11 | −14 53 27.2 | 141   | 8252.6±15.4  | 27.9±0.6 | 358.8±4.7 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 217       |
| 3697         | 21 07 35.49 | +05 29 30.2 | 144   | 8437.8±7.8   | 5.6±0.1  | 157.4±0.8 | 2.7±0.1  | 76±1.5     | 0.096±0.002  | —        | —         | —        | —          | 143       |

Таблица 1. (Продолжение)

| Name<br>RFGC | RA          | Dec         | $r_c$ | $V_c$       | $r_{at}$ | $V_{at}$   | $r_{pe}$ | $V_{pe}$   | $\alpha$     | $r_{mp}$ | $V_{mp}$  | $\gamma$ | $\beta$    | $V_{max}$ |
|--------------|-------------|-------------|-------|-------------|----------|------------|----------|------------|--------------|----------|-----------|----------|------------|-----------|
| (1)          | (2)         | (3)         | (4)   | (5)         | (6)      | (7)        | (8)      | (9)        | (10)         | (11)     | (12)      | (13)     | (14)       | (15)      |
| 3707         | 21 08 57.81 | +04 41 19.8 | 149   | 14209.7±8.4 | 8.7±0.2  | 173.9±2.2  | —        | —          | —            | 15.6±0.4 | 110.6±5   | 4.9±1.1  | 0.32±0.03  | 128       |
| 3723         | 21 15 45.04 | +17 21 33.8 | 141   | 8973.8±3.1  | 8.4±0.1  | 240.3±0.7  | 14±0.7   | 279.6±12.1 | −0.1±0.016   | 11±0.5   | 212.5±2.7 | 2.3±0.1  | −0.14±0.04 | 194       |
| 3856         | 22 02 09.73 | +08 16 05.6 | 148   | 8633±9.9    | 6.5±0.2  | 143.2±1.4  | 14.4±2.3 | 215.2±30.1 | −0.221±0.07  | 12.7±0.3 | 99.8±2.5  | 4±0.4    | 0.29±0.03  | 109       |
| 3901         | 22 13 47.74 | −13 48 41.4 | 143   | 12848.5±8.1 | 4.7±0.1  | 142.7±0.7  | 1.5±0.1  | 57.5±0.9   | 0.106±0.003  | —        | —         | —        | —          | 5         |
| 3924         | 22 20 28.73 | −23 11 29.9 | 150   | 7037.6±5.2  | 2.5±0.2  | 68.7±2     | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 59        |
| 3984         | 22 41 02.41 | +19 20 11.9 | 147   | 8621±8.1    | 11.5±0.2 | 239.2±1.9  | 5.9±0.6  | 96.9±8.3   | 0.206±0.017  | 21.2±0.4 | 137.9±3   | 7±0.9    | 0.41±0.01  | 184       |
| 3986         | 22 43 04.41 | −03 47 14.6 | 143   | 7729.2±7.9  | 17.6±0.2 | 175.3±0.9  | 6.1±0.3  | 50.9±1.8   | 0.265±0.005  | —        | —         | —        | —          | 145       |
| 4039         | 22 59 12.79 | +13 36 19.7 | 150   | 2572.8±10.5 | 27.4±0.3 | 144.1±0.9  | 10.2±0.7 | 41.1±2.6   | 0.311±0.011  | —        | —         | —        | —          | 103       |
| 4046         | 23 00 33.63 | +30 52 24.9 | 140   | 8965.6±9.9  | 4.7±0.1  | 143.7±1.7  | 2.5±0.2  | 67.7±3.6   | 0.136±0.008  | —        | —         | —        | —          | 137       |
| 4080         | 23 13 03.01 | −01 14 34.2 | 150   | 5125.3±7.8  | 7.9±0.2  | 123.2±1.5  | 19.6±2.6 | 212.4±26   | −0.319±0.074 | —        | —         | —        | —          | 84        |
| 4101         | 23 17 54.76 | +22 45 10.5 | 153   | 12087.7±3.2 | 21.4±0.4 | 379.1±4.4  | 2.3±0.1  | 40±1.4     | 0.383±0.013  | —        | —         | —        | —          | 240       |
| 4137         | 23 32 04.76 | −02 22 43.1 | 152   | 10063.6±2.6 | 4.6±0.1  | 181.1±0.5  | 6.6±0.1  | 177.4±2.5  | −0.02±0.003  | 12.7±0.2 | 137.1±0.9 | 3.9±0.1  | 0.4±0.01   | 157       |
| 4172         | 23 43 02.81 | −04 31 30.2 | 146   | 6120.8±2.5  | 10.1±0.2 | 116.7±1.1  | 3.5±0.3  | 36.5±2     | 0.204±0.006  | —        | —         | —        | —          | 97        |
| 4230         | 23 57 43.36 | −03 35 44.2 | 145   | 7103.2±2.5  | 11.8±0.2 | 228.4±2    | —        | —          | —            | 22.9±0.2 | 132±1.5   | 14.1±2.9 | 0.42±0.01  | 176       |
| 1540         | 09 22 49.19 | −07 32 24.9 | —     | —           | 3.3±0.1  | 156.9±4.7  | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 95        |
| 0615         | 02 53 32.20 | −24 53 41.8 | —     | —           | 5±0.3    | 180.8±3.9  | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 152       |
| 0863         | 04 30 48.79 | −21 54 53.2 | —     | —           | 3.4±0.1  | 195.8±1.3  | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 163       |
| 0928         | 04 59 15.11 | −17 42 14.1 | —     | —           | 4±0.9    | 142.9±23.6 | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 75        |
| 1005         | 05 42 00.83 | −19 03 52.4 | —     | —           | 4.6±0.2  | 194.3±3.1  | —        | —          | —            | 9.6±0.7  | 146.9±5.1 | 4.6±0.9  | 0.27±0.06  | 157       |
| 1015         | 05 46 21.09 | −17 22 58.7 | —     | —           | 2±0.1    | 105.8±3    | 0.5±0.1  | 28.6±3.3   | 0.205±0.019  | —        | —         | —        | —          | 88        |
| 1322         | 08 07 38.94 | +74 35 04.8 | —     | —           | 1.2±0.1  | —          | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 64        |
| 1333         | 08 11 16.77 | +72 35 02.1 | —     | —           | 6.3±0.2  | 152.5±2.9  | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 115       |
| 1355         | 08 18 00.93 | +59 08 29.9 | —     | —           | 14.2±0.4 | 230.1±5.4  | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 125       |
| 1384         | 08 30 56.40 | +55 50 06.7 | —     | —           | 5.5±0.5  | 128±6.4    | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 78        |
| 2523         | 13 18 34.45 | +47 07 56.3 | —     | —           | 3±0.1    | 188±0.9    | 7.7±0.5  | 309±16.5   | −0.199±0.023 | —        | —         | —        | —          | 157       |
| 2581         | 13 30 38.75 | +49 08 12.1 | —     | —           | 2.4±0.1  | 137.4±0.9  | 1.4±0.1  | 69.9±2     | 0.114±0.004  | —        | —         | —        | —          | 116       |
| 2590         | 13 33 14.74 | +45 50 14.6 | —     | —           | 1.3±0.1  | 68.5±3.5   | —        | —          | —            | —        | —         | —        | —          | 52        |
| 2635         | 13 43 29.33 | +22 05 46.6 | —     | —           | 3.5±0.1  | 148.2±1.3  | 1.5±0.1  | 62.3±2.7   | 0.132±0.005  | —        | —         | —        | —          | 132       |
| 2751         | 14 17 16.03 | +82 37 13.6 | —     | —           | 5.9±0.1  | 243.3±1.9  | 13.8±2   | 377.8±48   | −0.24±0.066  | 13.1±0.2 | 141.1±1.9 | 7.7±0.7  | 0.5±0.01   | 188       |
| 2885         | 14 55 15.85 | +48 21 56.5 | —     | —           | 1.5±0.1  | 134±1.2    | 0.4±0.1  | 40.4±1.7   | 0.176±0.006  | —        | —         | —        | —          | 127       |

**Таблица 2.** Коэффициенты корреляции свободных параметров трех функций кривых вращения и параметры прямой  $y = a + bx$ , описывающей зависимость. В колонках таблицы приведены: (1) — МРМ амплитуда кривой вращения; (2) — МРМ динамическая шкала кривой вращения; (3) и (4) — отражают степень роста или спада скорости во внутренней и внешней частях кривой вращения соответственно; (5) — Polyex амплитуда; (6) — Polyex динамическая шкала; (7) — Polyex наклон внешней части кривой вращения; (8) — Arctan амплитуда; (9) — Arctan динамическая шкала

|                 | $V_{\text{mp}}$                 | $r_{\text{mp}}$ | $\gamma$       | $\beta$      | $V_{\text{pe}}$            | $r_{\text{pe}}$ | $\alpha$    | $V_{\text{at}}$           | $r_{\text{at}}$ |
|-----------------|---------------------------------|-----------------|----------------|--------------|----------------------------|-----------------|-------------|---------------------------|-----------------|
|                 | (1)                             | (2)             | (3)            | (4)          | (5)                        | (6)             | (7)         | (8)                       | (9)             |
| $V_{\text{mp}}$ | $r$ : 1                         | -0.25           | 0.2            | -0.52        | 0.71                       | 0.31            | -0.42       | 0.93                      | -0.31           |
|                 | $a$ : 0                         | 179.52±0.80     | 118.4±0.77     | 206.54±0.96  | 99.62±0.71                 | 131.53±0.61     | 132.43±0.43 | -18.43±1.64               | 227.71±1.38     |
|                 | $b$ : 1                         | -2.40±0.05      | 3.21±0.05      | -204.79±2.79 | 0.159±0.002                | 0.75±0.04       | -74.1±1.7   | 0.823±0.008               | -11.24±0.17     |
| $r_{\text{mp}}$ | $r$ : -0.26                     | 1               | 0.2            | 0.7          | -0.3                       | 0.02            | 0.21        | -0.05                     | 0.73            |
|                 | $a$ : 21.65±0.25                | 0               | 15.41±0.14     | 10.11±0.10   | 15.80±0.14                 | 13.09±0.11      | 14.49±0.07  | 18.41±0.28                | 3.67±0.20       |
|                 | $b$ : -0.045±0.001              | 1               | -0.15±0.01     | 18.78±0.42   | -0.0050±0.0004             | 0.055±0.006     | 2.75±0.29   | -0.019±0.001              | 1.520±0.029     |
| $\gamma$        | $r$ : 0.21                      | 0.2             | 1              | -0.2         | 0.22                       | 0.18            | -0.11       | 0.33                      | 0.38            |
|                 | $a$ : 1.401±0.243               | 1.62±0.13       | 0              | 2.754±0.12   | 1.64±0.07                  | 2.02±0.06       | 2.48±0.04   | 0.1±0.22                  | 0.06±0.18       |
|                 | $b$ : 0.008±0.002               | 0.066±0.009     | 1              | -0.6±0.3     | 0.005±0.0003               | 0.067±0.005     | -3.25±0.25  | 0.014±0.001               | 0.44±0.03       |
| $\beta$         | $r$ : -0.53                     | 0.75            | -0.2           | 1            | -0.64                      | -0.48           | 0.69        | -0.43                     | 0.36            |
|                 | $a$ : 0.642±0.014               | -0.082±0.016    | 0.409±0.007    | 0            | 0.49±0.007                 | 0.49±0.01       | 0.4±0.005   | 0.61±0.02                 | 0.21±0.01       |
|                 | $b$ : -0.0022±0.0001            | 0.0246±0.0009   | -0.0104±0.0008 | 1            | -0.0006±0.0002             | -0.0124±0.0007  | 0.9±0.03    | -0.0014±0.0001            | 0.018±0.002     |
| $V_{\text{pe}}$ | $r$ : 0.89                      | -0.25           | 0.32           | -0.63        | 1                          | 0.86            | -0.92       | 0.93                      | -0.003          |
|                 | $a$ : -60±5                     | 114±3           | 92±2           | 116±3        | 0                          | 1±4             | 163±1       | -59±5                     | 135±5           |
|                 | $b$ : 1.48±0.04                 | 1.4±0.2         | 16.9±0.8       | 50±9         | 1                          | 22.1±0.6        | -1085±26    | 1.16±0.03                 | 0.1±0.9         |
| $r_{\text{pe}}$ | $r$ : 0.6                       | 0.01            | 0.5            | -0.48        | 0.86                       | 1               | -0.88       | 0.75                      | 0.4             |
|                 | $a$ : 1.80±0.39                 | 4.2±0.2         | 3.5±0.1        | 5.5±0.2      | 1.6±0.2                    | 0               | 6.67±0.07   | -0.43±0.37                | 1.15±0.38       |
|                 | $b$ : 0.031±0.003               | 0.13±0.01       | 1.03±0.04      | 1.8±0.6      | 0.031±0.001                | 1               | -33±1       | 0.038±0.002               | 0.91±0.07       |
| $\alpha$        | $r$ : -0.74                     | 0.37            | -0.28          | 0.68         | -0.92                      | -0.88           | 1           | -0.79                     | 0.04            |
|                 | $a$ : 0.16±0.01                 | -0.01±0.005     | 0.07±0.003     | -0.028±0.005 | 0.135±0.006                | 0.124±0.006     | 0           | 0.109±0.009               | -0.008±0.008    |
|                 | $b$ : -0.001±8×10 <sup>-5</sup> | 0.0015±0.0003   | -0.021±0.001   | 0.10±0.01    | -0.0008±3×10 <sup>-5</sup> | -0.0169±0.0009  | 1           | 0.0005±5×10 <sup>-5</sup> | 0.004±0.001     |
| $V_{\text{at}}$ | $r$ : 0.95                      | -0.05           | 0.3            | -0.43        | 0.93                       | 0.75            | -0.79       | 1                         | 0.02            |
|                 | $a$ : 9.8±0.8                   | 164.2±0.6       | 158.5±0.3      | 207.8±0.47   | 121.2±0.4                  | 127.1±0.4       | 178.5±0.2   | 0                         | 174.7±0.8       |
|                 | $b$ : 1.233±0.005               | 1.52±0.04       | 6.63±0.05      | -57.0±1.2    | 0.341±0.002                | 6.98±0.04       | -312±2      | 1                         | 2.1±0.1         |
| $r_{\text{at}}$ | $r$ : -0.25                     | 0.75            | 0.43           | 0.36         | -0.003                     | 0.4             | 0.04        | 0.01                      | 1               |
|                 | $a$ : 5.76±0.08                 | 2.82±0.06       | 5.45±0.03      | 5.48±0.04    | 5.24±0.03                  | 4.61±0.04       | 5.74±0.02   | 4.27±0.07                 | 0               |
|                 | $b$ : 0.0012±0.0005             | 0.222±0.004     | 0.099±0.004    | 1.6±0.1      | 0.003±0.0001               | 0.139±0.003     | -3.3±0.1    | 0.0085±0.0004             | 1               |



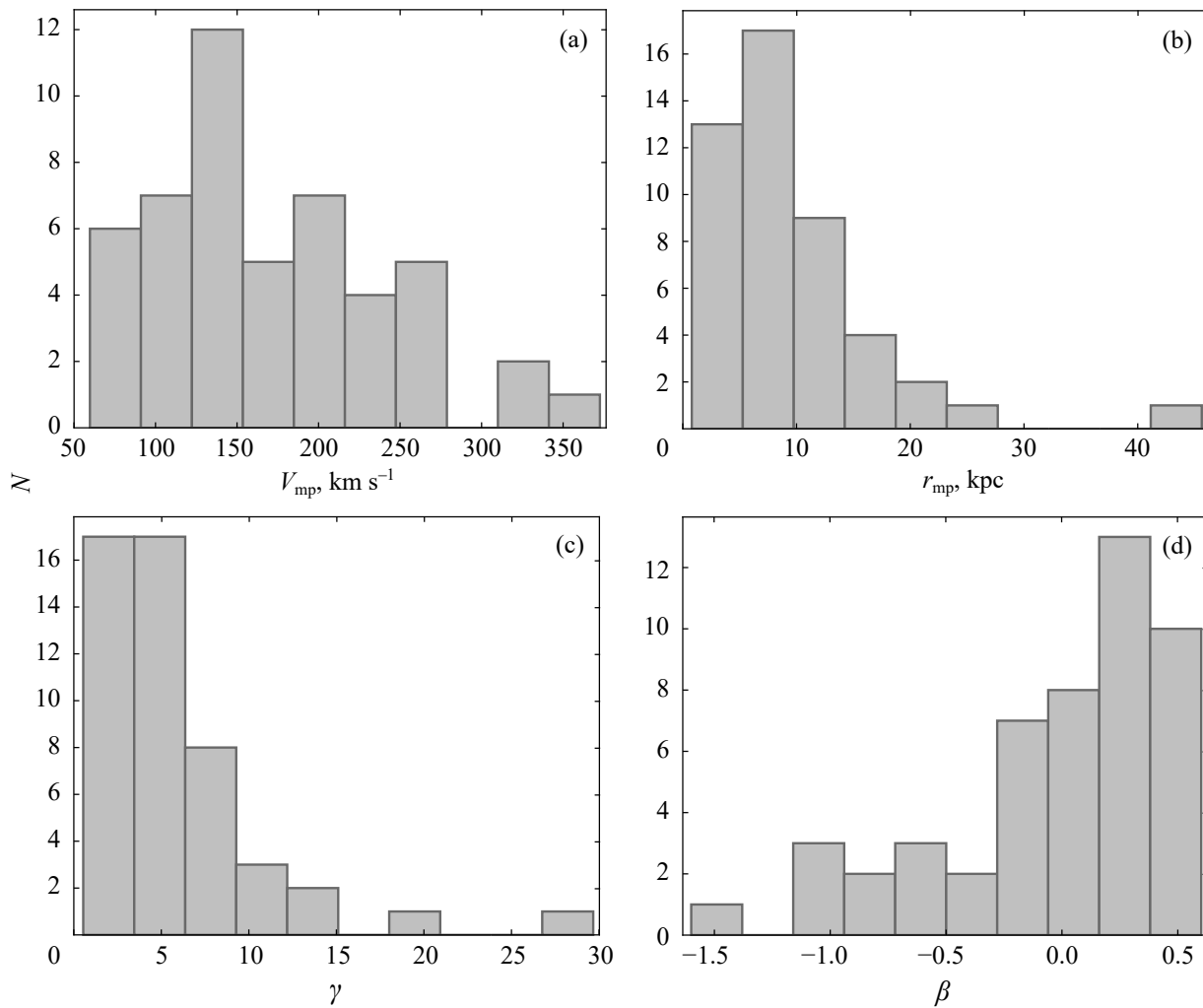
**Рис. 4.** Распределения по  $V_{re}$  — амплитуде (а),  $r_{re}$  — динамической шкале (б), и  $\alpha$  — наклону внешней части кривой вращения (с). Параметры были получены в ходе аппроксимации кривых вращения функцией Polyex (раздел 4.3).

информации о каждом объекте. Проблему можно решить, зафиксировав отдельные параметры в многопараметрической функции и выразив их через более простые функции. Для применения этого метода необходимо убедиться в наличии сильной корреляции между двумя функциями. В таблице 2 приведены значения коэффициента линейной корреляции  $r$  и параметры аппроксимационной прямой вида  $y = bx + a$  для свободных параметров функций MPM ( $V_{mp}$ ,  $r_{mp}$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ), Polyex ( $V_{pe}$ ,  $r_{pe}$ ,  $\alpha$ ), Arctan ( $V_{at}$ ,  $r_{at}$ ). Здесь параметры из заголовков колонок соответствуют  $y$ , из первого столбца —  $x$ . Выявлены сильные линейные корреляции между асимптотическими скоростями всех функций, а также между  $r_{mp}$  и  $r_{at}$ ,  $\alpha$  и  $V_{mp}$ ,  $\alpha$  и  $V_{at}$ ,  $r_{pe}$  и  $V_{at}$ . Кроме того, внутри отдельных функций отмечены значимые связи между  $r_{mp}$  и  $\beta$ ,  $V_{pe}$  и  $\alpha$ ,  $V_{pe}$  и  $r_{pe}$ ,  $r_{pe}$  и  $\alpha$ . Функция Polyex демонстрирует наибольшее количество корреляций между собственными свободными параметрами. Для оценки силы связи использовалась шкала Чеддока, где значения коэффициента  $r$  интерпретируются следующим образом: 0–0.1 связь отсутствует; 0.1–0.3 — слабая; 0.3–0.5 — умеренная; 0.5–0.7 — заметная; 0.7–0.9 — сильная; 0.9–0.99 — очень сильная; 0.99–1 — функциональная. Корреляции между свободными параметрами функций показаны на рис. 6.

Зависимость между  $r_{pe}$  и  $V_{at}$  демонстрирует, что с ростом амплитуды увеличивается динамическая шкала кривой вращения. Можно было бы предположить, что в галактиках с высокой скоростью вращения центральная область сильнее влияет на их кинематику. Однако с учетом размеров галактик становится ясно, что наблюдаемая корреляция обусловлена именно увеличением их масштабов. На рис. 7 показана зависимость  $r_{pe}$  от  $V_{at}$ , где размер точек задает размер кривых вращения. С ростом  $r_{pe}$  увеличивается протяженность этих кривых.

## 7. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ С ДРУГИМИ АВТОРАМИ

Согласно базе данных HyperLEDA (Makarov et al., 2014) известны красные смещения для 50 галактик из нашей выборки: 27 определены по радиоданным, а 45 — по наблюдениям в оптическом диапазоне. На рис. 8 приведено сравнение наших измерений систематических скоростей с данными других авторов: показана разность этих значений как функция от величины систематической скорости. Если галактика имела более одного измерения в HyperLEDA, то сравнение проводилось с усредненным значением. Средневзвешенная разность между нашими данными и результатами других авторов составила  $-13 \pm 20 \text{ км с}^{-1}$ ; в



**Рис. 5.** Распределения по  $V_{\text{mp}}$  — амплитуде (a) и  $r_{\text{mp}}$  — динамической шкале (b),  $\gamma$  (c) и  $\beta$  (d) — переменные, отражающие степень роста или спада скорости во внутренней и внешней частях кривой вращения. Параметры были получены в ходе аппроксимации кривых вращения функцией MPM (раздел 4.4).

качестве погрешности взята стандартная ошибка средневзвешенного значения.

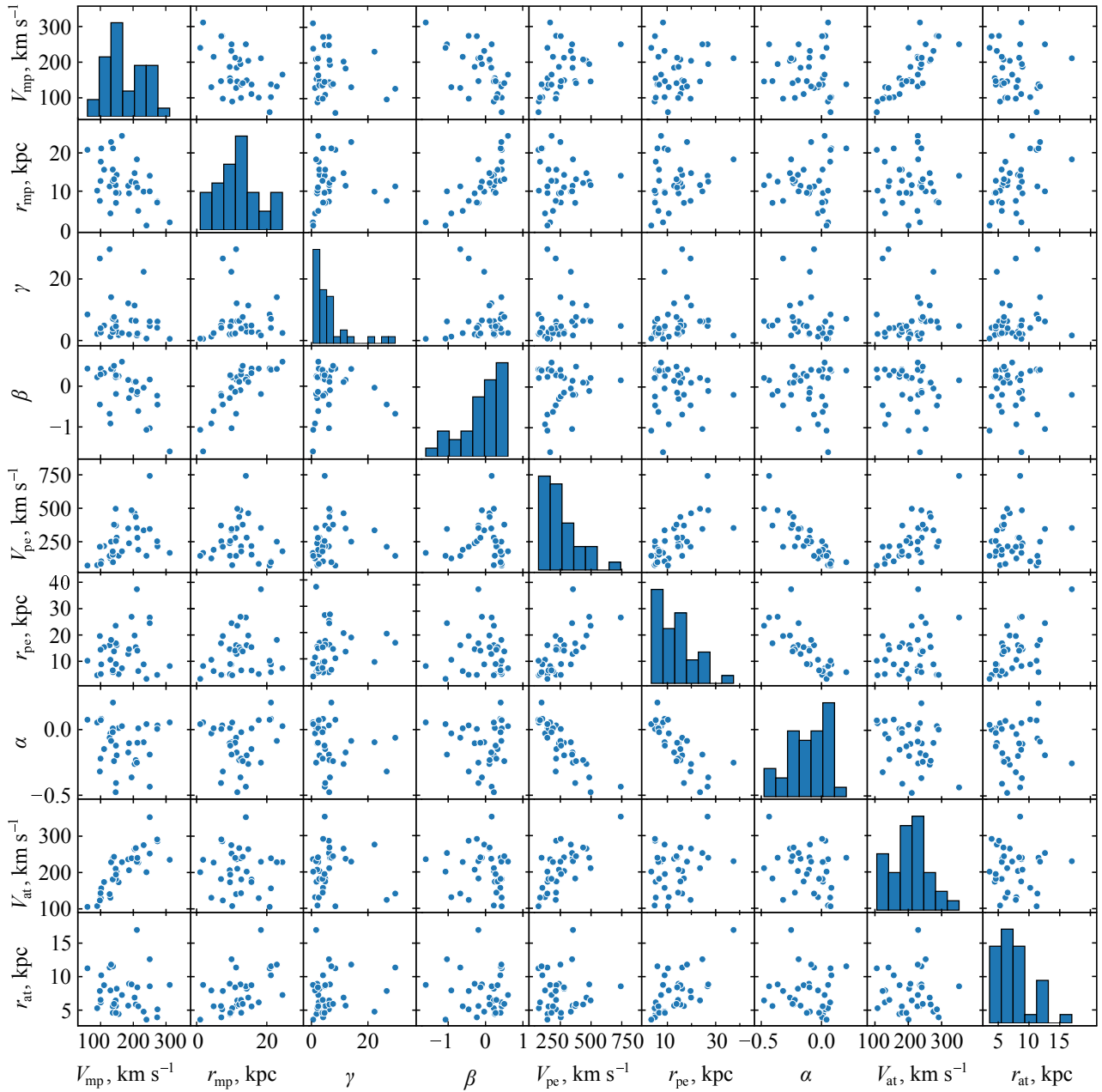
Существует множество способов определения максимальной скорости вращения галактик. Для объективности мы сравнивали наши измерения, полученные различными способами, с максимальными скоростями из базы HyperLEDA.

Разница между скоростями, определенными по функциям Arctan, Polyex и MPM, и данными HyperLEDA в оптическом диапазоне составила  $35 \pm 4$ ,  $17 \pm 27$  и  $6 \pm 11 \text{ км с}^{-1}$  соответственно, в радиодиапазоне —  $22 \pm 11$ ,  $-123 \pm 47$ ,  $-28 \pm 2 \text{ км с}^{-1}$ . Дополнительно мы определяли амплитуду по последней точке на кубическом сплайне, описывающем кривую вращения ( $V_{\text{max}}$  в таблице 1). Разница между полученными нами значениями и данными HyperLeda составила в оптическом диапазоне  $1 \pm 4 \text{ км с}^{-1}$ , в радиодиапазоне  $-23 \pm 5 \text{ км с}^{-1}$ . Эти величины согласо-

уются с расхождением, найденным при сравнении асимптотических скоростей по MPM. Как и при сравнении красных смещений, мы вычисляли взвешенное среднее, а в качестве ошибки использовали стандартное отклонение этой величины. Результаты сравнения измеренных в настоящей работе скоростей вращения галактик с данными HyperLEDA представлены на рис. 9. На графике штриховой линией приведены медианные значения разницы между скоростями вращения, рассчитанными по функциям Arctan, Polyex, MPM, и данными HyperLEDA: в оптическом диапазоне они составили 38, 56 и 14  $\text{км с}^{-1}$  соответственно, в радиодиапазоне —  $-25$ , 19 и  $-28 \text{ км с}^{-1}$ .

## 8. СВЯЗЬ С ФОТОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Поиск зависимостей между кинематическими и фотометрическими параметрами играет важную



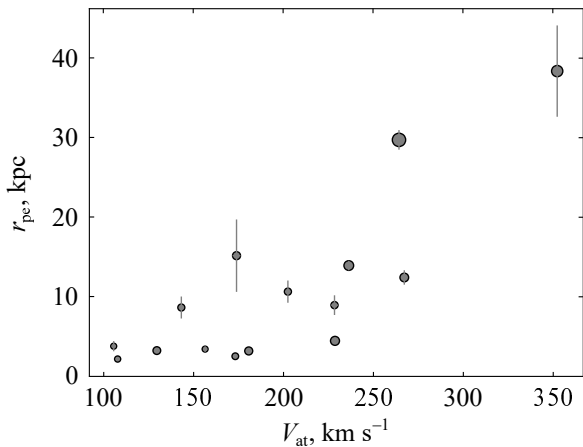
**Рис. 6.** Зависимости между свободными параметрами функций МРМ (раздел 4.4), Polyex (раздел 4.3), Arctan (раздел 4.2), а также гистограммы распределения этих параметров.

роль в понимании процессов эволюции галактик, их структуры, а также помогает оценить другие характеристики объектов. В работе Antipova et al. (2021) была сделана декомпозиция для части галактик из исследуемой выборки по данным Pan-STARRS1 (DR2)<sup>1)</sup>. Она проводилась простой двухкомпонентной моделью: балдж и диск.

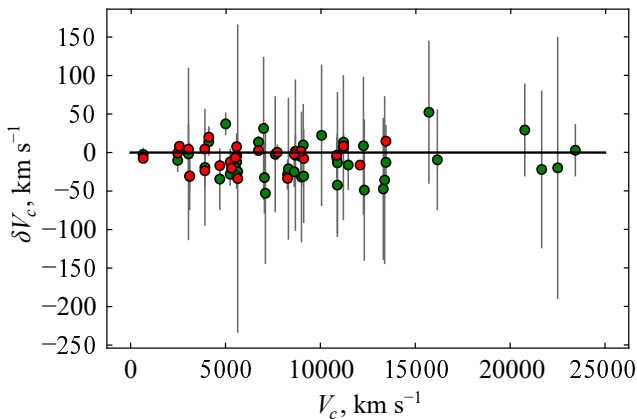
Пересечение фотометрической декомпозиции с кинематическим описанием различными функция-

ми составляет 99 галактик с использованием функции Arctan, 67 объектов — функцией Polyex и 27 — МРМ. На рис. 10 показаны соотношения кинематических и фотометрических параметров. Четкая и сильная корреляция наблюдается только для графика, иллюстрирующего зависимость Талли—Фишера. Вместе с тем прослеживаются закономерности совместного изменения скорости вращения ( $V_{\text{mp}}$ ) и вертикальной ( $z_0$ ) и радиальной ( $h$ ) фотометрических шкал. При этом относительная толщина галактики ( $h/z_0$ ) не коррелирует ни с одним из кинематических параметров, полученных в

<sup>1)</sup><https://www.sao.ru/edgeon/projects/UltraThin160/decomposition.html>



**Рис. 7.** Зависимость динамической шкалы  $r_{\text{ре}}$  от амплитуды  $V_{\text{ат}}$ . Размер кружков показывает протяженность кривой вращения.



**Рис. 8.** Сравнение лучевых скоростей галактик с данными HyperLEDA (Makarov et al., 2014). Красные кружки соответствуют радионаблюдениям, зеленые — оптическим. Черная сплошная линия — нулевой уровень.

этой работе, что может быть обусловлено влиянием темного гало (Sotnikova and Rodionov, 2006; Zasov et al., 1991). Скорость вращения проявляет зависимость также от яркости балджа ( $M_b$ ) и эффективного радиуса ( $r_e$ ): чем ярче балдж и больше эффективный радиус, тем больше скорость вращения галактики. Сильнее всего на нее оказывает влияние интегральная звездная величина галактики ( $M_{\text{tot}}$ ). Динамическая шкала ( $r_{\text{мп}}$ ) растет вместе с фотометрическими шкалами ( $h$ ,  $z_0$ ), эффективным радиусом и интегральной звездной величиной ( $M_{\text{tot}}$ ), что, вероятно, свидетельствует об увеличении размеров галактик. Стоит отметить, что корреляции видны для параметров, определенных с помощью функции MPM; в остальных случаях зависимости не прослеживаются. Поэтому для описания кривых вращения эта функция предпочтительна. Также не найдены зависимости внешних и внутренних углов

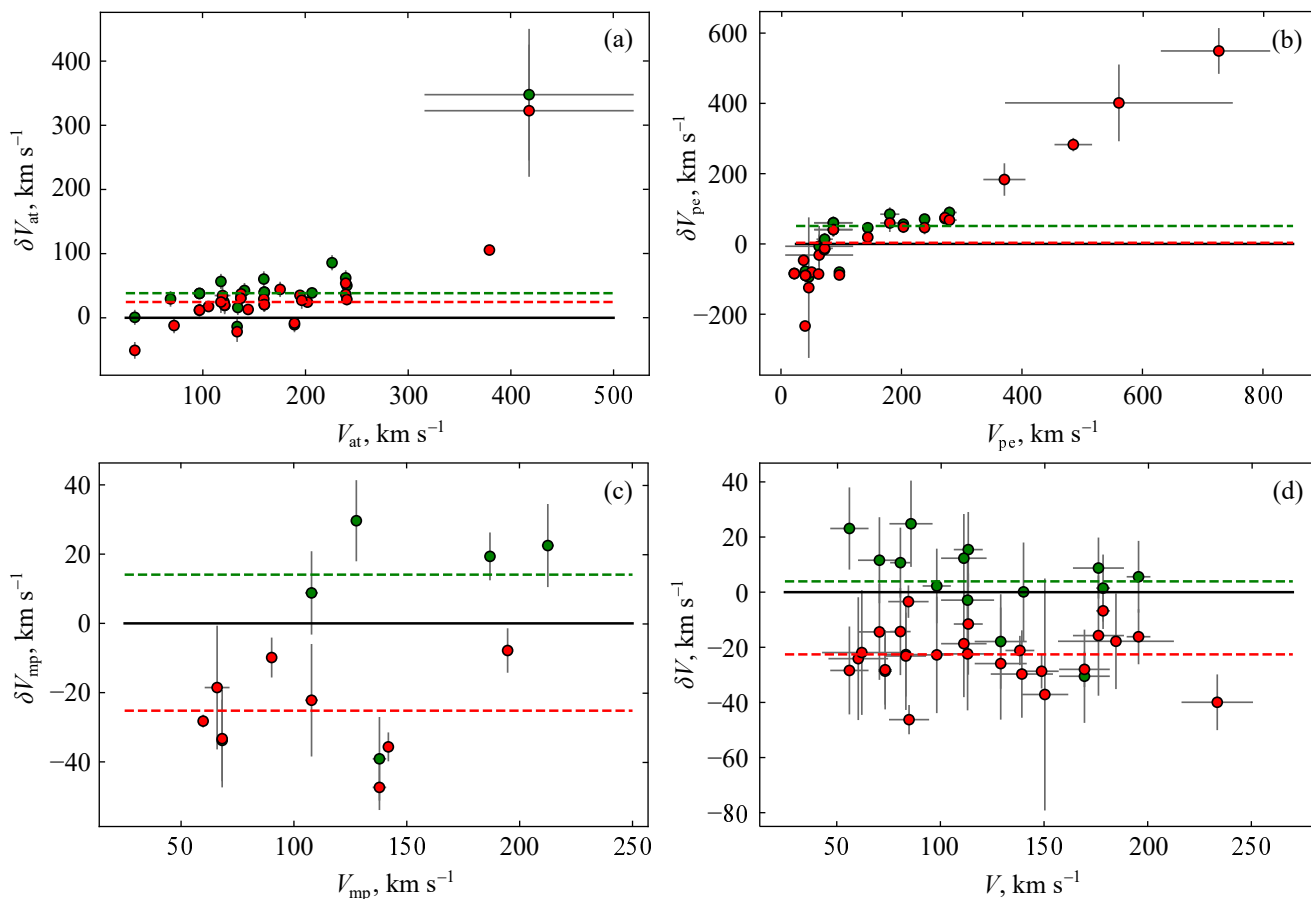
наклона кривых вращений от фотометрических параметров.

## 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы обработали спектры 114 ультратонких галактик, полученные на БТА и 3.5-м телескопе обсерватории Апачи-Пойнт. Обработка проводилась стандартными методами при помощи пакета программ ESO-MIDAS. Построенные кривые вращения аппроксимировались тремя функциями — Arctan, Polyex, MPM — методом наименьших квадратов с учетом весов. Аппроксимация считалась успешной, если среднеквадратичные отклонения не превышали значения самих параметров для всех входящих в функцию свободных переменных. С помощью Arctan получены параметры для 108 галактик, Polyex — для 56, MPM — для 49. Найдены коэффициенты линейной корреляции между свободными параметрами для перечисленных функций. Сильная линейная зависимость наблюдается между амплитудами всех трех функций, а также между  $r_{\text{мп}}$  и  $r_{\text{ат}}$ ,  $\alpha$  и  $V_{\text{мп}}$  (или  $V_{\text{ат}}$ ),  $r_{\text{ре}}$  и  $V_{\text{ат}}$ . Стоит отметить сильную корреляцию между следующими параметрами, входящими в одну и ту же функцию:  $r_{\text{мп}}$  и  $\beta$ ;  $V_{\text{ре}}$  и  $\alpha$ ;  $V_{\text{ре}}$  и  $r_{\text{ре}}$ ;  $r_{\text{ре}}$  и  $\alpha$ . Максимальное количество таких корреляций выявлено внутри функции Polyex.

Для выявления модели, наилучшим образом описывающей кривые вращения ультратонких галактик, было проведено их сравнение с помощью AIC и BIC информационных критериев. Медианное значение AIC для MPM составило 0.93, для Polyex — 1.02 и Arctan — 1.06 (нормировка выполнена на его среднее значение по всем трем функциям). BIC, вычисленный аналогичным образом, показал практически те же значения.

Красные смещения для 50 галактик нашей выборки известны из HyperLEDA (Makarov et al., 2014): 27 — по радиоданным, 45 — по оптическим наблюдениям. Взвешенная средняя разность между нашими измерениями и литературными величинами лучевых скоростей, с учетом оптических и радиоданных, составила  $-13 \pm 20 \text{ km s}^{-1}$ , где погрешность соответствует стандартной ошибке среднего. Также было проведено сравнение скоростей вращения галактик. Разности между скоростями, полученными из трех функций, и данными HyperLEDA в оптическом диапазоне составили  $35 \pm 4$  (Arctan),  $17 \pm 27$  (Polyex),  $6 \pm 11 \text{ km s}^{-1}$  (Multi-Parameter Model); а при сравнении с скоростями по радиоданным —  $22 \pm 11$ ,  $-123 \pm 47$ ,  $-28 \pm 2 \text{ km s}^{-1}$  соответственно. Амплитуда, определенная нами по последней точкам кривой, отличается от таковой из базы данных на  $1 \pm 4 \text{ km s}^{-1}$  в оптике и на  $-23 \pm 5 \text{ km s}^{-1}$



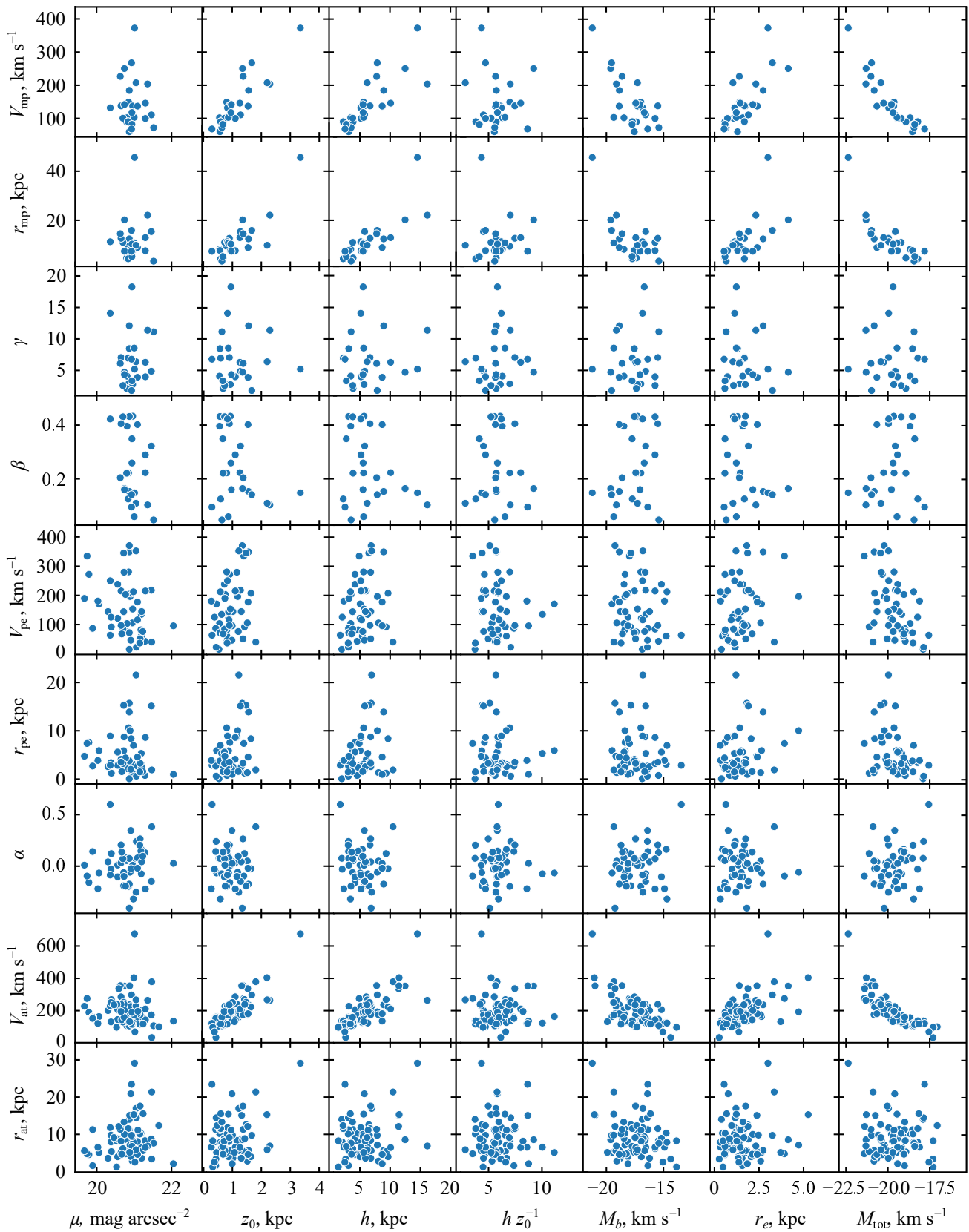
**Рис. 9.** Разность максимальных скоростей вращения галактик по данным настоящей работы и базы HyperLEDA (Makarov et al., 2014). Красные кружки соответствуют разнице скорости вращения с радиоданными, зеленые — оптическим. В качестве максимальной скорости была использована амплитуда функций Arctan (a), Polyex (b), MPM (c). На панели (d) использованы амплитуды, измеренные по последним точкам на кривых вращения.

в радиодиапазоне, что согласуется с расхождением амплитуд для MPM. Следует обратить внимание на график сравнения амплитуды Polyex-функции (см. рис. 9b): здесь прослеживается зависимость — разница скоростей вращения увеличивается с ростом этой скорости. Кроме того, скорости вращения выше  $500 \text{ km s}^{-1}$  выглядят крайне неправдоподобными, что ставит под сомнение надежность использования данной функции для определения параметров галактик. Описание кривых вращений функцией Arctan дает завышенные амплитуды по сравнению с максимальными скоростями вращения, взятыми из базы данных как в оптическом, так и в радиодиапазоне. Хотя большой разницы при сравнении с результатами радиоизмерений ожидать не следует, так как кривые вращения в этом диапазоне достаточно часто выходят на плато. Также стоит отметить, что в основном амплитуды функции Arctan выглядят достаточно реалистично, но данная функция должна хуже работать с растущими или убывающими кривыми вращения. Амплитуды, полученные с помощью MPM, хо-

рошо соответствуют скоростям, найденным по последним точкам на кривых вращения. Согласно информационным критериям, в MPM наилучшим образом соблюден баланс между точностью и сложностью модели; однако с ее помощью удастся описать небольшое количество галактик. Наши выводы согласуются с результатами работы Courteau (1997b).

Невозможность описать значительную часть выборки (только 57 успешных моделей) и появление нефизичных значений скоростей при использовании функции Polyex связаны с тесной корреляции параметров  $r_{\text{pe}}$  и  $V_{\text{pe}}$  (неочевидной из математического представления функции) и высокой чувствительностью модели к протяженности кривой вращения. Это ограничивает ее применение для ультратонких галактик по сравнению с более гибкой MPM.

Тот факт, что наиболее сложная модель (MPM) статистически предпочтительнее (ей соответствуют наименьшие значения информационных критериев AIC и BIC), свидетельствует о более сложной



**Рис. 10.** Зависимости между кинематическими и фотометрическими параметрами (фильтр  $r$ ) для исследуемой выборки галактик.

форме кривых вращения ультратонких галактик по сравнению с упрощенным представлением  $\text{Arcsin}$ , постулирующим обязательный выход на плоское плато. Наличие значимых параметров  $\gamma$  и  $\beta$  (отвечающих за наклон во внутренней и внешней частях) в МРМ аппроксимациях указывает на более сложное распределение массы в этих системах. Вероятно, это связано с различным вкладом балджа (центрального сгущения) и протяженного гало темной материи, форма которого может отклоняться от простой изотермической сферы.

Таким образом, проведенный анализ демонстрирует, что, несмотря на кажущуюся простоту морфологии ультратонких галактик, для адекватного описания их кинематики необходимы достаточно гибкие многопараметрические модели (например, МРМ).

Статистическое преимущество МРМ, наряду с обнаруженными корреляциями между ее параметрами ( $\gamma$  и  $\beta$ ) и параметрами более простых моделей, свидетельствует о сложной, но упорядоченной структуре этих объектов.

Сравнение кинематических и фотометрических параметров не выявило сильных зависимостей, кроме соотношения Талли—Фишера. Тем не менее с увеличением динамической шкалы и скорости вращения галактик наблюдается возрастание вертикальной и азимутальной шкал, а также эффективного радиуса и яркости галактик — вероятно, это отражает увеличение размера самих галактик. Описанные зависимости проявляются только для параметров, полученных с помощью МРМ; их наличие дополнительно обосновывает выбор МРМ при описании галактик математическими функциями.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Дополнительные материалы, представленные онлайн, включают полную версию таблицы 1 в виде машиночитаемого файла (MRF) с поддержкой README.

## БЛАГОДАРНОСТИ

В работе были использованы база данных HyperLEDA (<http://leda.univ-lyon1.fr>) и каталог RFGC (<https://www.sao.ru/edgeon/catalogs.php?cat=RFGC>). Выражаем благодарность Д. В. Бизяеву за наблюдения на 3.5-м телескопе обсерватории Апачи-Пойнт, построение кривых вращения для ряда галактик и обсуждение работы.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Данная работа была поддержана грантом РФФИ № 24-72-10084.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. L. Afanasiev and A. V. Moiseev, *Astronomy Letters* **31** (3), 194 (2005). DOI:10.1134/1.1883351
2. H. Akaike, *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**, 716 (1974). DOI:10.1109/TAC.1974.1100705
3. A. V. Antipova, A. V. Mosenkov, D. I. Makarov, and V. P. Reshetnikov, *Astrophysical Bulletin* **76** (4), 358 (2021). DOI:10.1134/S1990341321040027
4. S. Courteau, *Astron. J.* **114**, 2402 (1997a). DOI:10.1086/118656
5. S. Courteau, *Astron. J.* **114**, 2402 (1997b). DOI:10.1086/118656
6. R. Giovanelli and M. P. Haynes, *Astrophys. J.* **571** (2), L107 (2002). DOI:10.1086/341368
7. I. D. Karachentsev, V. E. Karachentseva, Y. N. Kudrya, et al., *Bull. Spec. Astrophys. Obs.* **47**, 5 (1999).
8. S. J. Kautsch, E. K. Grebel, F. D. Barazza, and J. S. Gallagher, III, *Astron. and Astrophys.* **445** (2), 765 (2006). DOI:10.1051/0004-6361:20053981
9. D. Lynden-Bell, S. M. Faber, D. Burstein, et al., *Astrophys. J.* **326**, 19 (1988). DOI:10.1086/166066
10. D. Makarov, P. Prugniel, N. Terekhova, et al., *Astron. and Astrophys.* **570**, id. A13 (2014). DOI:10.1051/0004-6361/201423496
11. O. G. Nasonova, J. A. de Freitas Pacheco, and I. D. Karachentsev, *Astron. and Astrophys.* **532**, id. A104 (2011). DOI:10.1051/0004-6361/201016004
12. N. Y. Sotnikova and S. A. Rodionov, *Astronomy Letters* **32** (10), 649 (2006). DOI:10.1134/S106377370610001X
13. E. Tempel, T. Tuvikene, R. Kipper, and N. I. Libeskind, *Astron. and Astrophys.* **602**, id. A100 (2017). DOI:10.1051/0004-6361/201730499
14. R. B. Tully, H. Courtois, Y. Hoffman, and D. Pomarède, *Nature* **513** (7516), 71 (2014). DOI:10.1038/nature13674
15. R. B. Tully and J. R. Fisher, *Astron. and Astrophys.* **54**, 661 (1977).
16. A. V. Zasov, D. I. Makarov, and E. A. Mikhailova, *Sov. Astron. Letters* **17**, 374 (1991).

## Analytical Representation of Ultra-Thin Galaxy Rotation Curves

**A. V. Antipova<sup>1,2</sup>, D. I. Makarov<sup>1,2</sup>, A. A. Marchuk<sup>2,3</sup>, S. S. Savchenko<sup>2,3</sup>, V. P. Reshetnikov<sup>2,3</sup>,  
I. V. Chugunov<sup>2</sup>, A. M. Syrkova<sup>2,3</sup>, and M. D. Kozlov<sup>2,3</sup>**

<sup>1</sup>Special Astrophysical Observatory, Russian Academy of Sciences, Nizhnii Arkhyz, 369167 Russia

<sup>2</sup>Central (Pulkovo) Astronomical Observatory, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 196140 Russia

<sup>3</sup>St. Petersburg University, St. Petersburg, 199034 Russia

We present the results of reduction of a total of 114 spectra of ultra-thin galaxies. Their rotation curves are obtained from the H $\alpha$  line. Radial velocities, rotation velocities and dynamical scales are determined for all the objects. Parameters characterizing the outer and inner slope angles of the rotation curves are obtained for some of the galaxies. The rotation curves were described by three functions: the Arctan, Polyex, and the Multi-Parameter Model (MPM). We have managed to obtain the parameters for 108 galaxies with the Arctan function, while the Polyex and MPM functions helped find the parameters for 56 and 49 galaxies respectively. The data criteria show that the MPM is the most optimal for describing the rotation curves of ultra-thin galaxies. A comparison of our rotation velocities with the HyperLEDA data reveals that the values calculated with the MPM are in good agreement with the results of other authors and are close to the velocities determined from the last points on the rotation curves.

Keywords: *methods: analytical, galaxies: kinematics and dynamics*